

BCC モデルの図的解釈についての考察

日大生産工（院） ○大久保 智弘
日大生産工 大澤 慶吉
日大生産工 篠原 正明

1．はじめに

Banker-Charnes-Cooper[1]は,凸包モデルにおいて $L = U = 1$ としたBCCモデルを提案したが,このモデルによる生産可能集合は,現存する活動集合の凸包と,その凸包の点より大なる入力と小なる出力を持つ点から構成される.すなわち,現存する生産活動の凸結合 ($e\lambda = 1$)のみを生産可能集合の基準として規定するBCCモデルにおいては,注目DMU₀の効率性測定の対象として,自然と現存する活動集合と同程度規模かそれより小規模なDMU集合が結果として選択されることとなる.従って,1入力1出力入力指向型BCCモデルにおいてはS字型入出力生産関数を想定したもとの,出力 y_0 を生産するためにはどの程度まで入力 x_0 を減少可能かというDMU₀の効率性測定の図的解釈がなされていた.

2．BCC モデルの図的解釈について

2.1 解析内容

1入力1出力BCCモデルについて,手計算による図的解釈を説明する.1入力1出力の例として参考文献[2]より,8つの営業所があり,入力に営業人数(人),出力に売上高(単位:千万円)を表1に示す.

表1 1入力1出力

営業所	A	B	C	D	E	F	G	H
営業人数 x	2	3	3	4	5	5	6	8
売上 y	1	3	2	3	4	2	3	5

2.2 フロンティア面のとり方

1入力1出力BCCモデルの場合,横軸(x 軸)に入力の値をとり,縦軸(y 軸)に出力の値をとりプロットする.次に x 軸に垂直なフロンティアを原点から右に持っていく.フロンティア面が点Aにぶつかったら,その点Aからフロンティア面の傾きを小さくする.また,点Bにぶつかったら傾きを小さくしていく.点Hにぶつかったらフロンティア面が x 軸と平行になるので,平行になった時点でフロンティア面は完成される(図1).

2.3 効率値の計算

y 軸(売上高)から点Cに向かい, x 軸に平行な直線を引く.フロンティア面との交点をC'とし(図2参照), y 軸との交点を C_y とする.点A,点B,点D,点E,点F,点G,点Hについても,点Cと同様に x 軸に平行に直線を引き交点を求める.BCCモデルに基づく効率値を次式で定義する.

$$\text{効率値} = \frac{C_y C'}{C_y C} \quad (1)$$

この計算を点A,点B,点C,点D,点E,点F,点G,点Hについても行い,それぞれの効率値を求める.

3. BCC モデルの CCR モデル化

3.1 新出力項目の追加

表 1 のデータの出力が y であったのに対して y_0 として新たに DMU 自身の存在意義による出力項目とする存在性項目を加える。そのデータ値は各 DMU でみな等しく 1 である(表 2)。すなわち、新たな出力項目(存在性項目)を付加することにより、 s 入力 m 出力 BCC モデルは s 入力 $(m+1)$ 出力 CCR モデルと変換することができる。ただし、新出力項目 y_0 に対する評価値 u_0 は、負値もととりうる点が通常の CCR モデルとは異なる。

表 2 1 入力 2 出力化

営業所		A	B	C	D	E	F	G	H
営業人数	x	2	3	3	4	5	5	6	8
売上	y_1	1	3	2	3	4	2	3	5
存在性項目	y_0	1	1	1	1	1	1	1	1

3.2 入力値の正規化

表 2 の入力データを 1 に正規化する。それに伴い、出力項目の y_1, y_0 をそれぞれの x で割っていく。そのデータを表 3 に示す。

次に、表 3 の出力データを基に図 3 を作成する。LP によるフロンティア面を破線で従来の CCR モデルによる LP のフロンティア面を点線で図 3 に示す。

表 3 1 入力 2 出力(入力 1 化)

営業所		A	B	C	D
営業人数	x	1	1	1	1
売上	y_1	0.5	1	0.667	0.75
存在性項目	y_0	0.5	0.333	0.333	0.25

E	F	G	H
1	1	1	1
0.8	0.4	0.5	0.625
0.2	0.2	0.167	0.125

3.3 効率値の計算

1 入力 2 出力(入力 1 化)の場合は、原点 O から点 C を通りフロンティア面にぶつかる直線を引く。そして、フロンティア面との交点を C' とする(図 3 参照)。点 A 、点 B 、点 D 、点 E 、点 F 、点 G 、点 H についても、点 C と同じように原点 O から直線を引き交点を求める。

原点 O から点 C までの直線 OC の長さを測る。同じように、原点 O から点 C' までの直線 OC' の長さを測る。そして、効率値は次式で定義する。

$$\text{効率値} = \frac{OC}{OC'} \quad (2)$$

となる。この計算を点 A 、点 B 、点 C 、点 D 、点 E 、点 F 、点 G 、点 H について行い、それぞれの効率値を求める。

4. 解析結果

BCC モデル、CCR モデル化に対する効率値を表 4、表 5 に記す。

表 4 BCC モデルでの効率値

DMU	A	B	C	D
図的解釈	1	1	0.83	0.75
LPソフト	1	1	0.83	0.75

E	F	G	H
1	0.5	0.5	1
1	0.5	0.5	1

表 5 CCR モデル化した効率値

DMU	A	B	C	D
図的解釈	1	1	0.83	0.75
LPソフト	1	1	0.83	0.75

E	F	G	H
1	0.5	0.5	1
0.8	0.5	0.5	0.625

表4のBCCモデルにおいて図的解釈とLPソフトの効率値は一致する。これは、両者が本質的に同じであるからである。また、表5のCCRモデル化の図的解釈とLPソフトにおいて、前者はBCCモデルのCCRモデル化(破線フロンティア)であり、後者は純粋CCRモデル(点線フロンティア)として計算しているため、DMU E、Hの効率値が異なる。

5. おわりに

今回の論文では前回の論文[3]で解決できなかった、CCRモデル化したときのDMU Hからのフロンティア面の伸ばす位置を考察することができた。前回の論文では、フロンティア面をDMU Hからx軸に垂直に伸ばすのか、DMU Hから原点Oに伸ばすのかという点がまとめることができなかった。従来のBCCモデルの解釈では、原点Oにフロンティア面を伸ばす結論を出した。しかし、DMU Hからx軸に垂直に伸ばす解釈も考察することができ

た(後者の解釈は『性能低下傾向にある生産活動群の効率性評価についての考察』で説明)。また今回の論文では図的解釈で、より正確に効率値を求めるため、連立方程式より線分の長さを求めた。そのことにより、図的解釈とLPソフトの効率値が一致した。

参考文献

- [1] Banker, R.D., A.Charnes and W.W.Cooper, "Some Models for Estimating Technical and Scale Inefficiencies in Data Envelopment Analysis", Management Science, 30, 1078-1092(1984)
- [2] 刀根薫, 経営効率性の測定と改善 - 包絡分析法 DEA による -, 日科技連(1993)
- [3] 大久保智弘, 金子隆史, 大澤慶吉, 篠原正明, BCCモデルの新しい図的解釈, DEA Symposium 論文集, pp.106-108(2007.2)

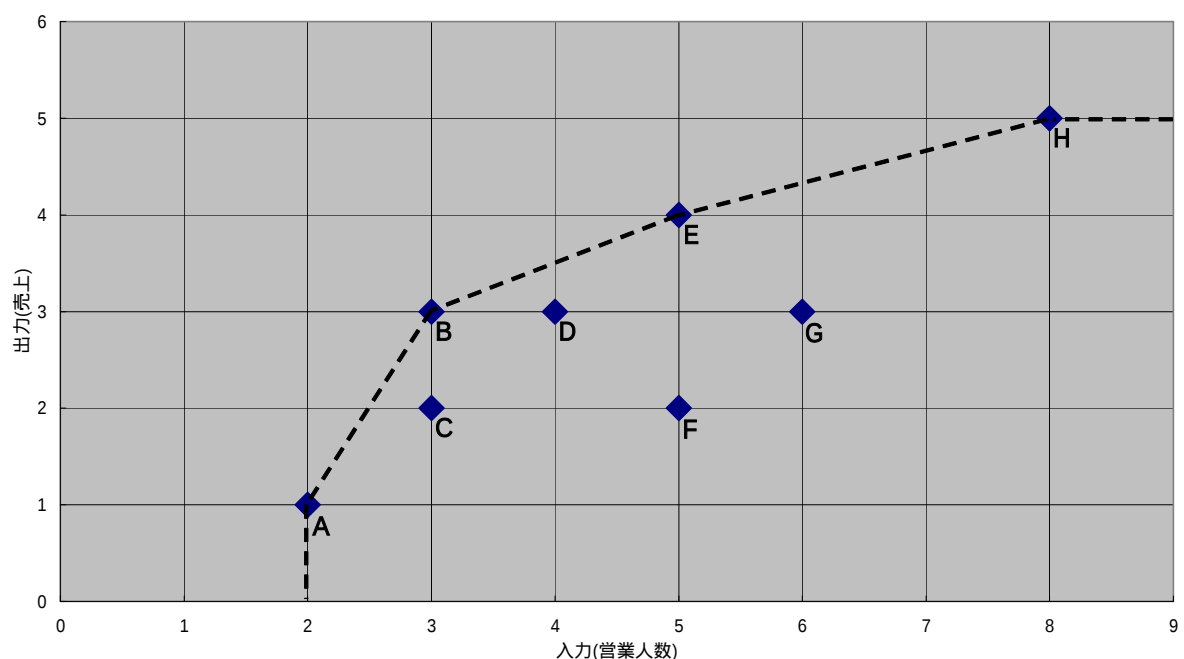


図1 1入力1出力BCCモデル

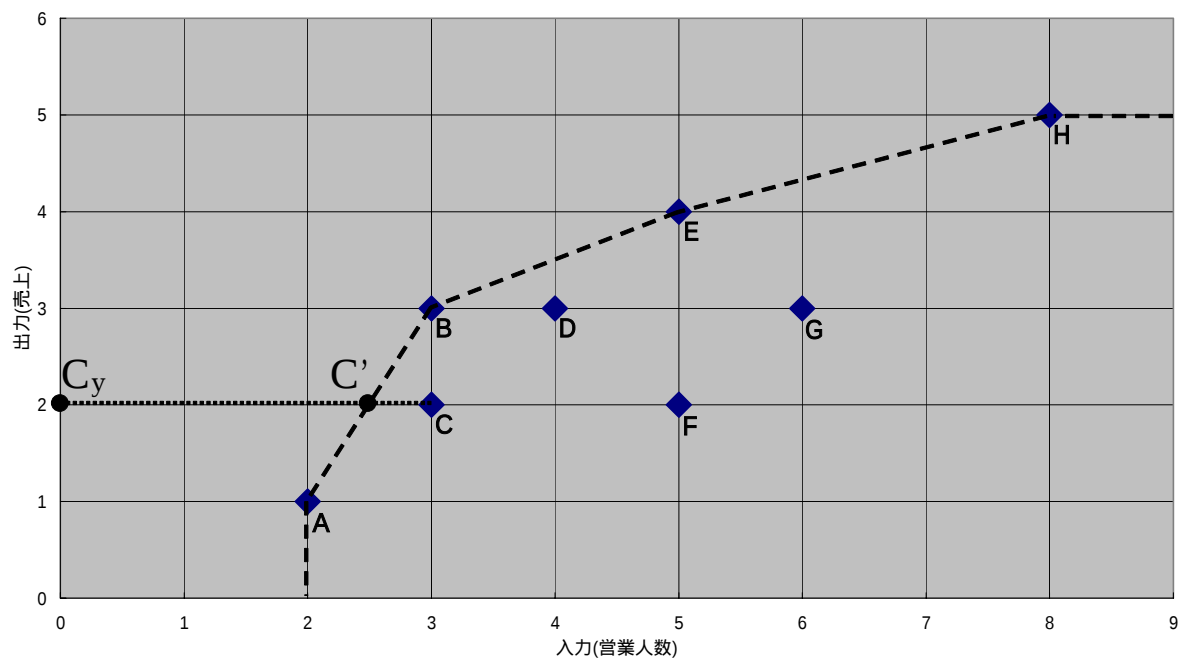


図2 効率値の計算

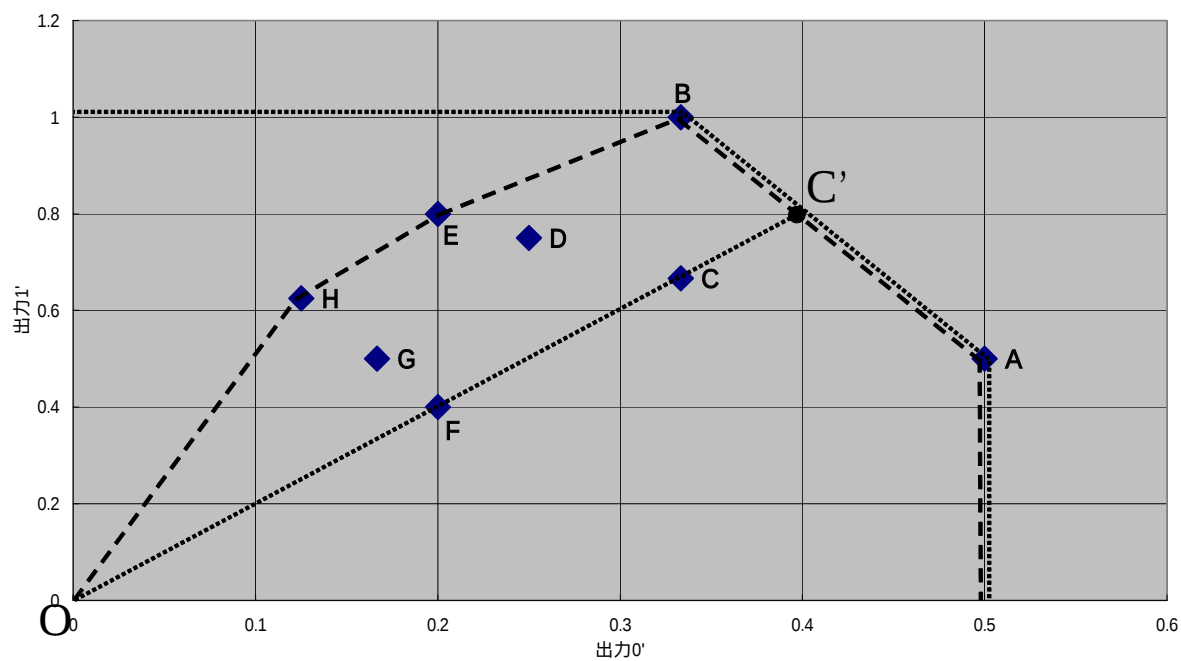


図3 BCCモデルのCCRモデル化