

サーキット上車間追従待ち特性の非線形均衡点モデル

日大生産工 篠原 正明
日大生産工(院) 茂木 渉

1. はじめに

一車線一方通行サーキット上の粒子シミュレーションでは、エクセル表計算を用いることにより、ダンゴ渋滞状態と非渋滞状態が非定期的、非周期的に交互に発生しているのが観察できる [1,2] . これにより、道路交通流においても単純なモデルを用いて、複数の(準)安定状態が時間的交互に存在しうることがシミュレーションにより確認できた. このような非線形系においては「複数の(準)安定状態が時間的交互発生」、「ヒステリシス特性」、「複数均衡点」、「非可逆的ななだれ(相転移)現象」などの諸現象が表裏一体の現象として発現することが知られている. 本論文においては、車間追従待ち現象を複雑系待ち行列としてモデル化することにより、このシステムが複数の均衡点を持つことを示す.

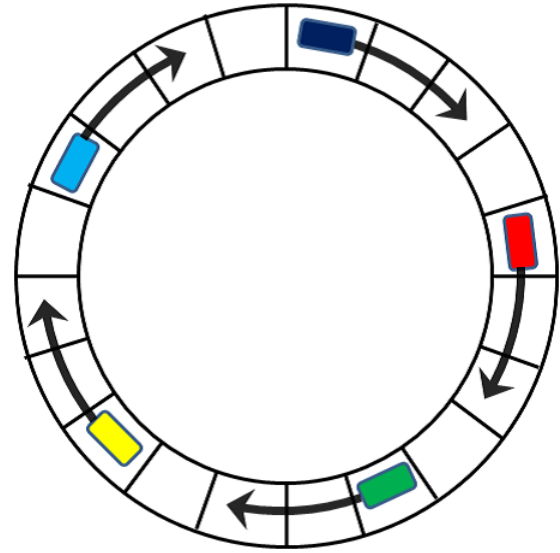


図 1: 一車線一方通行サーキットのセルモデル

2. 車間追従待ちモデル

格子セルから構成される一車線一方通行サーキットを考える(図 1). 粒子は現在セルから次セルへと一方向に移動し、一セルに 2 つ以上の粒子は許容不可である. 「セル k 」に存在するある粒子に注目すると、その粒子は次の「セル $k + 1$ 」をサービス窓口として、待時式でサービスを待っており、「セル $k + 1$ 」が空くと、「セル k 」を解放し、「セル $k + 1$ 」を占有する車間追従待ちモデル(図 2)と見直すことができる.

3. 待ちモデルの関係式

到着過程をポアソン過程、実効保留時間分布を指数と近似することにより、図 2 の単一窓口待ち行列モデルを $M/M/1$ とすると、セル $k + 1$ を待つ粒子のセル k での待ち時間 $W(k)$ はアーラン C 式により (1) で評価できる.

$$W(k) = \frac{a(k+1)h(k+1)}{1 - a(k+1)} \quad (1)$$

但し、

$$a(k+1) = \lambda(k+1)h(k+1) \quad (2)$$

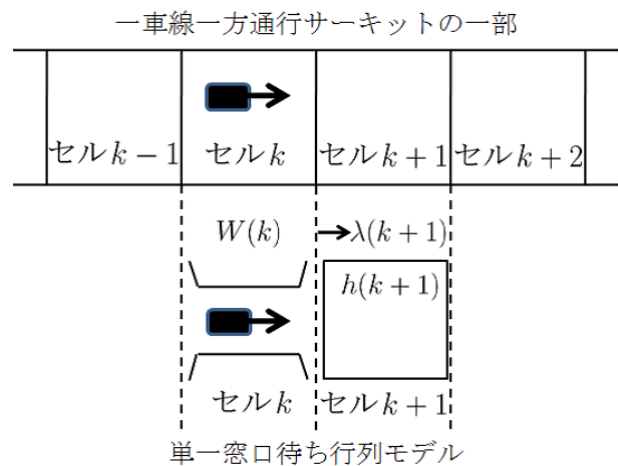


図 2: 車間追従待ちモデル

はセル $k+1$ での実効呼量, $\lambda(k+1)$ はセル $k+1$ での到着率, $h(k+1)$ はセル $k+1$ での実効保留時間である. ここで, 全サーキットにわたり, 損失はないので,

$$\lambda(k) = \lambda \quad (3)$$

又, セル $k+1$ での実効保留時間 $h(k+1)$ は, セル $k+1$ を粒子が通過するための時間 H とセル $k+1$ でのセル $k+2$ を待つ時間 $W(k+1)$ の和である.

$$h(k+1) = H + W(k+1) \quad (4)$$

すなわち, 次セルの待ち時間を現セルでの保留時間に追加することにより, 追従特性を表現した. セル総数 $= N$ とするならば, 式 (1) ~ (4) (mod N) を $k = 1, \dots, N$ について連立することにより, 特性値 $W(k), k = 1, \dots, N$ を計算できる.

4. 複数均衡点の導出

前章の待ちモデルにおいて, 各セルの特性値が同じとする同質 (homogeneous) モデルを仮定しよう. 変数の数が非常に多い場合には, この同質モデルの導入により分析を単純化することが可能である. すなわち, 式 (1) ~ (4) において, $W(k) = W, a(k) = a, h(k) = h, \lambda(k) = \lambda (k = 1, \dots, N)$ とすると, 以下の関係式を得る.

$$W = \frac{a(H+W)}{1-a} \quad (5)$$

$$a = \lambda(H+W) \quad (6)$$

(6) を (5) に代入し, 整理すると, (7) を得る.

$$W(1 - \lambda(H+W)) = \lambda(H+W)^2 \quad (7)$$

(7) 式において, $x = H+W$ と代入すると, (8) 式を得る.

$$(x-H)(1-\lambda x) = \lambda x^2 \quad (8)$$

これを整理すると, (9) 式を得る.

$$2\lambda x^2 - (\lambda H + 1)x + H = 0 \quad (9)$$

x についての 2 次方程式 (9) を根の公式により解くと次式となる.

$$x = \frac{(\lambda H + 1) \pm \sqrt{(\lambda H + 1)^2 - 8\lambda H}}{4\lambda} \quad (10)$$

すなわち, 提案した車間追従待ちモデルは, (i) M/M/1 近似, (ii) 実効保留時間=通過時間+次セル待ち時間の近似, (iii) 同質モデル近似, などの近似を導入すると, 2 つの解 (特性値) を持つことが判明した.

5. 複数均衡点の意味

2 次方程式 (10) の 2 つの根を $x_1, x_2 (x_1 \leq x_2)$ とし, 図 3 に $A = \lambda H$ をパラメータとした時の $X = \lambda x$ を示す. 但し, $A = \lambda H$ は純粹呼量 (アーラン) で, $X = \lambda x$ は実効呼量 (アーラン) である.

$$X_1 = \lambda x_1 = \frac{1}{4} \left\{ (A+1) - \sqrt{(A+1)^2 - 8A} \right\} \quad (11)$$

$$X_2 = \lambda x_2 = \frac{1}{4} \left\{ (A+1) + \sqrt{(A+1)^2 - 8A} \right\} \quad (12)$$

平方根記号の中が非負となるのは, 以下の領域 (13) であり, 又, 待時式モデルでの純粹呼量 A は 1 アーラン以下で意味を持つが, $A > 5.83$ の領域グラフも表示した.

$$\begin{aligned} A &\leq \frac{6 - \sqrt{32}}{2} (\text{約 } 0.1716) \\ &\text{あるいは} \\ A &\geq \frac{6 + \sqrt{32}}{2} (\text{約 } 5.83) \end{aligned} \quad (13)$$

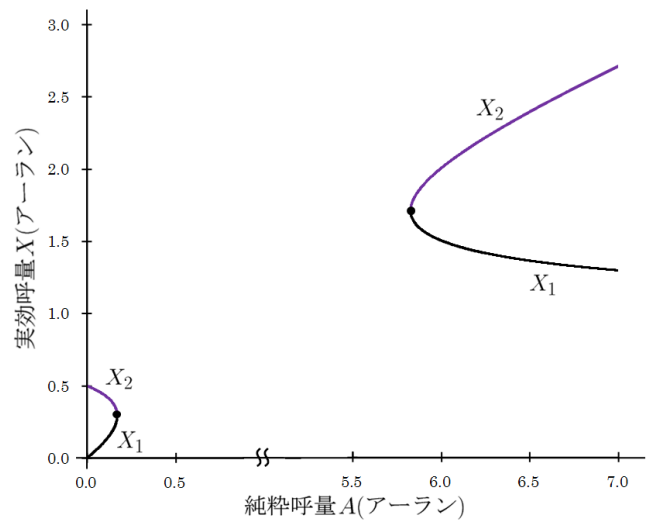


図 3: 純粹呼量 A と実効呼量 X の関係

純粹呼量 $A = 0.1$ アーランでは, 実効呼量 X_1, X_2 は (11),(12) より, $X_1 \doteq 0.115$ アーラン,

$X_2 \doteq 0.435$ アーランとなる。すなわち、 X_1 は $A = 0.1$ アーランより待ち部分の微少呼量の増加なので非渋滞状態(正常交通状態)に対応している。一方、 X_2 は渋滞状態に対応しているのではあるか?

$A = 0.1$ アーランから $X_2 \doteq 0.435$ アーランと待ち部分の渋滞呼量が大幅増加しているが、 X_2 は不安定均衡点に対応した特性値であり、現実的な意味は持たないと考える。すなわち、この種の非線形システムの均衡点は非線形連立方程式の根(あるいは交点)として特徴付けられ、「安定 不安定点 安定点」などと順番に交互に安定点と不安定点が発現する。安定点は現実に存在する均衡点であるが、不安定点は現実には(定常的には)存在し得ない均衡点である。又、モデル対象としたシステムが待時式なので、例えば M/M/1 でも呼量が 1 に近づくと待ち特性が無限大へと発散する傾向があり、同様な待ち無限大に対応するもう 1 つの安定な均衡点が存在すると考えられる。すなわち、(11)、(12) 式の実効呼量特性値は、(11) が非渋滞時の(準)安定均衡点、(12) が不安定均衡点に対応し、もう 1 つの渋滞時の(準)安定均衡点に対応する実効呼量特性値 X_3 は無限大であり、本解析では陽には求めることができなかった。

6. 考察

(6-1) 提案モデルでは 3 つの近似を導入した。(i) M/M/1 近似に関しては、M/G/1 近似などが代替案として考えられる。(ii) 実効保留時間近似に関しては、次段待ち時間を当刻保留時間を含める 1 つの手法であり、電話網のレシバー・センダ間の相互待ちを分析するために Bell 研の Frank and Rishel[3] により導入された。(iii) 同質モデル近似についても多要素から構成される複雑系システムの解析の常套手段である。

これらの近似法の妥当性については個別に検証する必要がある。又、各近似法の性質上、サーキットシミュレーションの特性値と 5 章での特性値 A 、 X_1 、 X_2 などを直接比較するのはあまり意味がないと思う。

(6-2) 一車線一方通行サーキットでは、粒子の速度パラメタを特殊な値に設定しなければ、シミュレーションにより複数の準安定状態を見出すのは当初は難しいと考えられていた。セル数 100 の長さのサーキットにおけるシミュレーションをエ

クセル表計算によりそのアウトプットの時系列表示と共に実現できたことにより、それが可能となった。相互車線変更を許容する二車線一方通行サーキットにおいては、「情報ネットワークにおける相互迂回」と同じ原理により、複数の(準)安定状態が存在すると予想され、そのシミュレーションによる確認、均衡点モデルの解析、などは今後の課題である。

(6-3) 「はじめに」にも述べたように、様々な現象が表裏一体の現象として発現する。名目速度の分布幅を小さくするなど(例えば、定速巡行)パラメタを適切に設定すれば、初期状態がダンゴ渋滞(あるいは非渋滞)状態ならそれが永遠に持続する。従って、ヒステリシス現象は観察できる。分布幅を大きくするに従って、各準安定状態の持続時間は短くなる。このように、システムの確率的変動パラメタ値の大小により、各準安定状態の持続時間が左右され、それが「準安定」の名前の由来である。システムの確率的変動パラメタ値が大きくなりすぎると、両状態が区別できなくなり、一見すると、1 つの状態における確率的変動現象の様であり、「渋滞状態から非渋滞状態」あるいはその逆の「非渋滞状態から渋滞状態」の状態間遷移は観測困難である。逆に、確率的変動パラメタ値が小さい範囲では、「非可逆的なだれ現象」として観察できる。すなわち、ダンゴ渋滞状態において速度分布幅が一時的に広がると、ダンゴ状態が解消されて行き、その際に(短期的には)ダンゴ渋滞状態に戻ることはない。

7. おわりに

車間追従現象の非線形均衡点モデルを提案し、2 つの均衡点が存在することを数値計算により例示した。1 つは非渋滞状態に対応する安定点で、他は不安定点である。もう 1 つの存在すべき渋滞状態に対応する安定点は提案モデルでは陽には計算できない。M/M/1 待ち行列において、呼量が 1 以上の発散状態を陽解として計算できないのと同じである。

モデル構築に際しては、(i) M/M/1 近似、(ii) 実効保留時間近似、(iii) 同質近似の 3 つの近似を導入した。これらの近似の導入によりモデルの単純化が達成できたが、シミュレーションデータとの不適合も生じた。今後の研究課題とする。

さらに二車線サーキットにおける相互車線変更にもとづく渋滞現象を説明する均衡点モデルも今後の課題である。

参考文献

- [1] 茂木涉・篠原正明：表計算による1車線/2車線サーキットシミュレーション，第41回日本大学生産工学部 学術講演会 数理情報部会 講演概要 (2008.12)
- [2] 松下崇宏・茂木涉・篠原正明：一車線サーキット上におけるダンゴ渋滞の表計算表示，第41回日本大学生産工学部 学術講演会 数理情報部会 講演概要 (2008.12)
- [3] R.L.Frank and R.W.Rishel：Overload model of telephone network operation, BSTJ, Vol.52, No.9(1973)

付録 関連研究の調査・考察

篠原研究室における一連の関連研究としては，杉山・篠原 [A1](2004)，小林・篠原 [A2](2003)，畑澤・篠原 [A3](2001) が存在する。畑澤・篠原 [A3] では一車線一方向サーキットのシミュレーション，小林・篠原 [A2] では一車線から二車線への変更留意点の考察，杉山・篠原 [A1] では二車線一方向サーキットのシミュレーションを行った。いずれのシミュレーションもC言語を用いて行い，車両の希望速度と実効速度を区別した。ここで，シミュレーションのプロセスにおいて5ステップ進むことを希望しても，現実には先行車両の存在により(追従特性)，実際には3ステップしか進めなかった場合に，5ステップ/秒が希望速度であり，3ステップ/秒が実効速度である。我々の一連の研究 [A1],[A2],[A3] では，いずれもこれらの概念「希望速度と実効速度」を考慮したシミュレーションを行っている。一方，文献 [1],[2] では，エクセル表計算によりシミュレーションを行い，その出力結果もエクセル表計算を利用することにより，サーキットでの車両渋滞の時空間的様子が，表形式で容易に出力できる。その結果，文献 [A1],[A2],[A3] でも渋滞現象は発生していたと考えられるが，出力形式が不十分であったために，検出できなかった渋滞現象がエクセル表計算の出力形式の助けをかりて，今回，明らかにできた。

本シミュレーションとセルオートマトンとの相異については，[A2] においても説明したが，西成 [A4](2006) はセルオートマトン自己駆動粒子系モデルのASEP (非対称単純排除過程, Asymmetric Simple Exclusion Process) を用いた自動車サーキット状渋滞モデルの研究を行っている。本シミュレーションとASEPとの相異も基本的には[A2]で指摘した相異と同じであり，セルオートマトンモデルでは，見通しモデルだろうがASEPモデルだろうがスロースタートモデルだろうが， $t+1$ 時点でのセル状態(0か1)が t 時点(あるいはそれ以前も含む)でのセル状態の(簡単な)関数(ルール)で表現できている。このルールを工夫することにより，セルの状態特性がどうなるかに研究の主眼が置かれている。一方，本シミュレーションは前述したように，運転手が希望速度でアクセルを踏み，先行車両の存在による実効速度がシミュレーション結果として出力する。すなわち，現実の状況を簡略化して離散時間シミュレーションモデルとした点がセルオートマトン法のアプローチと大きく異なる。もちろん，セルオートマトン法のルールを複雑化して， $t+1$ 時点でのセル状態が t 時点のみならずそれ以前のセル状態の関数により決まるとすれば，このクラスに本離散時間シミュレーションモデルが属することにはなるが，このクラスのセルオートマトンは本来の単純性を保持してはいない。

関連研究文献

- [A1] 杉山清史・篠原正明：「2車線サーキット上における車両トラフィックシミュレーション」，『第37回日本大学生産工学部 学術講演会 数理情報部会 講演概要』，pp19-22(2004.12)
- [A2] 小林翔・篠原正明：「シミュレーションによる車両トラフィック特性 - サーキット上の2車線 - 」，『第36回日本大学生産工学部 学術講演会 数理情報部会 講演概要』，pp121-124(2003.12)
- [A3] 畑澤文祐・篠原正明：「シミュレーションによるサーキット上車両トラフィック特性」，『第34回日本大学生産工学部 学術講演会 数理情報部会 講演概要』，pp55-58(2001.12)
- [A4] 西成活裕：『渋滞学』，株式会社新潮社 (2006)