基礎科学科目講義内容の検討

－マネジメント工学科一教員からの線形代数学Ｉへのお願い－

日大生産工　○伊藤　邦夫

１ はじめに

最近マネジメント工学科に入学して来る学生には，基礎科学科目の学習が心配される者がいる．それぞれの特に必修とされている科目でどのような内容を教えるべきか検討する必要があると考える．

ここでは，線形代数学Ｉについて個人的に検討した結果とそれに基づく提案･要望を述べる．

２　大学で（教養・基礎科学科目の）授業を行う目的

一般論として学生から見れば授業を受ける目的には以下の３つがある．

（ｉ）　将来“飯を食う”ために必要な知識・技術（およびその学習方法）を習得する．

（ⅱ）　市民として社会の（国の，人類の）行く末に重要な判断を下すために必要な知識を習得する．

（ⅲ）　人生の彩りとなる知識を習得する．

マネジメント工学科から見れば，必修としての線形代数学Ｉにおいては，（ｉ）が主要な目的であるべきであると考える．しかし，シラバスおよび教科書では，各学科ごとに変わってしかるべき学習の目標・習得するべき知識の内容が十分には説明されていない(検討されていない)ように思える．

すなわち，教える側にとって線形代数学は抽象数学の入り口としてとにかく学ぶべきであるとされているように感じられる．例えば教科書（線形代数学序論，木村宣昭著，まえがき）でも，

・　行列を何のため習うのか疑問を持つものが多い（とにかく学ぶべきである）

・　応用例が大学初年ではほとんど出て来ないからである（まず抽象化された体系を学ぶべきである）

などと述べられている．

筆者には，このまず抽象化され洗練された数学的体系を学び，それを個々の具体的問題に応用するという考え方は本末転倒しているように思われる．

３　マネジメント工学科学生のための線形代数学の導入法　－私案－

図１に示すようなガス採掘所で天然ガスを採掘して，輸送所でそのガスを発電所に送り，発電所で電力を生産するシステムを考える．ガス採掘所，輸送所，発電所の各工場の生産特性というのは，単位時間当たりの生産（プラスの値）および消費（マイナスの値）量である．ガス採掘所の生産特性は，天然ガス 1kg，輸送力 -3 km・kg，電力 -1 kWh，輸送所の特性は，天然ガス -0.2kg，輸送力 1 km・kg，電力 0 kWh，発電所の特性は，天然ガス -20kg，輸送力 0 km・kg，電力 100 kWh　であるとする．表１はこのようなシステムの特性をまとめて示している．

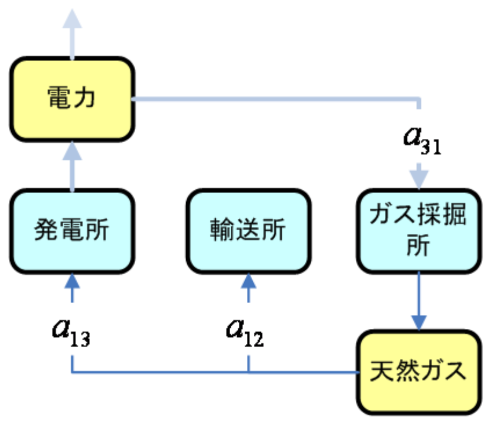

図１　天然ガスを資源とする発電システム

考えるべき問題は，システムの外に取り出す電力として 1000 kWh が要求されたとき，各工場をそれぞれ何時間稼働させる必要があるか，およびそのとき消費される天然ガスの総量はいくらか，である．

この問題を解く１つの方法に，ガス採掘所，輸送所，発電所の稼働時間をx，y，z として，式(1)，(2)，(3) で与えられる3元1次連立方程式を解く方法がある．

A Discussion to Contents of Fundamental Science Subjects

－　A Proposal to Introduction Process of Linear Algebra　－

Kunio ITO

表１　システムの生産特性

			列番号			
			1	2	3	4
			採掘所	輸送所	発電所	最終産出量
行番号	1	天然ガス（kg）	1	−0.2	−20	0
	2	輸送力（km・kg）	−3	1	0	0
	3	電力（kWh）	−1	0	100	1000

ガス採掘所で採掘された天然ガスは輸送所および発電所で消費されてシステムの外に出る量は0 であるという「天然ガスの収支」から，式(1)が得られる．

$$1x - 0.2y - 20z = 0 \qquad (1)$$

輸送力の収支からは式(2)，電力の収支からは式(3)が得られる．

$$-3x + 1y - 0z = 0 \qquad (2)$$

$$-1x - 0y + 100z = 1000 \qquad (3)$$

表１の第4列はこれらの式の右辺の値を示す．

システムの特性を表2に示すように記号で示し，ガス採掘所，輸送所，発電所の稼働時間をそれぞれ記号 x_1， x_2， x_3 で示すことにすると，式(1)，(2)，(3) は次のようになる．

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = y_1 \qquad (1)'$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = y_2 \qquad (2)'$$

$$a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = y_3 \qquad (3)'$$

表２　記号による特性の表示

			列番号 j			
			1	2	3	4
			採掘所	輸送所	発電所	最終産出量
行番号 i	1	天然ガス　(t)	a_{11}	a_{12}	a_{13}	y_1
	2	輸送力 (km・kg)	a_{21}	a_{22}	a_{23}	y_2
	3	電力 (kWh)	a_{31}	a_{32}	a_{33}	y_3
	4	稼働時間(h)	x_1	x_2	x_3	

この問題において，採掘所の生産特性は，天然ガス，輸送力，電力についての単位時間当たりの生産（消費量），1，−3，−1 という3つの値の組によって表される．この値の組を縦に並べて（A−1）のように，さらに表2の記号を用いて(A−2) のように書くことにする．輸送所，発電所の生産特性は(A−3)，(A−4) のように表記される．これらの生産特性のように，（天然ガスの単位時間当たりの生産（消費）量，輸送力の単位時間当たりの生産（消費）量，電力の単位時間当たりの生産（消費）量）という項目（基底）の1組を決めて，それぞれの項目毎の値（成分）の組によって表される量としてベクトル量を考える．　さらに，縦に並べた3つの値を式

$$\begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ -1 \end{pmatrix} \text{(A−1)} \qquad \begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ a_{31} \end{pmatrix} \text{(A−2)} \qquad \begin{pmatrix} a_{12} \\ a_{22} \\ a_{32} \end{pmatrix} \text{(A−3)}$$

$$\begin{pmatrix} a_{13} \\ a_{23} \\ a_{33} \end{pmatrix} \text{(A−4)} \quad \mathbf{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \text{(A−5)} \quad \mathbf{y} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix} \text{(A−6)}$$

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \qquad \text{(A−7)}$$

(A−5)，(A−6) のようにそれぞれ1文字で表すことにすると， $\mathbf{y}$ はこれらの生産特性と基底が同じであるベクトル量である．　$\mathbf{x}$ は，（ガス採掘所の稼働時間，輸送所の稼働時間，発電所の稼働時間）という1組を基底とするベクトル量である．

表2に示されている記号の行と列の並びを(A−7)のように表すと式(1)’，(2)’，(3)’ をまとめて式(4) のように，さらには式(4)’ のように記述することができる．

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix} \qquad (4)$$

$$\mathbf{Ax} = \mathbf{y} \qquad (4)'$$

行列 $\mathbf{A}$ は考えているシステムの生産特性を一括して表している．このように，式(1)，(2)，(3)で表されるようなシステムの複雑な数値関係を式(4)’ で表されるような記号の間の単純な関係にして考えるときに代数学が道具として役に立つ．表１に示されるような特性値が時刻や生産量などに依存しないで定数であるとき，このシステムは線形であるという．線形代数学で扱うシステムは線形なシステムである．

4　おわりに

筆者が強調したい点は以下の通りである．

・　線形代数学に具体的な例を用いて導入すること

・　ベクトルを「1組の基底とそれぞれの成分」によって複雑な量を表すものとして理解させること

・　行列を抽象的な数の並びとしてではなく，システムの特性を表す表として説明すること

また，マネジメント工学科のための線形代数学Ｉの到達目標を以下のようにすることをお願いしたい．

（ｉ）式(1)’，(2)’，(3)’ のような記号を使うことに慣れること

（ii）式(4)’ を式(1)’，(2)’，(3)’ に展開できること

（iii）連立方程式を解くことは逆行列を求めることであることを理解すること

（iv）逆行列を求める（計算機）アルゴリズムを理解すること