

点荷重を受ける半無限コンクリート床版の 最適舗装厚さに関する研究

川上建材(株) ○川上 真希子 日大生産工 今野 誠 ケイコン(株) 長谷川 光弘
日大生産工 清水 健介 日大生産工 木田 哲量
日大生産工 加藤 清志 浅野工専 加藤 直樹

1 はじめに

飛行場滑走路や高速道路舗装に使用されている半無限ばりの解析は、従来は沈下のみを検討していたが、端の浮き上がりが問題となっているのが現状である。そこで本研究では、半無限舗装版に車輪型点荷重を受ける場合の応力解析にあたり、目地なし半無限版、目地あり半無限版を想定し、たわみ、曲げモーメント、地盤反力係数等の相関関係を総合的に考察し、配筋設計上についての指針を明らかにするものである。本報ではとくにに力点を置き、Case Studyにより断面高さと地盤反力係数を変数とした曲げモーメントおよびたわみ分布を考察し、半無限コンクリート床版の最適舗装厚さを検討するものである。

2 集中荷重を受ける弾性床上の半無限ばり

2.1 一般式の誘導

はりの長さは半無限大、断面は一定、点荷重を P とするときのはりの曲げモーメント M と載荷点でのモーメント M_0 とたわみ y_0 を求める¹⁾。

弾性床上の半無限ばりのたわみ y の微分方程式は、はりの単位長さあたりの反力を Ky とすると式(1)で与えられ、その一般解は式(2)となる。

$$EI \frac{d^4 y}{dx^4} = -Ky, \left(\beta^4 \equiv \frac{K}{4EI} \right) \quad (1)$$

ここに、 K : 地盤支持力係数、 y : たわみ、 E : ヤング率、 I : 断面二次モーメント

よって、一般解は

$$y = \exp(\beta x) (A \cos \beta x + B \sin \beta x) + \exp(-\beta x) (C \cos \beta x + D \sin \beta x) \quad (2)$$

地盤支持反力は載荷点に対し、左右対称、 $x \rightarrow \infty$ で、 $y=0$ 、 $M=0$ に対し $A=B=0$ かつ、 $C=D$ となるので、式(2)は右座標に対し、式(2)'となる。

$$y = C \exp(-\beta x) (\cos \beta x + \sin \beta x) \quad (2)'$$

また、はりの載荷点のせん断力 Q は式(3)となる。

$$Q = EI \frac{d^3 y}{dx^3} \equiv -\frac{P}{2} \quad (3)$$

よって、たわみ y は式(4)となる。

$$y = -\frac{P}{8\beta^3 EI} \exp(-\beta x) (\cos \beta x + \sin \beta x) \quad (4)$$

次に、任意断面での曲げモーメント M は、式(2)'、(3)より式(5)となり、載荷点下の最大たわみ y_0 は式(4)に $x=0$ を代入すると式(6)となる。

$$M = EI y'' = -\frac{P}{4\beta} \exp(-\beta x) (\sin \beta x - \cos \beta x) \quad (5)$$

$$y_0 = -\frac{P\beta}{2K} \quad (6)$$

さらに、同上の最大曲げモーメント M_0 は式(5)に $x=0$ を代入すると、式(7)となる。

$$M_0 = \frac{P}{4\beta} \quad (7)$$

2.2 Case Study

2.2.1 準備計算

Fig.1に示すように、断面幅 $B=80\text{m}$ 、断面高さ $H=500\text{mm}$ 、地盤反力係数 $K=K_{30}=0.5\text{N/mm}^3$ 、

Optimum Thickness of Semi-Infinite Concrete Slablike Pavement under Point Loading
by

Makiko KAWAKAMI, Makoto IMANO, Mitsuhiro HASEGAWA, Kensuke SHIMIZU,
Tetsukazu KIDA, Kiyoshi KATO and Naoki KATO

点荷重 $P=2P'=2\times1000\text{kN}=2000\text{kN}$ の場合の無筋スラブの諸元とすると以下となる。

$$I=BH^3/12=80\times10^3\times500^3/12=833\times10^9\text{mm}^4$$

$$f'_{ck}=40\text{N/mm}^2, E=E_c=31\times10^3\text{N/mm}^2$$

$$EI=31\times10^3\times833\times10^9=2.58\times10^{16}\text{N}\cdot\text{mm}^2$$

$$\beta=\sqrt[4]{\frac{K}{4EI}}=\sqrt[4]{\frac{0.5}{4\times2.58\times10^{16}}}=0.469\times10^{-4}\text{mm}$$

静的分布は式(8)、(9)となり、Fig.2の極値は次のとおりである。

$$y_0=-\frac{P\beta}{2K}=-\frac{2,000\times10^3\times0.469\times10^{-4}}{2\times0.5} \quad (8)$$

$$=-93.8\text{mm}$$

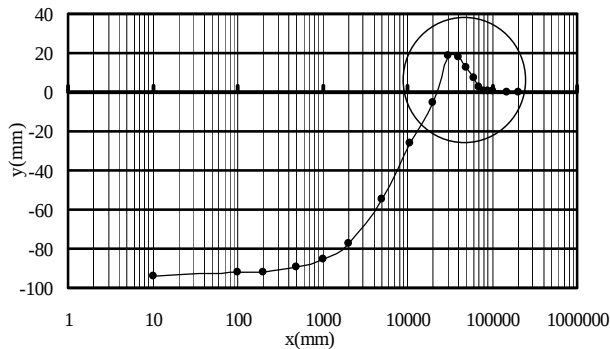


Fig. 2 たわみ分布

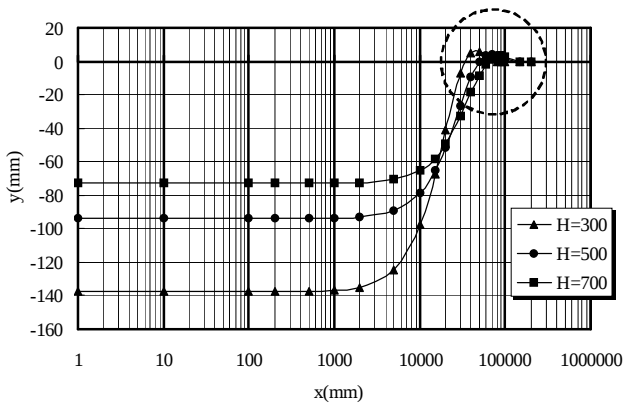


Fig. 3 断面高さを变化させた場合のたわみ分布(In case of $K=0.5\text{N/mm}^3$)

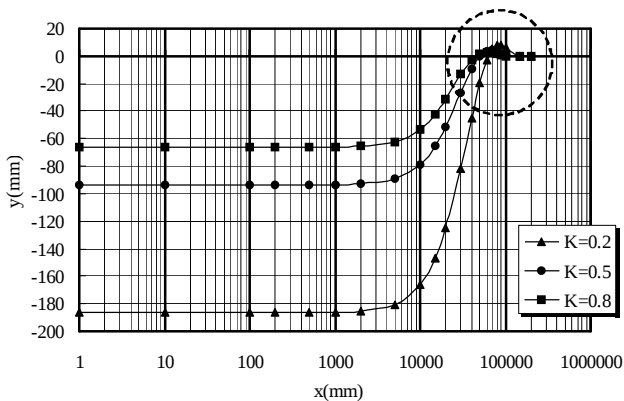


Fig. 4 地盤反力係数を变化させた場合のたわみ分布(In case of $H=500\text{mm}$)

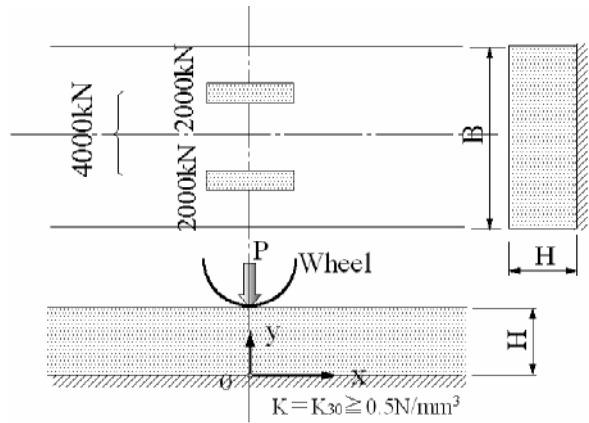


Fig. 1 無筋スラブ

$$M_0=\frac{P}{4\beta}=\frac{2,000\times10^3}{4\times0.469\times10^{-4}} \quad (9)$$

$$=10,661\times10^6\text{N}\cdot\text{mm}$$

2.2.2 たわみ分布

式(4)、(6)よりたわみ分布はFig.2となるが、Fig.2の丸印し部に注目すると、距離 $x=16\text{m}$ (15m) 以上で上端方向に跳ね上がる。よって、配筋は複鉄筋にする必要が見られ、また、正負の両振り繰り返し疲労損傷の対策をする必要があると考えられる。加えて、地盤の安定処理による地盤反力係数の増大が望まれる。

また、地盤反力係数を一定にして断面高さを变化させた場合のたわみ分布をFig.3に、断面高さを一定として地盤反力係数を变化させた場合のたわみ分布をFig.4にそれぞれ示し

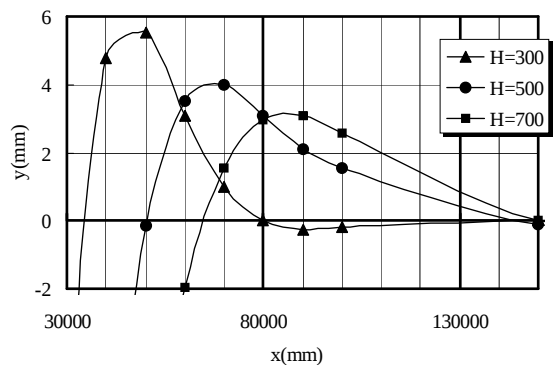


Fig. 5 Fig. 3の拡大図

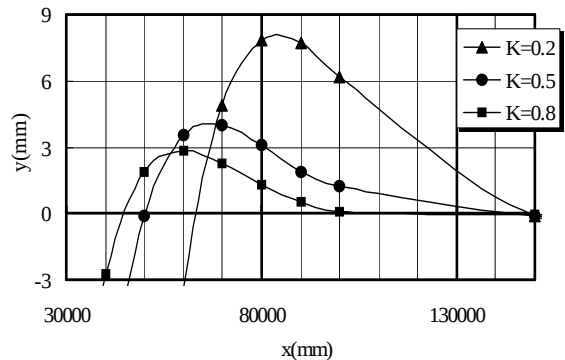


Fig. 6 Fig. 4の拡大図

た。さらに、Fig.3,4の点線丸印し部の拡大図をFig.5,6にそれぞれ示した。Fig.2から、載荷点(沈下約95mm)から2m以内では沈下たわみはほぼ一定で、それ以上ではそり上がりに向かい約30mで20mmもそり上がっている。Fig.3,4から、版厚が大きいものほど、また、地盤反力係数が大きいものほど沈下は小さいことがわかる。さらに、Fig.5,6は、版厚の小さいものほど、また、地盤反力係数が小さいものほどはね上がり量は大きいことを示している。

2.2.3 曲げモーメント分布

式(5)、(7)より曲げモーメント分布はFig.7となる。Fig.7より、滑走路進行方向±10mでは着地点とほぼ同程度の一様曲げモーメント

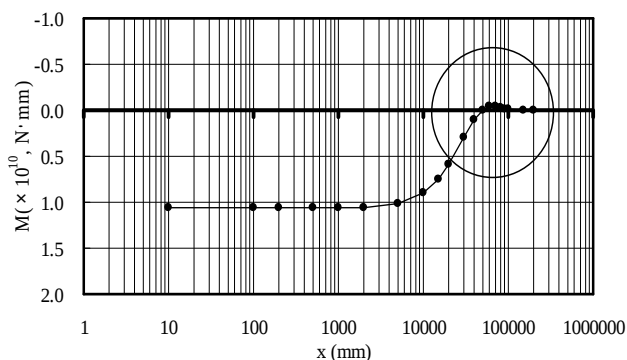


Fig.7 曲げモーメント分布

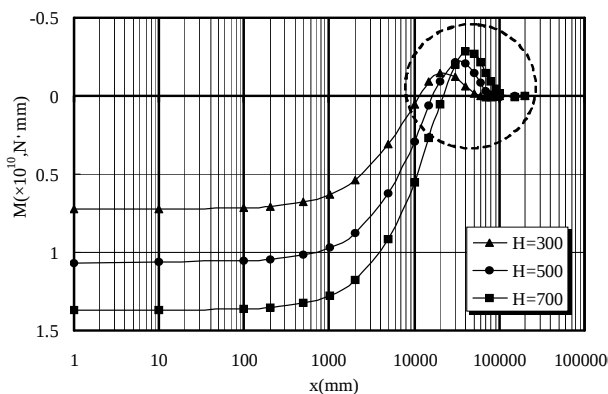


Fig.8 断面高さを变化させた場合の曲げモーメント分布(In case of $K=0.5\text{N/mm}^3$)

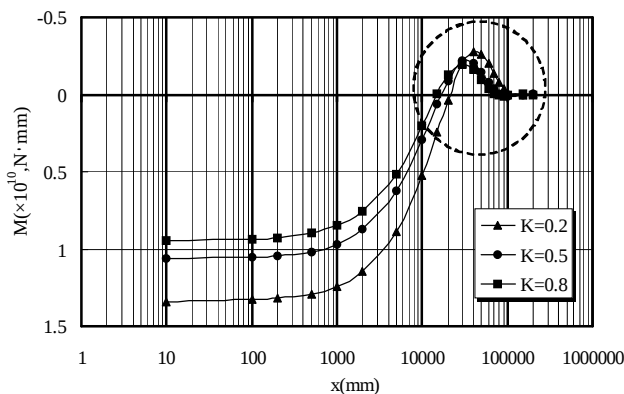


Fig.9 地盤反力係数を变化させた場合の曲げモーメント分布(In case of $H=500\text{mm}$)

Table 1 断面高さを变化させた場合のP-P応力度

In case of $K=0.5\text{N/mm}^3$		Max	Min	Range(N/mm^2)
H(mm)	300	0.727	-0.125	0.852
	500	1.066	-0.205	1.271
	700	1.372	-0.281	1.653

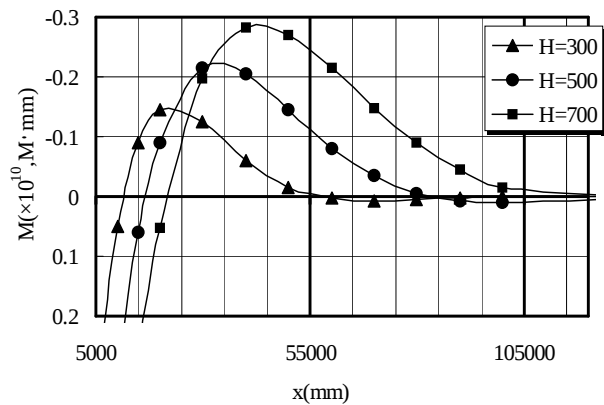


Fig.10 Fig.8の拡大図

Table 2 地盤反力係数を变化させた場合のP-P応力度

In case of $H=500\text{mm}$		Max	Min	Range(N/mm^2)
$K(\text{N/mm}^2)$	0.2	1.34	-0.277	1.617
	0.5	1.066	-0.205	1.271
	0.8	0.948	-0.197	1.145

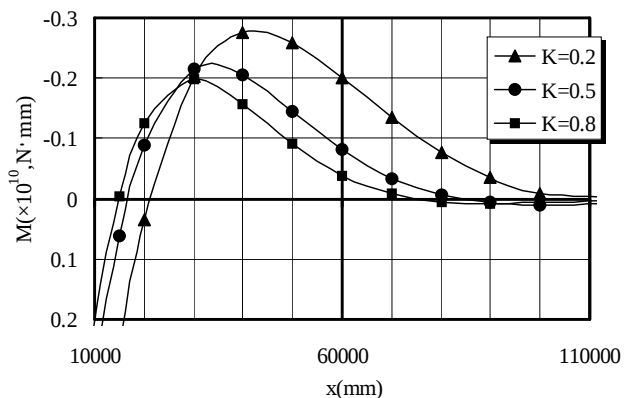


Fig.11 Fig.9の拡大図

が発生していることがわかる。この範囲外では急速に減衰し、一部ネガティブモーメントが発生する。従来の曲げモーメント分布図は、単一の逆釣鐘状であるが、本研究によれば正負交番型の減衰曲線となることを示している。また、地盤反力係数を一定にして断面高さを变化させた場合の曲げモーメント分布をFig.8に、断面高さを一定として地盤反力係数を变化させた場合の曲げモーメント分布をFig.9にそれぞれ示した。さらに、Fig.8,9の点線丸印し部の拡大図をFig.10,11に、応力度をTable 1,2にそれぞれ示した。

Fig.8,10より、版厚の増大とともに正負の曲げモーメントおよび応力振幅幅も増大してい

る。一方、Fig.9,11より、地盤反力係数の増大とともに曲げモーメントおよび応力振幅は縮小していることがわかる。この事実は衝撃エネルギーを舗装版で吸収するのか、地盤で吸収するのかを意味している。なお、最適版厚 H_{opt} は地盤の力学特性に支配され、式(10)のように与えられる。

$$M_0 = \frac{P}{4\beta} \text{より、} \beta = \frac{P}{4M_0} \equiv \sqrt[4]{\frac{K}{4EI}}$$

$$\frac{K}{4EI} = \left(\frac{P}{4M_0} \right)^4$$

$$I = \frac{K}{4E} \cdot \left(\frac{4M_0}{P} \right)^4 = \frac{BH^3}{12}$$

$$H^3 \equiv H_{opt} = \frac{3K}{BE} \left(\frac{4M_0}{P} \right)^4$$

$$\therefore H_{opt} = \left\{ \frac{3K}{BE} \left(\frac{4M_0}{P} \right)^4 \right\}^{1/3} \quad (10)$$

3 配筋方法の検討²⁾

曲げ応力度は次のようになる。

$$\sigma_c = \pm \frac{M}{W} = \pm \frac{M}{I} \times \frac{H}{2}$$

$$= \pm \frac{10,661 \times 10^6 \times 500}{833 \times 10^9 \times 2}$$

$$= \begin{cases} +3.2 \text{ N/mm}^2 < \sigma_{ca} = 14.0 \text{ N/mm}^2 ; \text{OK} \\ -3.20 \text{ N/mm}^2 < f_{bk} = -4.9 \text{ N/mm}^2 ; \text{OK} \end{cases}$$

ここに、

$$|f_{bk}| = 0.42 f'_{ck}{}^{2/3} = 0.42 \times 40 = 4.9 \text{ N/mm}^2$$

衝撃係数 $\alpha=2.0$ とすると、

$$\sigma_{ci} = \pm \alpha \sigma_c$$

$$= \pm 3.20 \times 2$$

$$= \pm 6.40 \text{ N/mm}^2 \begin{cases} < \sigma_{ca} = 14 \text{ N/mm}^2 ; \text{OK} \\ > \sigma_t = -4.9 \text{ N/mm}^2 ; \text{NG} \end{cases}$$

よって、配筋の必要がある。鉄筋量 A_s は次式で求める。

$$A_s = \frac{M_0}{\sigma_{sa} j d} = \frac{1.15 M_0}{\sigma_{sa} d}$$

ここに、 $j=7/8$

異形鉄筋SD295を使用すると $\sigma_{sa}=176 \text{ N/mm}^2$ となり、単位幅あたりの曲げモーメントは次式となる。

$$M = M_0/B = 10,661 \times 10^6 / 80$$

$$= 1333 \times 10^6 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

よって、鉄筋量 A_s は次のようになる。

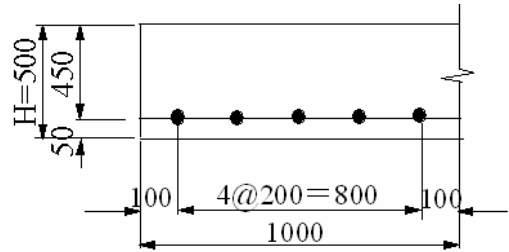


Fig.12 配筋図(mm)

$$A_s = \frac{1.15 \times 1333 \times 10^6}{176 \times 450} = 1935 \text{ mm}^2 / \text{m}$$

$$= 5D22 (= 1935 \text{ mm}^2)$$

この場合、異形鉄筋D22を5本使用することとなる。この場合の配筋図をFig.12に示す。また、高強度PC鋼棒SBPR1080/1230($\phi 19=284 \text{ mm}^2$)を使用する場合は次式となる。

$$A_s = \frac{1.15 \times 1333 \times 10^6}{1080 \times 450} = 315 \text{ mm}^2$$

この場合、本数 $315/284=1.11$ 本
高強度PC鋼棒SBPR1080/1230($\phi 19=284 \text{ mm}^2$)
(自己誘発プレストレスを活用³⁾)を1本使用することとなる。

また、高強度PC鋼棒SBPR1080/1230($\phi 13=177 \text{ mm}^2$)を使用する場合には次式となる。
この場合、本数 $315/177=1.78$ 2本/m
高強度PC鋼棒SBPR1080/1230($\phi 13=177 \text{ mm}^2$)を2本使用することとなる。よって、施工性もよいことから、高強度PC鋼棒SBPR1080/1230を2本採用するのがベターである。

4 まとめ

半無限ばりの解析法を示した。

たわみ分布は距離 $x=16\text{m}$ (15m)以上で上端方向に跳ね上がることから、配筋は複鉄筋にする必要がある。

曲げモーメント分布図は、正負交番型の減衰曲線となることを示した。よって、移動荷重に対しては全面複鉄筋構造とする必要がある。

謝辞：本論文をまとめるにあたり、日本大学阿部 忠教授の助力を受けた。付記して謝意を表する。

「参考文献」

- 1) 杉本礼三：応用力学演習、下、森下出版、(1956)
- 2) 加藤清志、河合紘茲、加藤直樹：鉄筋コンクリート工学、共立出版、(1999)
- 3) Kato, K., Kato, N., Iwasaka, N. and Kida, T. : Effect of Anchorage Type on Flexural Load-Carrying Capacity and Self-Induced Prestressing Force of Heavily Confined RC Column, Theor. and Appl. Mech., 47, (1998), pp.115-124.

