

# 性能低下傾向にある生産活動群の効率性評価についての考察

日大生産工（院） 大久保 智弘  
日大生産工 大澤 慶吉  
日大生産工 篠原 正明

## 1. はじめに

Banker-Charnes-Cooper[1]は、凸包モデルにおいて  $L = U = 1$  とした BCC モデルを提案したが、このモデルによる生産可能集合は、現存する活動集合の凸包と、その凸包の点より大なる入力と小なる出力を持つ点から構成される。すなわち、現存する生産活動の凸結合 ( $e\lambda = 1$ ) のみを生産可能集合の基準として規定する BCC モデルにおいては、注目 DMU<sub>0</sub> の効率性測定の対象として、自然と現存する活動集合と同程度規模かそれより小規模な DMU 集合が結果として選択されることとなる。従って、1 入力 1 出力入力指向型 BCC モデルにおいては S 字型入出力生産関数を想定したもとの、出力  $y_0$  を生産するためにはどの程度まで入力  $x_0$  を減少可能かという DMU<sub>0</sub> の効率性測定の図的解釈がなされていた。

## 2. 性能低下傾向にある生産活動群

従来の BCC モデルの解釈では、企業が発展途上、伸び盛り、成熟という位置での効率性の解釈がなされている。しかし実際には、図 1 の DMU J, K, L, M のように入力が増加傾向にあるが、出力が減少傾向にある生産活動群が存在する。このような DMU のことを性能低下傾向にある生産活動群と呼ぶことにする。性能低下傾向にある生産活動群の例としては、赤字累積企業、老人の運動能力、などが考えられる。

## 3. 効率性の評価

性能低下傾向にある生産活動群を従来の BCC モデルの解釈で効率性を評価すると効率性は大幅に低くなる。本論文では全ての生産活動群を同じフィールドで評価し、性能低下傾向にある生産活動群を考慮した効率値の算出方法を提案した。従来の BCC モデルと異なる点は、DMU I からフロンティア面が右下がり傾くように覆うという点である(図 1 参照)。このようなフロンティア面で覆うことにより性能低下傾向にある生産活動群の効率性をその点を考慮して評価することができる。

## 4. 1 入力 1 出力 BCC モデル

### 4.1 解析内容

性能低下傾向にある生産活動群を考慮した 1 入力 1 出力 BCC モデルについて、手計算による図的解釈を説明する。1 入力 1 出力の例として参考文献[2]のデータを基に 5 個のデータを加えた。13 の営業所があり、入力に営業人数(人)、出力に売上高(単位：千万円)を表 1 に示す。

表 1 1 入力 1 出力

営業所	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
営業人数 $x$	2	3	3	4	5	5	6	8	10	11	12	10	10
売上 $y$	1	3	2	3	4	2	3	5	5	4	2	4	3

## 4.2 効率値の計算

フロンティア上に DMU がある場合の効率値は、従来の BCC モデルの効率値の計算方法と同じく 1 となる。性能低下傾向にある生産活動群を考慮した BCC モデルでは、フロンティア上に無い DMU に関して、性能向上時 BCC 効率値(従来の効率値)、性能低下時 BCC 効率値(性能低下傾向にある生産活動群を考慮した効率値)の二つの効率値が求められる。

DMU M に注目して説明をする(図 1 参照)。y 軸から点 M を通過する x 軸に平行な直線を引く。y 軸との交点を  $M_y$  とし、性能向上時 BCC フロンティアとの交点を  $M''$ 、性能低下時 BCC フロンティアとの交点を  $M'$  とする。性能向上時 BCC 効率値、性能低下時 BCC 効率値をそれぞれ次式で定義する。

$$\text{性能向上時 BCC 効率値} = \frac{M_y M''}{M_y M} \quad (1)$$

$$\text{性能低下時 BCC 効率値} = \frac{M_y M'}{M_y M} \quad (2)$$

この計算を点 C、点 D、点 F、点 G、点 L、点 M で行いそれぞれの効率値を求める。

## 5. BCC モデルの変形 CCR モデル化による解釈

### 5.1 新出力項目の追加

表 1 のデータの出力が y であったのに対して、 $y_0$  として新たに DMU 自身の存在意義による出力項目とする存在性項目を加える。そのデータ値は各 DMU でみな等しく 1 である(表 2)。すなわち、新たな出力項目(存在性項目)を付加することにより、s 入力 m 出力 BCC モデルは s 入力 (m+1) 出力 CCR モデルと変換することができる。ただし、新出力項目  $y_0$  に

対する評価値  $u_0$  は、負値もとりの点が通常の CCR モデルとは異なる。

表 2 1 入力 2 出力化

営業所		A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
営業人数	x	2	3	3	4	5	5	6	8	10	11	12	10	10
売上	$y_1$	1	3	2	3	4	2	3	5	5	4	2	4	3
存在性項目	$y_0$	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

### 5.2 入力値の正規化

表 2 の入力データを 1 に正規化する。それに伴い、出力項目の  $y_1, y_0$  をそれぞれの x で割っていく。そのデータを表 3 に示す。

次に、表 3 の出力データを基に図 2 を作成する。BCC モデルのフロンティア面を破線で従来の CCR モデルのフロンティア面を点線で図 2 に示す。

表 3 1 入力 2 出力(入力 1 化)

営業所		A	B	C	D	E	F	G
営業人数	x	1	1	1	1	1	1	1
売上	$y_1$	0.5	1	0.667	0.75	0.8	0.4	0.5
存在性項目	$y_0$	0.5	0.333	0.333	0.25	0.2	0.2	0.167

H	I	J	K	L	M
1	1	1	1	1	1
0.625	0.5	0.364	0.167	0.4	0.3
0.125	0.1	0.091	0.083	0.1	0.1

### 5.3 効率値の計算

変形 CCR モデルでは、性能向上時変形 CCR モデル効率値と性能低下時変形 CCR 効率値が求められる。それぞれの変形 CCR モデル効率値の求め方を DMU M に注目して説明する。原点 O から点 M を通りフロンティア面にぶつかる直線を引く。そして、フロンティア面との左側の交点を  $M'$ 、右側の交点を  $M''$  とする(図 2 参照)。性能向上時変形 CCR モデル効率値、性能低下時変形 CCR 効率値をそれぞれ次式で定義する。

性能向上時変形 CCR モデル効率値

$$\alpha = \frac{OM}{OM''} \quad (3)$$

性能低下時変形 CCR モデル効率値

$$\beta = \frac{OM}{OM'} \quad (4)$$

となる．点 C，点 D，点 F，点 G，点 L についても同じく行う．

## 6．解析結果

BCC モデル，変形 CCR モデルに対する効率値をそれぞれ表 4，表 5 に記す．

表 4 BCC モデルでの効率値

DMU	A	B	C	D	E	F	G
性能向上時	1	1	0.83	0.75	1	0.5	0.5
性能低下時	1	1	4	2.88	1	2.4	1.92

H	I	J	K	L	M
1	1	1	1	0.5	0.3
1	1	1	1	1.1	1.15

表 5 変形 CCR モデルでの効率値

DMU	A	B	C	D	E	F	G
性能向上時	1	1	0.83	0.75	1	0.5	0.5
性能低下時	1	1	4	2.88	1	2.4	1.92

H	I	J	K	L	M
1	1	1	1	0.5	0.3
1	1	1	1	1.1	1.15

性能向上時 BCC モデル効率値と性能向上時変形 CCR モデル効率値，性能低下時 BCC モデル効率値と性能低下時変形 CCR モデル効率値はそれぞれ一致する．これは，BCC モデルと変形 CCR モデルが本質的に同じであるからである．性能低下時の効率値の解釈として，性能低下時フロンティア上の DMU K に対して DMU F は少ない入力で出力が同じである(図 1 参照)．したがって DMU K よりも効率性が高いと評価され効率値が 2.4 となった．その他の DMU C，D，G，L，M についても同じことが考えられる．

## 7．フロンティア比率

BCC モデル，変形 CCR モデルの性能向上時フロンティアと性能低下時フロンティアのフロンティア比率を次式で定義する．

BCC モデルのフロンティア比率

$$= \frac{M_y M'}{M_y M''} \quad (5)$$

変形 CCR モデルのフロンティア比率

$$= \frac{OM''}{OM'} \quad (6)$$

性能向上時 BCC(CCR)効率値を  $\alpha$ ，性能低下時 BCC(CCR)効率値を  $\beta$ ，フロンティア比率を  $\gamma$  とすると  $\alpha, \beta, \gamma$  には次式の関係が成り立つ．

$$\alpha \times \gamma = \beta \quad (7)$$

## 8．おわりに

生産活動は飽和した後に性能低下状態に入るという前提のもとで，その点を考慮した生産効率性評価法を考察した．本アプローチにより，老人の能力を若人の能力と同じ土俵で測定していいのか？又，老人と若人の区別はどのようにすべきか？…等々の疑問に答えることが可能となった．線形計画法ならびに表計算ツールなどを用いた効率値計算法の開発が今後の課題である．

## 参考文献

- [1] Banker, R.D., A.Charnes and W.W.Cooper, "Some Models for Estimating Technical and Scale Inefficiencies in Data Envelopment Analysis", Management Science, 30, 1078-1092(1984)
- [2] 刀根薫，経営効率性の測定と改善 包絡分析法 DEA による，日科技連(1993)

[3] 大久保智弘, 金子隆史, 大澤慶吉, 篠原  
 正明, BCC モデルの新しい図的解釈, DEA  
 Symposium 論文集, pp.106-108(2007.2)

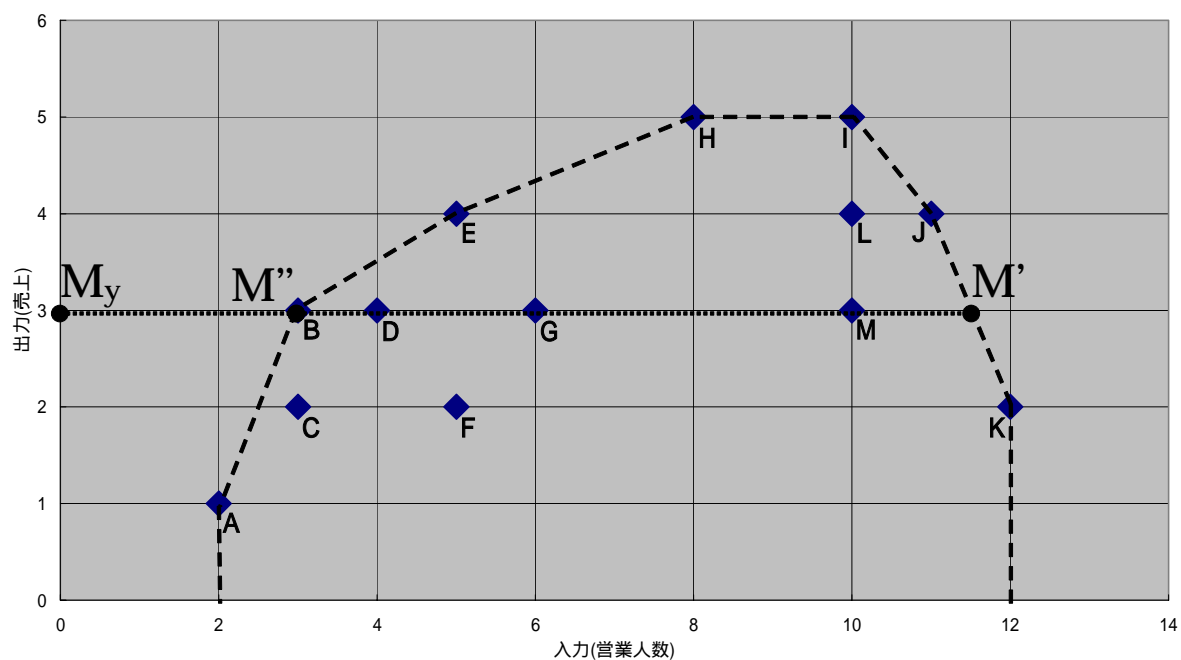


図1 1入力1出力 BCC モデル

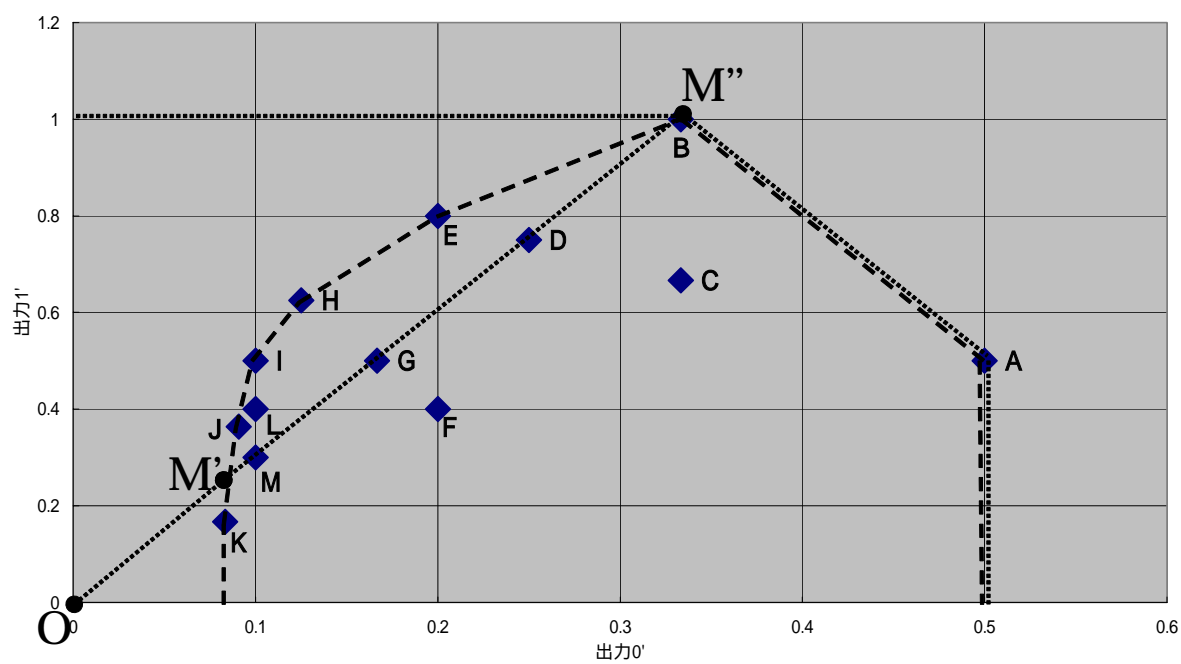


図2 1入力2出力変形 CCR モデル