

AHPにおける意思決定全体の整合性の測定

日大生産工(学部) ○田中 麻衣子
日大生産工 篠原 正明

1. はじめに

AHPでは問題に対して、各要素間で一対比較を行い、そこで得たデータを計算し問題の解決を図る。目標から評価基準間(あるいは各評価基準から代替案)の選好度合の論理的整合性の尺度の1つとして $CI = (\lambda_{\max} - n)/(n - 1)$ で定義される *SaatyCI* がある。

本研究では、「目標 - 評価基準 - 代替案から構成される3階層AHP」の個別整合度と「目標 - 代替案で構成される2階層AHP」の(全体)整合度を測定し、個別整合度と全体整合度の関係について考察する。

2. 3階層AHPと2階層AHP

図1に「目標 - 評価基準(M個) - 代替案(N個)」の3階層AHP、図2に「目標 - 代替案(N個)」の2階層AHPを示す。個別整合度 CI_0 、 $CI_i (i = 1, \dots, M)$ 、2階層一対比較の整合度 $CI_{2-level}$ 、その他関係諸量を以下で定義する CI_0 ; 目標達成の視点から各評価基準相互の一対比較を行った際の整合度、 $A(0)$ についての整合度

CI_i ; 評価基準 $i (i = 1, \dots, M)$ の視点から各代替案相互の一対比較を行った際の整合度、 $A(i)$ についての整合度

w_i ; 評価基準 i の優先ウェイト ($i = 1, \dots, M$) (ただし、 $\sum w_i = 1$)

$A(0) = \{a_{kl}(0)\}$; 目標達成の視点から各評価基準相互の一対比較行列を行った際の $M \times M$ 一対比較行列

$A(i) = \{a_{kl}(i)\}$; 評価基準 $i (i = 1, \dots, M)$ の視点から各代替案相互間の $N \times N$ 一対比較行列

$P = \{p_{kl}\}$; 2階層AHPにおいて目標からN個の代替案を一対比較する際の $N \times N$ の等価一対比較行列

$CI_{2-level}$; $P = \{p_{kl}\}$ についての整合度

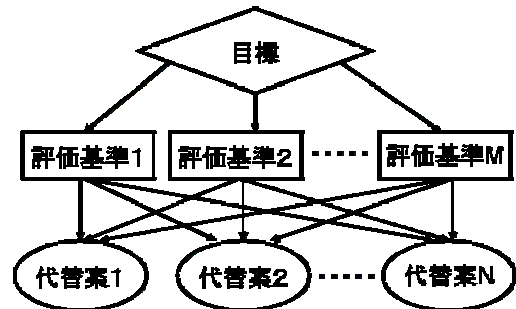


図1 3階層AHP

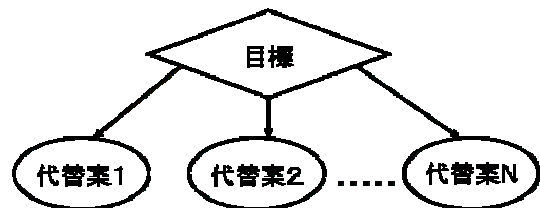


図2 2階層AHP

3. 全体整合度と個別整合度の関係

全体整合度 $CI_{2-level}$ と個別整合度

$CI_i (i = 1, \dots, M)$ の間に代替案数 $N = 3$ の場合には、以下の関係式が近似的にはあるが成立する(文献(2))。

$$\sqrt{CI_{2-level}} = \sum_{k=1}^M w_k \sqrt{CI_k} \quad (1)$$

また、文献(1)の CI に関するトポロジー公式を用いると以下の式が成立する。

$$CI_i = \frac{1}{2} \left(e_i + \frac{1}{e_i} \right) - 1 \quad (2)$$

$$CI_{2-level} = \frac{1}{2} \left(e_p + \frac{1}{e_p} \right) - 1 \quad (3)$$

$$e_i = (a_{12}(i)a_{23}(i)a_{31}(i))^{\frac{1}{3}}, i = 1, \dots, M \quad (4)$$

$$e_p = (p_{12}p_{23}p_{31})^{\frac{1}{3}} \quad (5)$$

4. 旅行地選定のAHP

図3に旅行地の選定を目的とする3段階AHPの階層図、図4に2段階AHPの階層図を示す

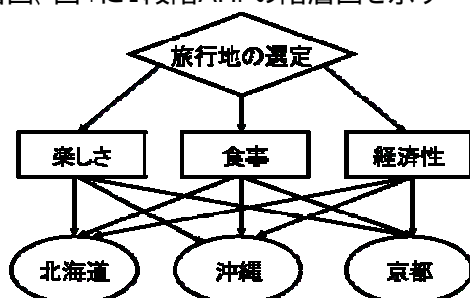


図3 旅行地の選定における3階層AHP階層図

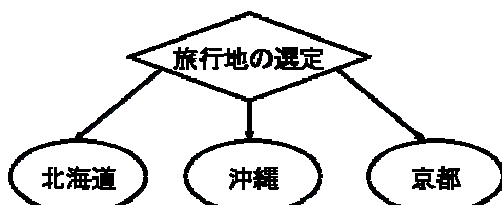


図4 旅行地の選定における2階層AHP階層図

今回、日本大学生産工学部の学生10人にアンケートを行った。

5. 結果

アンケートによって得られたデータをMicrosoft Excel表計算を用いてAHP計算を行った。

ここでは、各ウェイトの計算結果を表1に、各整合度 CI の計算結果を表2にまとめる。

表1 ウェイトの計算結果

評価基準優先ウェイト	楽しさ	食事	経済性
	0.730645	0.188394	0.080961
	0.1692	0.387371	0.443429
	0.657071	0.146622	0.196307
	0.20212	0.700711	0.097169
	0.104729	0.258285	0.636986
	0.280833	0.13501	0.584156
	0.32748	0.259921	0.412599
	0.650648	0.222518	0.126834
	0.062941	0.265433	0.671625
	0.209844	0.240211	0.549946

AHP計算ウェイト	北海道	京都	沖縄
	0.670745	0.144023	0.185232
	0.335982	0.439816	0.224202
	0.256613	0.330949	0.412438
	0.537514	0.329766	0.13272
	0.381515	0.370262	0.248223
	0.327137	0.381831	0.291032
	0.356112	0.321944	0.321944
	0.319673	0.152749	0.527578
	0.367775	0.380167	0.252058
	0.483418	0.29825	0.218332

表2 整合度 CI の計算結果

CI_0	0.032444	0.009147	0.081617	0.067805	0.019256
CI_1	0.012298	0.004601	0.067805	0	0.067805
CI_2	0.032444	0.026811	0.026811	0.019256	0
CI_3	0	0	0	0.067805	0.067805
$CI_{2-level}$	0.007076	0.009147	0.019256	0.067805	0.019256
$\sqrt{CI_{2-level}}$	0.084119	0.095642	0.138764	0.260395	0.138764
$(\sum w_k \sqrt{CI_k})$	0.114958	0.074906	0.195106	0.122536	0.193139
誤差	0.03084	0.020736	0.056341	0.137859	0.054374
					平均
0.067805	0.108681	0.14739	0.014532	0.009147	0.055782
0.067805	0	0.067805	0.019256	0.026811	0.033419
0	0	0	0.032444	0.009147	0.014691
0	0.108681	0	0.014532	0.009147	0.026797
0	0	0.032444	0.04015	0.004601	0.019973
0	0	0.180122	0.200374	0.06783	0.116601
0.073127	0.136021	0.169425	0.137508	0.10993	0.132666
0.073127	0.136021	0.010696	0.062867	0.04210	0.062496

6. 考察

アンケートの計算結果を3章(1)の関係式に当

てはめ、 $\sqrt{CI_{2-level}}$ と $\sum_{k=1}^M w_k \sqrt{CI_k}$ 、ならびに

その誤差を計測すると、5章の表2の結果が得られる。誤差の平均も $\Delta = 0.062496$ となる。すなわち、 CI 値間の誤差は近似的に $2 \times \Delta \times \sqrt{CI}$ 値程度となる。このことから、3章(1)の関係式の妥当性が示された。

また、今回のデータから得た整合度は通常のAHP計算の整合性の判断の基準を用い、0.1未満であれば整合性があると考えている。

7. おわりに

今後の研究では、さらに標本数を多く取り、また、AHPの概念を知らない人からもアンケートをとり、客観性を持ったデータで検証しようと思う。さらに、旅行地選定のAHP例だけでなく別の例でも検証し、一般化しようと思う。

また、関係式と CI_0 との関連性や、関係式内の値のありかたについて調べていきたいと思う。

8. 参考文献

- [1] 篠原正明, 篠原健: 「Saaty整合度 CI についての考察」、日本大学生産工学部数理情報部会第38回学術講演論文集pp.85-88(2006.12)
- [2] 篠原正明, 大澤慶吉, 篠原健: 「AHPにおける個別整合度と全体整合度」、日本オペレーションズリサーチ学会2006年秋季研究発表会論文集、pp.242-243(2006.9)