

# AHP の原 3 層モデルと縮退 2 層モデルの比較

日大生産工（院）    ○宇田川美紀  
日大生産工                篠原正明

## 1 はじめに

AHP では問題に対して、各要素間で一対比較を行い、問題の解決を図る。目標から評価基準間（あるいは各評価基準から代替案）で一対比較判断の論理的整合性を測定する尺度として  $CI = (\lambda_{\max} - n)/(n - 1)$  で定義される Saaty CI が存在する。本研究では、「目標—評価基準—代替案から構成される原 3 階層 AHP」と「目標—代替案で構成される縮退 2 階層 AHP」において推定される Saaty CI 値を比較し、意思決定全体の整合度  $CI_{AHP}$  の観点から考察を行う。

## 2 原 3 層 AHP と縮退 2 層 AHP

図 2.1 に「目標—評価基準（M 個）—代替案（N 個）」の 3 階層 AHP、図 2.2 に「目標—代替案（N 個）」の 2 階層 AHP を示す。

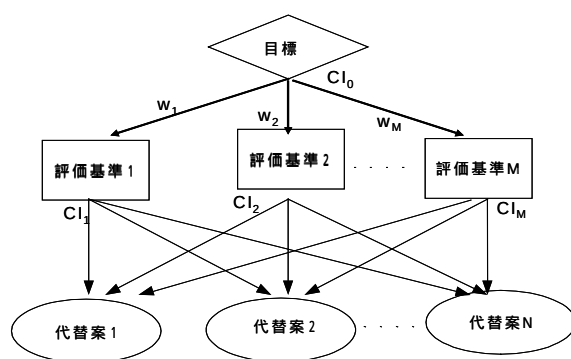


図 2.1 3 階層 AHP 図

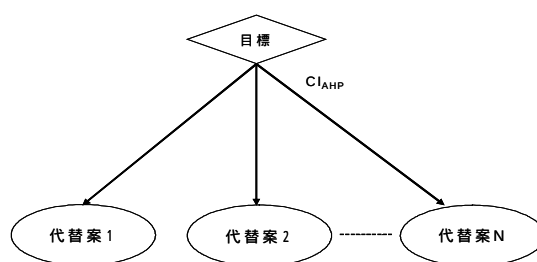


図 2.2 縮退 2 階層 AHP 図

図 2.1 では、一般的な AHP の特徴である、「目標—評価基準—代替案」といった 3 段階の階層構造をもち、これを原 3 層 AHP モデルとする。対して、図 2.2 の階層図は、評価基準を直接的には考慮せずに（間接的には考慮）目標から直接、代替案を選出することで意思決定者の直感による評価を行うための 2 層に縮退された 2 層モデルである。

このとき、原 3 層 AHP における各個別整合度  $CI_i$  ( $i = 0, 1, \dots, M$ ) として定義される全体整合度  $CI_{AHP}$  と、縮退 2 層 AHP の整合度  $CI_{AHP2-level}$  を比較を行う。

## 3 意思決定全体の整合度 $CI_{AHP}$

M 個の評価基準と N 個の代替案から構成される 3 階層 AHP において、意思決定全体の整合度  $CI_{AHP}$  を次式で推定する[2]。

$$\sqrt{CI_{AHP}} = \sqrt{CI_0} + \sum_{i=1}^M w_i \sqrt{CI_i} \quad (1)$$

## Comparison between Original 3-layer AHP Model and Degenerated 2-layer AHP Model

Miki UDAGAWA and Masaaki SHINOHARA

但し、 $CI_0$  は目標からみた  $M$  個の評価基準間一対比較に関する整合度、 $CI_i$  は評価基準  $i$  ( $i=1, \dots, M$ ) から見た代替案間一対比較に関する整合度、 $w_k$  は評価基準  $i$  ( $i=1, \dots, M$ ) の重みである。

(1)の導出は以下に示す。

意思決定全体の倍率誤差を  $\delta_{AHP}$  とするならば、以下の近似式を成立する。

$$2CI_{AHP} \approx \delta_{AHP}^2 \quad (2)$$

$$2CI_{AHP} \approx \delta_i^2 \quad (i=0, \dots, M) \quad (3)$$

ところで、 $\delta_{AHP}$  と  $\delta_i$  ( $i=0, \dots, M$ ) の間には、次式(4)が成立する。

$$1 + \delta_{AHP} = \left(1 + \delta_0\right) \left(1 + \sum_{i=1}^M w_i \delta_i\right) \quad (4)$$

すなわち、近似的に(5)が成立する。

$$\delta_{AHP} \approx \delta_0 + \sum_{i=1}^M w_i \delta_i \quad (5)$$

(5)に(2)、(3)を代入すれば、(1)式を得る。

ここで、(1)式の各局所  $CI$  値の係数については自由度が存在するところであるが、マインド遷移モデルの解釈に従い、係数和=1の場合と比較するため、次式(6)を考える。

$$\sqrt{CI_{AHP}} \approx \frac{1}{2} \sqrt{CI_0} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^M w_i \sqrt{CI_i} \quad (6)$$

又、評価基準数=3、代替案数=3の場合に限っては、近似解析的に次式(7)が得られている([1])。

$$\sqrt{CI_{AHP}} \approx \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 w_i \sqrt{CI_i} \quad (7)$$

## 4 実験内容

今回の例では「食事選択」と「海外の旅行地選択」について具体的なそれぞれの問題について原3層モデルと縮退2層モデルで実験を行い、5人の被験者によるデータから、 $CI_{AHP}1$ 、 $CI_{AHP}2$ 、 $CI_{AHP}3$ ならびにそれらの平方根値について比較を行う。

「食事選択」および「旅行地選択」いずれの問

題も、評価基準数=3、代替案数=3とする。

### 4.1 食事選択

図 4.1.1 に食事選択を最終目標とする3段階 AHP の階層図、図 4.1.2 に縮退2段階 AHP の階層図を示す。

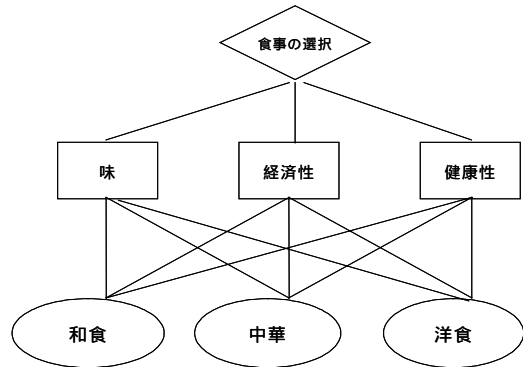


図 4.1.1 食事選択における3段階階層図

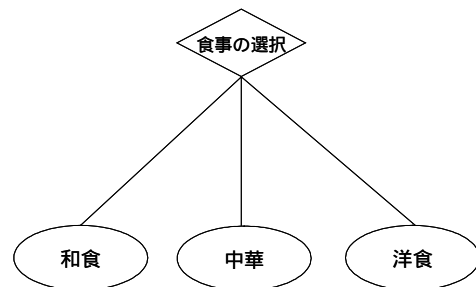


図 4.1.2 食事選択における縮退2段階階層図

以上2つの階層構造において、それぞれ一対比較を行う。

### 4.2 海外の旅行地選択

図 4.2.1 に海外の旅行地選択を最終目標とする3段階 AHP の階層図、図 4.2.2 に縮退2段階 AHP の階層図を示す。

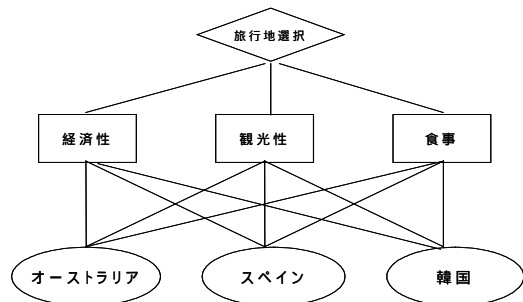


図 4.2.1 旅行地選択における原3段階階層図

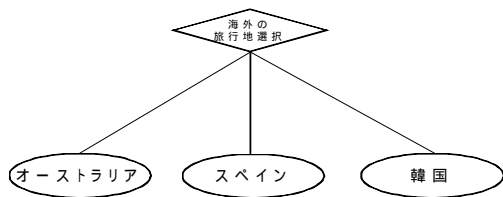


図 4.2.2 旅行地選択における縮退 2 段階階層図

## 5 結果

4 章で収集したデータを Microsoft Excel 表計算を用いて、AHP 計算を行った。各個別整合度及び、「目標 - 評価基準 - 代替案」の 3 階層 AHP での全体整合度  $CI_{AHP}$  と「目標 - 代替案」の 2 階層 AHP での全体整合度  $CI_{AHP2-level}$  の値とそれぞれ CI 値の平方根をとった値を被験者別に並べた結果を以下の図 5.1~5.4 に示す。

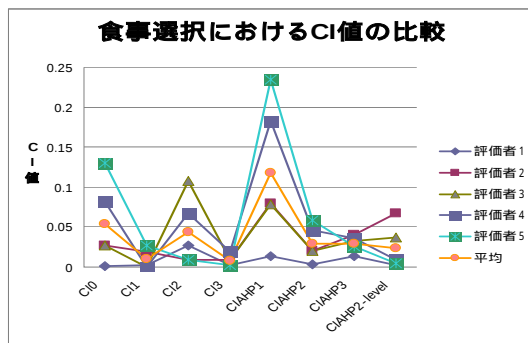


図 5.1 食事選択における CI 値の比較

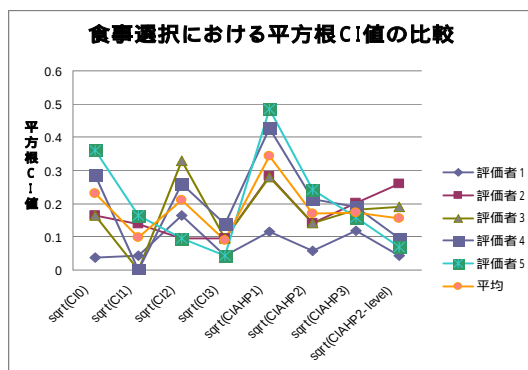


図 5.2 食事選択における平方根 CI 値の比較

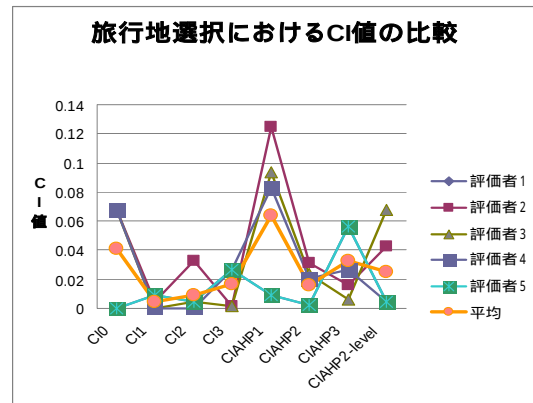


図 5.3 旅行地選択における CI 値の比較

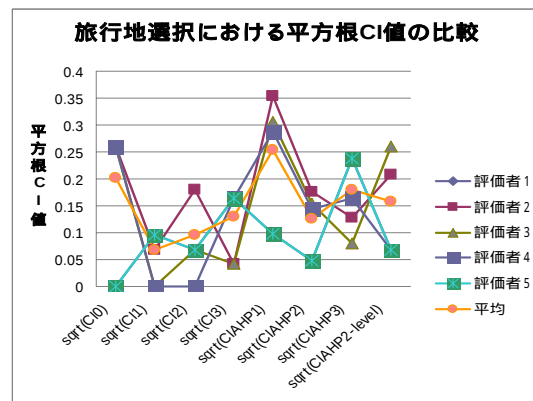


図 5.4 旅行地選択における平方根 CI 値の比較

図 5.1 ~ 図 5.4 の結果より、被験者によっては 3 層モデルの全体整合度  $CI_{AHP}$  と縮退 2 層モデルの全体整合度  $CI_{AHP2-level}$  の数値にやや大きな開きがでているものもあるが、平均をとってみるとそれぞれの全体整合度の値が近い数値をとっていることがわかる。詳しくは、 $CI_{AHP2}$ 、 $CI_{AHP3}$  と  $CI_{AHP2-level}$  同士が比較的近い値である。 $CI_{AHP1}$  は他の CI 値とかい離気味である。被験者毎ではなく被験者の要素数が増えていくと、平均的に見て縮退 2 層モデルの整合度が原 3 層モデルに近い整合性をとるのではないかと考えられる。

## 6 考察

原3層モデルでの全体整合度  $CI_{AHP}$  と縮退2層モデルでの全体整合度  $CI_{AHP2-level}$  において、全被験者平均としてみる場合にはとても近い数値を実験的に得ることができたが、それぞれ各被験者毎にみた場合、特に海外旅行地選択における全体整合度に、大きな開きがでている。考えられる理由としては、今回の被験者は全員が学生であったために、「経済性」という評価基準を考えたとき、非常に大きな重要度を持っている。しかし、縮退2層モデルでは、「経済性」という評価基準を考えないために、現実的ではなく、評価者自身の希望的な要素が強く含まれているのではないかと推測する。但し、縮退2層モデルの一对比較実験でも、間接的に「経済性」項目を考慮する点に留意はしている。より一般的なデータを得るのであれば、評価者を学生だけでなく、社会人を対象にデータを収集することで「経済性」という評価基準に偏ることなくAHPを行えるのではないだろうか。

また、今回の実験では具体的な国を代替案としてあげたわけだが、代替案として選ぶ国によっても、一对比較の行いやすさ、また一对比較によって生じる整合度が変わってきてしまうことが考えられ、評価基準だけでなく、代替案の選出にも気を配らなければならない。

## 7 おわりに

原3層モデルのAHPを縮退2層モデルとして扱うことで、本来評価者が行わなければならない一对比較の回数を大幅に減らすことができるが、現段階ではそれぞれのモデルの全体整合度が安定していない。「評価基準」と代替案の選び方によってデータが左右されてしまうので、どのように「評価基準」と「代替案」を選ぶべきか、ということについても今後も研究を続けていきたい。

本来ならば（幾何平均仮説：縮退2層モデルにおいて、原3層モデルの評価基準毎の一对比較行

列の評価基準重み幾何平均の直接代替案間一对比較行列が採用されていれば）、理論上は  $CI_{AHP}$  と  $CI_{AHP2-level}$  は一致するはずであるが、実験結果からは必ずしも一致しているとはいえないケースも見られる。これは、縮退2層モデルにおいて必ずしも「幾何平均仮説」に従った一对比較・意思決定が行われていないからと考えられる。この点の検証も今後の課題である。

## 参考文献

- [1] 篠原正明、大澤慶吉、篠原健：「AHPにおける個別整合度と全体整合度」、日本オペレーションズ・リサーチ学会 2006 年秋季研究発表会論文集、2-D-6、pp.242-243(2006.9)
- [2] Masaaki Shinohara and Keikichi Osawa：「Consistency measure for the whole AHP decision making hierarchy」 pp. 461/1-9, Proceedings of ISAHp2007, Vina del Mar, Chile, August 2-6, 2007.
- [3] 槍崎将之、宇田川美紀、大澤慶吉、篠原正明：「意思決定全体の整合性指標 — CINSISTENCY INDEX FOR THE WHOLE DECISION MAKING —」 pp.102-105, Proceeding of DEA Symposium 2007, Osaka University, February 19-20, 2007.
- [4] 宇田川 美紀：「意思決定全体の整合度を評価する AHP」 平成 18 年度卒業論文(2007)