

ネットオークションのゲーム理論的分析

日大生産工(院) ○鈴木 伸典
日大生産工 篠原 正明

1 まえがき

ネットオークションにおける入札行動をゲーム理論的視点より分析する。詳しくは、文献(3)、日本経済新聞2006年11月27日の「やさしい経済学」より抜き出した利得表を反復法と実現可能集合との2つの視点から分析した結果を報告する。

2 非零和非協力2人3×3行列ゲーム

分析する利得表は以下の2つで、オークションを例に作成した2人3×3行列の利得表である。

表1: 理性的な入札と利得				
入札額		買い手B		
		0(8.5)	1(7.4)	2(7)
買い手A	0(8)	0, -1	0.6, 0	1, 0
	1(7.5)	0, -0.5	0.6, 0	1, 0
	2(7)	0, 0	0, 0	0.5, 0

表2: 嫌がらせ入札と利得				
入札額		買い手B		
		0(8.5)	1(7.4)	2(7)
買い手A	0(8)	0.5, -1	0.6, 0.2	1, 0
	1(7.5)	0.25, -0.5	0.6, 0.2	1, 0
	2(7)	0, 0	0, 0	0.5, 0

表1は、落札者が次点の人の提示した入札額で商品を購入する第二価格入札の利得表。この商品に対する評価額は買い手A(以下A)が8万、買い手B(以下B)が7万である。この入札で次点の人は、その気になれば高めの額を入札して勝者の純利得(評価額-購入額)を削ることができる。同じ負けるにしても留飲を下げられるという「嫌がらせ入札」による精神的利得(勝者の純利得の減少額の半分を、留飲を下げた満足による自分の利得と計算)を考慮したのが表2である。対して表1を「理性的な入札」と呼ぶ。またA、Bの戦略を0、1、2と表現する。例えば、Aが8万の入札を行った場合を、戦略0を選択したと表現する。

3 反復法

今回は反復法の一つである同時法、文献(1)を用いた。同時法とはすべての行動主体が同時に行動し、利得を考える方法である。表1と表2の分析をするにあたって、記事に載っている時点で均衡点は明らかになっており、表1の(0,1)、(0,2)、(1,1)、(1,2)、(2,0)、表2の(0,1)、(1,1)、以上の組み合わせが均衡点だと示されている。表3、表4の網掛けのセルの部分が均衡点である。

表3: 表1の利得行列の均衡点				
入札額		買い手B		
		0(8.5)	1(7.4)	2(7)
買い手A	0(8)	0, -1	0.6, 0	1, 0
	1(7.5)	0, -0.5	0.6, 0	1, 0
	2(7)	0, 0	0, 0	0.5, 0

表4: 表2の利得行列の均衡点				
入札額		買い手B		
		0(8.5)	1(7.4)	2(7)
買い手A	0(8)	0.5, -1	0.6, 0.2	1, 0
	1(7.5)	0.25, -0.5	0.6, 0.2	1, 0
	2(7)	0, 0	0, 0	0.5, 0

今回ExcelのIF関数を用いて表1、表2の値を用いて100回の計算を繰り返す。IF関数に用いる条件を決定する際には、「理性的な入札」と「嫌がらせ入札」というそれぞれのテーマに沿って決めることとする。

<表1に対する分析>

初めに例として表5の様にA、Bに初期戦略(初期値)をそれぞれ0,1を与え、戦略に対応する利得を入力。次の戦略は前の利得の結果から最も大きな利得の戦略を選ぶ。さらに、選択された戦略によって得られた利得を前の利得に+していく。また戦略を選択する際「理性的な入札」より、同じ利得の場合は安い入札額の戦略を選択する。

Game Theoretical Analysis of Internet Auction Bidding

Shinsuke SUZUKI and Masaaki SHINOHARA

表5: Excelによる表1に対する同時法の初期設定								
回数	Aの戦略	Aの利得			Bの戦略	Bの利得		
		0	1	2		0	1	2
1	0	0.6	0.6	0	1	-1	0	0

これを100回繰り返してA、Bが0～2の内それぞれどの戦略を最も多く選択するかを確かめ、それを表6に表した。

表6: 選択された戦略の割合		
	Aの割合	Bの割合
0の割合	0.01	0
1の割合	0.99	0.01
2の割合	0	0.99

この結果を見ると、初期値以外はAが戦略1、Bが戦略2を選択していることが分かる。つまり表1の(1,2)の組み合わせが利得行列の均衡点となる。またこれは、はじめに示された均衡点の1つである。

続いてその他の均衡点を確かめるために、全ての組み合わせの初期値について同じようにExcelで、選択される戦略の割合を確かめた。その結果、すべての初期値の組み合わせで(1,2)が均衡点となり、表3に示される様なその他の均衡点を導くことができなかった。

<表2に対する分析>

まず、表1の時と同様表7のようにA、Bに初期戦略をそれぞれ0,1を与え、戦略に対応する利得を入力。次の戦略は前の利得の結果から選択する戦略を選ぶ。表2は嫌がらせ入札なので同じ利得の時は、わざと高い入札額を選択する。

表7: Excelによる表2に対する同時法の初期設定								
回数	Aの戦略	Aの利得			Bの戦略	Bの利得		
		0	1	2		0	1	2
1	0	0.6	0.6	0	1	-1	0.2	0

これを100回繰り返して選択される戦略の割合を確かめる。割合の結果が表8である。

表8: 選択された戦略の割合		
	Aの割合	Bの割合
0の割合	1.00	0
1の割合	0	1.00
2の割合	0	0

この結果は表2の(0,1)の組み合わせが均衡点だと示しており、はじめに示された均衡点の1つである。

続いてその他の均衡点を確かめるために、全ての組み合わせの初期値について、同じようにExcelで選択される戦略の割合を確かめた。その結果、すべての初期値の組み合わせで(0,1)が均衡点となり、表4に示される様な

その他の均衡点を導くことができなかった。

4 実現可能領域

Aの戦略xとBの戦略yが与えられたときに期待利得vのとり空間を実現可能集合、文献(2)と呼び、それを図示する表計算を作成する。

xとyはExcelのRand関数によってランダムに乱数を生成したもので、それを正規化した後、グラフ表示機能を用いて図示することにより、実現可能集合を表示する。

買い手Aの利得行列: $A = (a_{ij})$

買い手Bの利得行列: $B = (b_{ij})$

買い手Aの期待利得は

$$v_1 = x^T A y = (x_1, x_2, x_3) \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}$$

$$= a_{11}x_1y_1 + a_{12}x_1y_2 + a_{13}x_1y_3 + a_{21}x_2y_1 + a_{22}x_2y_2 + a_{23}x_2y_3 + a_{31}x_3y_1 + a_{32}x_3y_2 + a_{33}x_3y_3$$

となる。また、買い手Bの期待利得は

$$v_2 = x^T B y = (x_1, x_2, x_3) \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}$$

$$= b_{11}x_1y_1 + b_{12}x_1y_2 + b_{13}x_1y_3 + b_{21}x_2y_1 + b_{22}x_2y_2 + b_{23}x_2y_3 + b_{31}x_3y_1 + b_{32}x_3y_2 + b_{33}x_3y_3$$

となる。ここで、 x_i はA君が第i戦略を混合戦略としてとる確率で、 y_j はB君が第j戦略を混合戦略としてとる確率である。x、yの値は、乱数を総和=1となるように正規化した。

<表1に対する分析>

A、Bそれぞれの利得を個別に表す。表1のAの利得が表9、Bの利得が表10である。表9、表10の左一列と上1行はA、Bの選択する戦略である。

表9: 利得行列のAの値			
	0	1	2
0	0	0.6	1
1	0	0.6	1
2	0	0	0.5

表10: 利得行列のBの値			
	0	1	2
0	-1	0	0
1	-0.5	0	0
2	0	0	0

ここで、例えばx1を正規化したものを以後X1、y1を正規化したものをY1と書く。例としてv1の1つ目を計算すると表5、つまりAの値を用いて

$$v1 = X1*Y1*0 + X1*Y2*0.6 + X1*Y3*1 + X2*Y1*0 + X2*Y2*0.6 + X2*Y3*1 + X3*Y1*0 + X3*Y2*0 + X3*Y3*0.5$$

となる。これと同様にv2の計算を行って、それぞれ1000回ずつ、ほぼ全て違う乱数を用いて繰り返した。

以上のように乱数を作成、乱数の正規化、それと利得行列の値とで期待利得を求める。この作業を1000通り行い求めた期待利得のプロット図が図1である。縦軸がv2、横軸の値がv1となっている。

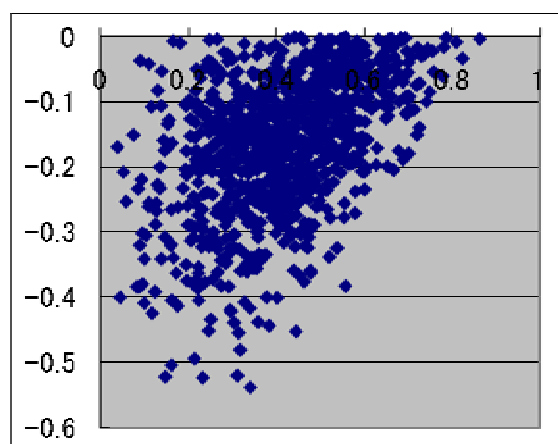


図1：理性的入札の期待利得のプロット図

<表2に対する分析>

利得行列の値が変わるだけで作業は全て表1の分析と同様の方法を取る。

表11: 利得行列のAの値			
	0	1	2
0	0.5	0.6	1
1	0.25	0.6	1
2	0	0	0.5

表12: 利得行列のBの値			
	0	1	2
0	-1	0.2	0
1	-0.5	0.2	0
2	0	0	0

表1と同様の作業の結果による期待利得のプロット図が図2である。これも縦軸がv2、横軸の値がv1となっている。

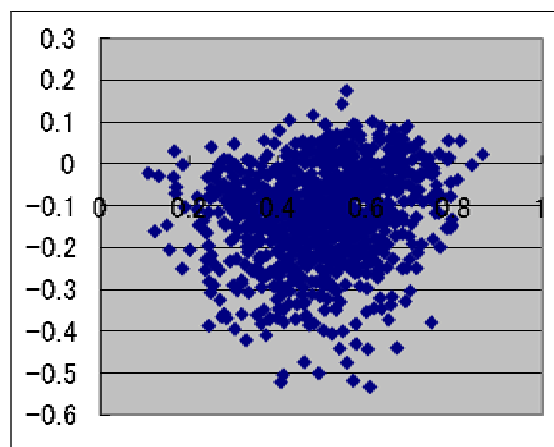


図2：嫌がらせ入札の期待利得のプロット図

同じ乱数を使用して実験し、二つのプロット図を比べ、形のみを見ると大体の形は同じと言えなくもないが、利得の値の変化の少なさに比べるとプロットの塊の中心の位置が大分変化したと言える。最も大きな違いは「嫌がらせ入札」でのv2に一の値があることである。

5 まとめ

ネットオークションの入札行動を非零和非協力2人3×3行列ゲームとしてモデル化し(2章)、反復法による均衡点の求解(3章)、実現可能域の特定による問題の把握(4章)を行った。今後の課題としては、反復法による均衡点を導くための方法を検討することである。例えば、時間がたつと1つ前までの利得が利子として一定の割合で減少していく割引率を取り入れたり、戦略を細かくするなどの工夫が必要である。

「参考文献」

- 1) 竹林 大佑, 平成18年度 卒業研究論文 非零和行列ゲームの反復解法の表計算(2006)
- 2) 五味 佑司, 平成18年度 卒業研究論文 非零和行列ゲームの期待利得値実現可能集合空間の表計算(2006)
- 3) 日本経済新聞の「やさしい経済学」(2006,11,27)

付録

付表 1

Excelによる理性的な入札に対しての同時法

回数	Aの戦略	Aの利得			Bの戦略	Bの利得		
		0	1	2		0	1	2
1	0	0.6	0.6	0	1	-1	0	0
2	1	1.6	1.6	0.5	2	-1.5	0	0
3	1	2.6	2.6	1	2	-2	0	0
4	1	3.6	3.6	1.5	2	-2.5	0	0
5	1	4.6	4.6	2	2	-3	0	0
6	1	5.6	5.6	2.5	2	-3.5	0	0
7	1	6.6	6.6	3	2	-4	0	0
8	1	7.6	7.6	3.5	2	-4.5	0	0
9	1	8.6	8.6	4	2	-5	0	0
10	1	9.6	9.6	4.5	2	-5.5	0	0
11	1	10.6	10.6	5	2	-6	0	0
12	1	11.6	11.6	5.5	2	-6.5	0	0
13	1	12.6	12.6	6	2	-7	0	0
14	1	13.6	13.6	6.5	2	-7.5	0	0
15	1	14.6	14.6	7	2	-8	0	0
16	1	15.6	15.6	7.5	2	-8.5	0	0
17	1	16.6	16.6	8	2	-9	0	0
18	1	17.6	17.6	8.5	2	-9.5	0	0
19	1	18.6	18.6	9	2	-10	0	0
20	1	19.6	19.6	9.5	2	-10.5	0	0
21	1	20.6	20.6	10	2	-11	0	0
22	1	21.6	21.6	10.5	2	-11.5	0	0
23	1	22.6	22.6	11	2	-12	0	0
24	1	23.6	23.6	11.5	2	-12.5	0	0
25	1	24.6	24.6	12	2	-13	0	0
26	1	25.6	25.6	12.5	2	-13.5	0	0
27	1	26.6	26.6	13	2	-14	0	0
28	1	27.6	27.6	13.5	2	-14.5	0	0
29	1	28.6	28.6	14	2	-15	0	0
30	1	29.6	29.6	14.5	2	-15.5	0	0
31	1	30.6	30.6	15	2	-16	0	0
32	1	31.6	31.6	15.5	2	-16.5	0	0
33	1	32.6	32.6	16	2	-17	0	0
34	1	33.6	33.6	16.5	2	-17.5	0	0
35	1	34.6	34.6	17	2	-18	0	0
36	1	35.6	35.6	17.5	2	-18.5	0	0
37	1	36.6	36.6	18	2	-19	0	0
38	1	37.6	37.6	18.5	2	-19.5	0	0
39	1	38.6	38.6	19	2	-20	0	0
40	1	39.6	39.6	19.5	2	-20.5	0	0
41	1	40.6	40.6	20	2	-21	0	0
42	1	41.6	41.6	20.5	2	-21.5	0	0
43	1	42.6	42.6	21	2	-22	0	0
44	1	43.6	43.6	21.5	2	-22.5	0	0
45	1	44.6	44.6	22	2	-23	0	0
46	1	45.6	45.6	22.5	2	-23.5	0	0
47	1	46.6	46.6	23	2	-24	0	0
48	1	47.6	47.6	23.5	2	-24.5	0	0
49	1	48.6	48.6	24	2	-25	0	0
50	1	49.6	49.6	24.5	2	-25.5	0	0
51	1	50.6	50.6	25	2	-26	0	0
52	1	51.6	51.6	25.5	2	-26.5	0	0
53	1	52.6	52.6	26	2	-27	0	0
54	1	53.6	53.6	26.5	2	-27.5	0	0
55	1	54.6	54.6	27	2	-28	0	0
56	1	55.6	55.6	27.5	2	-28.5	0	0
57	1	56.6	56.6	28	2	-29	0	0
58	1	57.6	57.6	28.5	2	-29.5	0	0
59	1	58.6	58.6	29	2	-30	0	0
60	1	59.6	59.6	29.5	2	-30.5	0	0



100	1	99.6	99.6	49.5	2	-51	0	0
-----	---	------	------	------	---	-----	---	---

付表 2

Excelによる嫌がらせ入札に対しての同時法

回数	Aの戦略	Aの利得			Bの戦略	Bの利得		
		0	1	2		0	1	2
1	0	0.6	0.6	0	1	-1	0.2	0
2	0	1.2	1.2	0	1	-2	0.4	0
3	0	1.8	1.8	0	1	-3	0.6	0
4	0	2.4	2.4	0	1	-4	0.8	0
5	0	3	3	0	1	-5	1	0
6	0	3.6	3.6	0	1	-6	1.2	0
7	0	4.2	4.2	0	1	-7	1.4	0
8	0	4.8	4.8	0	1	-8	1.6	0
9	0	5.4	5.4	0	1	-9	1.8	0
10	0	6	6	0	1	-10	2	0
11	0	6.6	6.6	0	1	-11	2.2	0
12	0	7.2	7.2	0	1	-12	2.4	0
13	0	7.8	7.8	0	1	-13	2.6	0
14	0	8.4	8.4	0	1	-14	2.8	0
15	0	9	9	0	1	-15	3	0
16	0	9.6	9.6	0	1	-16	3.2	0
17	0	10.2	10.2	0	1	-17	3.4	0
18	0	10.8	10.8	0	1	-18	3.6	0
19	0	11.4	11.4	0	1	-19	3.8	0
20	0	12	12	0	1	-20	4	0
21	0	12.6	12.6	0	1	-21	4.2	0
22	0	13.2	13.2	0	1	-22	4.4	0
23	0	13.8	13.8	0	1	-23	4.6	0
24	0	14.4	14.4	0	1	-24	4.8	0
25	0	15	15	0	1	-25	5	0
26	0	15.6	15.6	0	1	-26	5.2	0
27	0	16.2	16.2	0	1	-27	5.4	0
28	0	16.8	16.8	0	1	-28	5.6	0
29	0	17.4	17.4	0	1	-29	5.8	0
30	0	18	18	0	1	-30	6	0
31	0	18.6	18.6	0	1	-31	6.2	0
32	0	19.2	19.2	0	1	-32	6.4	0
33	0	19.8	19.8	0	1	-33	6.6	0
34	0	20.4	20.4	0	1	-34	6.8	0
35	0	21	21	0	1	-35	7	0
36	0	21.6	21.6	0	1	-36	7.2	0
37	0	22.2	22.2	0	1	-37	7.4	0
38	0	22.8	22.8	0	1	-38	7.6	0
39	0	23.4	23.4	0	1	-39	7.8	0
40	0	24	24	0	1	-40	8	0
41	0	24.6	24.6	0	1	-41	8.2	0
42	0	25.2	25.2	0	1	-42	8.4	0
43	0	25.8	25.8	0	1	-43	8.6	0
44	0	26.4	26.4	0	1	-44	8.8	0
45	0	27	27	0	1	-45	9	0
46	0	27.6	27.6	0	1	-46	9.2	0
47	0	28.2	28.2	0	1	-47	9.4	0
48	0	28.8	28.8	0	1	-48	9.6	0
49	0	29.4	29.4	0	1	-49	9.8	0
50	0	30	30	0	1	-50	10	0
51	0	30.6	30.6	0	1	-51	10.2	0
52	0	31.2	31.2	0	1	-52	10.4	0
53	0	31.8	31.8	0	1	-53	10.6	0
54	0	32.4	32.4	0	1	-54	10.8	0
55	0	33	33	0	1	-55	11	0
56	0	33.6	33.6	0	1	-56	11.2	0
57	0	34.2	34.2	0	1	-57	11.4	0
58	0	34.8	34.8	0	1	-58	11.6	0
59	0	35.4	35.4	0	1	-59	11.8	0
60	0	36	36	0	1	-60	12	0



100	0	60	60	0	1	-100	20	0
-----	---	----	----	---	---	------	----	---