

非対称復元力特性を持つ振動系の解析モデル

(車両用サスペンションダンパについて)

日大生産工(学部) ○飯田 和幸 日大生産工(院) 中里 圭甫

日大生産工(院) 中川 穂高 日大生産工 柴田 耕一

1. 序論

車両のサスペンションを構成する要素の一つであるダンパ・アセンブリの特性は、車両の動的な性能上、極めて重要である。車両の走行状態では、ダンパ・アセンブリは、様々な周波数及び振幅で振動する。ダンパ・アセンブリの動的な特性を解析するためには、これを構成する個々の要素の動的な特性を把握する必要がある。これら個々の構成要素の多くは、入力荷重と変位との関係において、非線形な特性を示す。また、非対称な特性を示すものもある。

本研究の目的は、車両動特性の開発段階において有用な個々の構成要素の非線形・非対称特性を反映し、ダンパ・アセンブリの動特性を容易に予測できる手段を構築することである。

本論では、この研究の第一段階として、個々の構成要素の非線形非対称復元力特性に対応する新たなモデル化手法について述べる。

これまでの研究から、車のサスペンションの変位と復元力との関係は、主にヒステリシス曲線を示すといわれ、その形状を示す振動特性は変位振幅、周波数に依存し、これらの特性を考慮した非線形解析を行うための手法として、本論では、べき関数型復元力モデルを用いた等価線形系解析手法(PFT-ELS法)を用いている。これらの手法はランダムな入力波に対して、すでに防振ゴム、免震用積層ゴム、車両のステアリングなどに応用されている^{1) 2) 3)}。

本論ではこのように、非線形解析に用いられている「べき関数型復元力モデルを用いた等価線形系解析手法」を改良し、ブッシュ及びダンパ部の非線形・非対称の履歴特性の解析モデルに応用した。そして、必要な部材の振動特性を算出するために、各部単体試験を行った結果、ダンパ部やロアブッシュ等の履歴復元力曲線が引張、圧縮や変位振幅の正、負で履歴形状が異なることを確認した。これらを考慮した、減衰特性を反映した解析モデルが必要であり、そのための新しい解析手法も提案した。

本論ではこれらのことをふまえて、主に非線形振動解析を行うための振動解析手法とダンパ部の解析モデルを中心に述べ、解析手法や振動特性の妥当性については、実験結果と比較することにより、検証することができた。

2. 解析手法

従来本手法は点対称な履歴ループに対して適用するものである。しかしながら今回のモデル化対象は非線形かつ非対称な特性を示している。そこで、このような特性に適応するために、本手法を改良した。

2.1 べき関数型等価線形系解析手法 (PFT-ELS法)

本手法は周波数、変位振幅を変えた試験結果(履歴ループ)から、骨格曲線と面積を算出し、その値が等価となるべき関数型復元力モデル(以下PFT-RFMと略す)を作成した。これは減衰係数、ばね定数を求める手法である。

一般に強制外力(加速度 \ddot{y})が作用する場合の1自由度系の運動方程式は質点の質量を m 、変位を x 、復元力を $f(x, \dot{x})$ とすると次式で表せる。

$$m\ddot{x} + f(x, \dot{x}) = -m\ddot{y} \quad (1)$$

上式を無次元化すると次式となる。

$$\frac{d^2 X}{d\tau^2} + F(X, \dot{X}) = -\frac{d^2 Y}{d\tau^2} \quad (2)$$

$$\left(\begin{array}{l} X = x/x_s, X_0 = x_0/x_s, \omega_s^2 = F_s/(x_s \cdot m), \\ \eta = \omega/\omega_s, \tau = \omega_s t, k_s = F_s/x_s, Y = y/x_s \end{array} \right)$$

$F(X, \dot{X})$: 無次元化した復元力

x_s, F_s : 線形限界における変位と復元力

ω_s : 線形限界における固有円振動数

x_0 : 変位振幅

(2)式の履歴振動系を等価な線形振動系に置換すると次式を得る。

$$\frac{d^2 X}{d\tau^2} + 2H_{eq} \frac{dX}{d\tau} + K_{eq} X = -\frac{d^2 Y}{d\tau^2} \quad (3)$$

ただし、等価減衰係数 H_{eq} 、等価ばね定数 K_{eq} は次式のようになる。

$$H_{eq} = \frac{2k_1}{\pi \eta} \frac{(1-\alpha)}{(1+\alpha)} X_0^{\alpha-1}, K_{eq} = \frac{4k}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{\alpha}{\alpha+1} \right) \frac{\Gamma(\alpha+0.5)}{\Gamma(\alpha+1)} X_0^{\alpha-1} \quad (4)$$

よって減衰係数 $C(x_0, \omega)$ 、ばね定数 $K(x_0, \omega)$ は次式になる。

x_0, ω に依存して逐次 $C(x_0, \omega)$ 、 $K(x_0, \omega)$ を求める。

$$C(x_0, \omega) = \frac{2F_s}{\omega_s x_s} H_{eq}, K(x_0, \omega) = k_s K_{eq} \quad (5)$$

この $C(x_0, \omega)$ 、 $K(x_0, \omega)$ を用いて1自由度系に強制外力が作用する場合の運動方程式は次式のようになる。

$$m\ddot{x} + C(x_0, \omega)\dot{x} + K(x_0, \omega)x = -m\ddot{y} \quad (6)$$

上式を解くことにより変位振幅、周波数に依存する減衰・ばね特性を持つ系の応答計算が可能となる。これを等価線形系解析手法という。

ここで、 $G(X_0, \eta)$ を算定するために履歴ループの形状が類似している、PFT-RFMを適用する。

PFT-RFMには骨曲線 $F(X_0, \eta)$ の形状によりソフトばねタイプ・ハードばねタイプの2種類がある。本論においては、ダンパにはソフトばねタイプを、ロアブッシュにはハードばねタイプを適用した。それぞれのタイプについて復元力特性のモデル化について述べる。

Modeling Method for Vibration System with Asymmetric Restoring Force Characteristics

(Damper of Vehicle Suspension)

Kazuyuki IIDA, Keisuke NAKAZATO, Hotaka NAKAGAWA and Kouichi SHIBATA

2.1.1 ソフトばねタイプ(Fig. 1)

ソフトばねタイプの基本式は以下のとおりである。

$$\text{骨曲線} : F(X, \eta) = kX^\alpha \quad (7)$$

$$\text{加力本線} : F(X, \eta) = 2k \left\{ \frac{1}{2}(X_0 + X) \right\}^\alpha - kX_0^\alpha \quad (8)$$

$$\text{減力本線} : F(X, \eta) = -2k \left\{ \frac{1}{2}(X_0 - X) \right\}^\alpha + kX_0^\alpha \quad (9)$$

この復元力モデルに対して、履歴ループの囲む面積 $G(X_0, \eta)$ は次のように計算することができる。

$$G(X_0, \eta) = 4k \frac{1-\alpha}{1+\alpha} X_0^{\alpha+1} \quad (10)$$

ここで形状パラメータ α, k は次式で求めることができる。

$$\alpha(X_0, \eta) = \frac{4F_0(X_0, \eta)X_0 - G_0(X_0, \eta)}{4F_0(X_0, \eta)X_0 + G_0(X_0, \eta)}, k(X_0, \eta) = \frac{F_0(X_0, \eta)}{X_0^\alpha} \quad (11)$$

2.1.2 ハードばねタイプ(Fig. 2)

ハードばねタイプの基本式は以下のとおりである。

$$\text{骨曲線} : F(X, \eta) = kX^\alpha + P_0 \quad (12)$$

$$\text{加力本線} : \begin{cases} X \geq 0 \\ X \leq 0 \end{cases} F(X, \eta) = -2k \left\{ \frac{1}{2}(X_0 - X) \right\}^\alpha + kX_0^\alpha + F_1 + P_0 \quad (13)$$

$$\text{減力本線} : \begin{cases} X \geq 0 \\ X \leq 0 \end{cases} F(X, \eta) = 2k \left\{ \frac{1}{2}(X_0 + X) \right\}^\alpha - kX_0^\alpha + F_2 + P_0 \quad (14)$$

$$F_1 = \beta_1 kX_0^{\alpha-2} X (X_0^2 - X^2)^{\frac{1}{2}} \mp \beta_0 kX_0^{\alpha-1} (X_0 \mp X) \quad (15)$$

$$F_2 = \pm \beta_2 kX_0^{\alpha-3} X^2 (X_0^2 - X^2)^{\frac{1}{2}} \pm \beta_0 kX_0^{\alpha-1} (X_0 \mp X) \quad (16)$$

F_1, F_2, F_3, F_4 : 復元力がハードニング特性を示すように設定した関数 P_0 : プリロード荷重 $\beta_0, \beta_1, \beta_2$: 試験体毎のハードニング形状を示す関数

ソフトばねタイプと同様に $\alpha, k, H_{eq}, K_{eq}$ を算出すると次式になる。

$$\alpha(X_0, \eta) = \frac{(T-4)F_0(X_0, \eta) \cdot X_0 - G_0(X_0, \eta)}{(T+4)F_0(X_0, \eta) \cdot X_0 - G_0(X_0, \eta)}, k(X_0, \eta) = \frac{F_0(X_0, \eta)}{X_0^\alpha} \quad (17)$$

$$H_{eq} = \frac{1}{2\pi\eta} \left\{ 4 \left(\frac{\alpha-1}{\alpha+1} \right) + T \right\} kX_0^{\alpha-1} \quad (18)$$

$$K_{eq} = \left\{ \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{\alpha}{1+\alpha} \right) \frac{\Gamma(\alpha+0.5)}{\Gamma(\alpha+1)} + \frac{2}{\pi} \left(\frac{\beta_1}{3} + \frac{\beta_2}{4} \right) \right\} kX_0^{\alpha-1} \quad (19)$$

$$T = \frac{2}{3} \beta_1 - \frac{\pi}{8} \beta_2 - 2\beta_0$$

2.2 非対称復元力特性への適用 (Fig. 3, 4, 5)

ロアブッシュ及びダンパユニットの非線形・非対称特性を再現するために従来手法を改良し、「非対称復元力特性に対応するべき関数型復元力モデル」を構築した(Fig.3)。この手法では、ロアブッシュに対しては変位振幅の正側、負側それぞれに PFT-RFM を適用させ、振動特性を導く

(Fig.4)。またダンパユニットに対しては、圧縮と引張が変わるごとにその特性値を切り替えて使用する。これにより、非対称履歴ループに対応するモデル化が可能となる(Fig.5)。非対称復元力特性に対応する面積の算出方法として、ダンパユニットにおいては復元力が正(引張)、負(圧縮)に対して形状が異なるため(第1,2象限と第3,4象限)、復元力の符号が変化したとき(Fig5, A→B, C→D)、そのときの変位振幅 $X_{0(i-1), (i)}$ と変化した復元力の符号により面積((10)式の G_0)を算出した。ただし、引張側から圧縮側に変化したとき(A→B)は圧縮側の面積を、圧縮側から引張側に変化したとき(C→D)は引張側の面積を算出した。

ロアブッシュにおいては変位が正、負において形状が異なるため(Fig4, A' →B', C' →D'), 変位の符号の切り替わりで、それぞれの面積を算出した(Fig.4)。

頂点においても同様な手法で履歴ループを分割し、引張側・圧縮側それぞれの頂点の座標を得ることができた。ただし、ダンパユニットの頂点は変位座標軸に一致する。

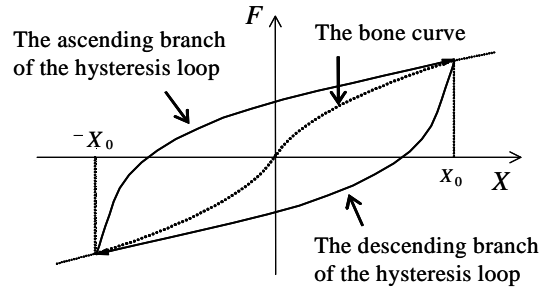


Fig.1 PFT-RFM (Soft-Spring-Type)

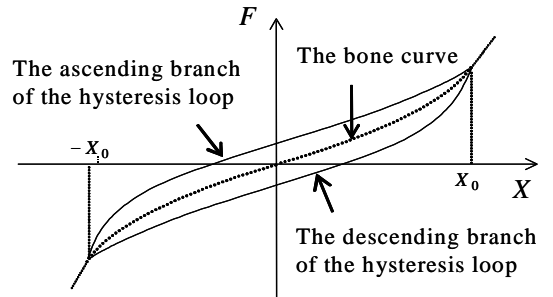


Fig.2 PFT-RFM (Hard-Spring-Type)

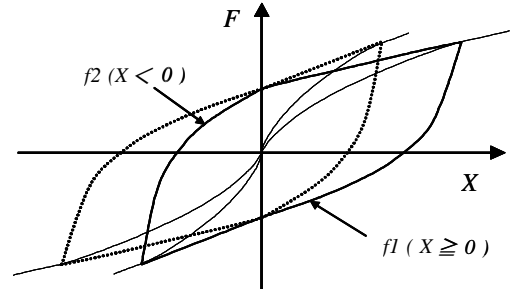


Fig.3 PFT-RFM adjusted to asymmetric restoring force properties

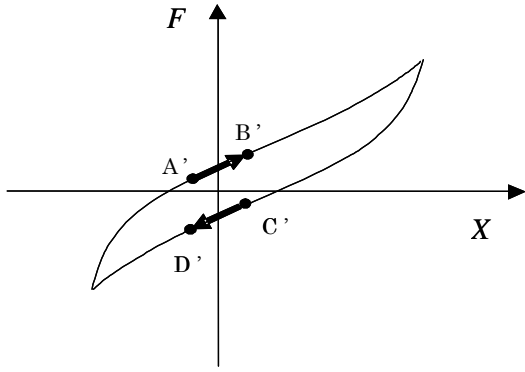


Fig.4 Method of calculating the area of the damper lower rubber bushing hysteresis loop

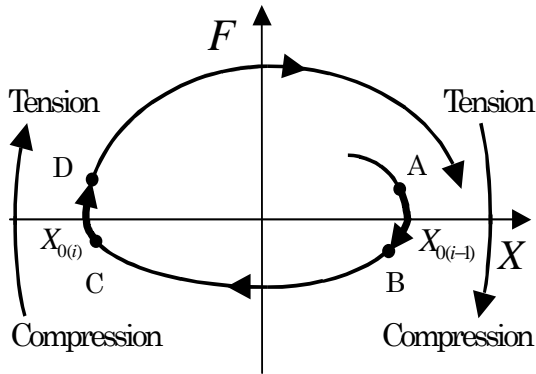


Fig.5 Method of calculating the area of the damper unit hysteresis loop

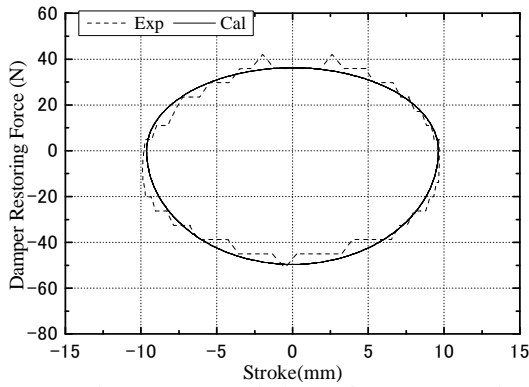


Fig.6 Hysteresis loops for damper unit (0.25Hz, $\pm 10.0\text{mm}$)

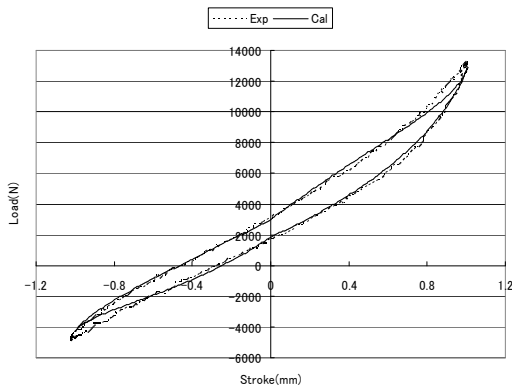


Fig.7 Hysteresis loops for damper lower rubber bushing (0.25Hz, $\pm 1.0\text{mm}$)

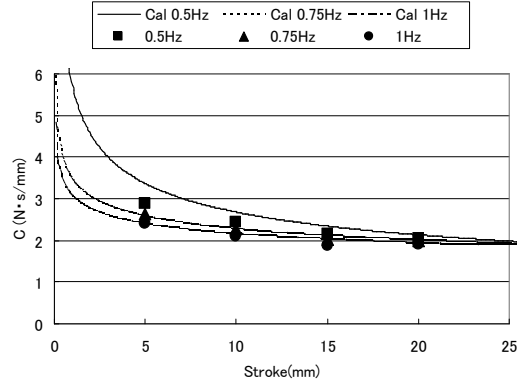


Fig.8 Damping coefficient for damper unit (Amplitude dependency - Compression)

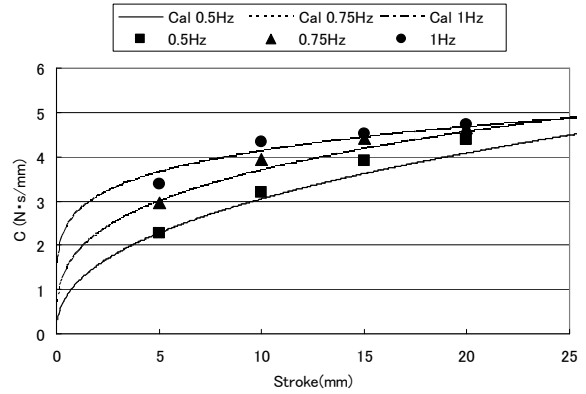


Fig.9 Damping coefficient for damper unit (Amplitude dependency - Tension)

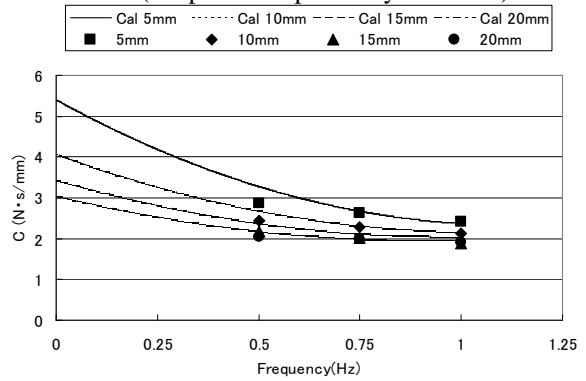


Fig.10 Damping coefficient for damper unit (Frequency dependency - Compression)

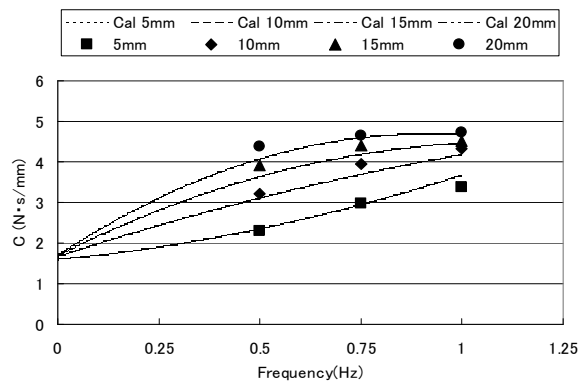


Fig.11 Damping coefficient for damper unit (Frequency dependency - Tension)

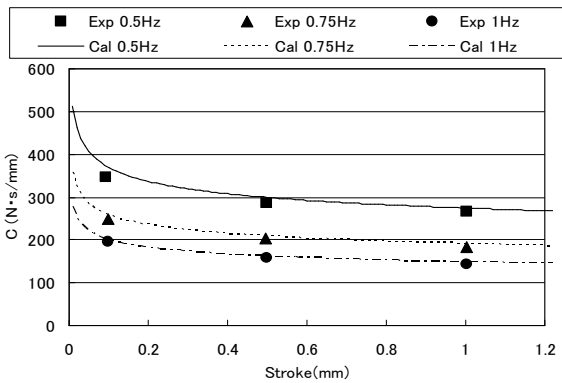


Fig. 12 Damping coefficient for damper lower rubber bushing (Amplitude dependency)

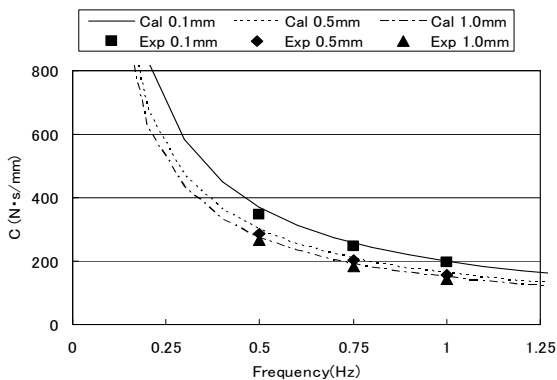


Fig. 13 Damping coefficient for damper lower rubber bushing (Frequency dependency)

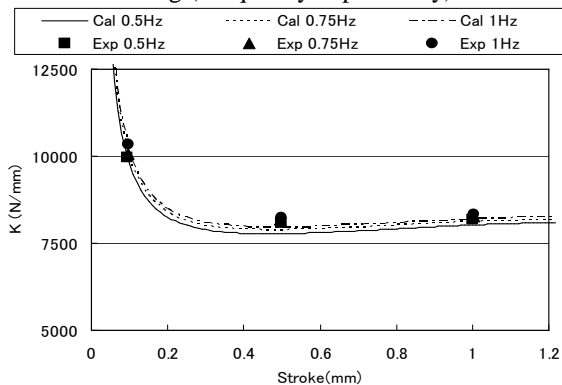


Fig. 14 Dynamic spring constant for damper lower rubber bushing (Amplitude dependency)

3. 解析結果

ダンパ、ロアブッシュそれぞれに非対称復元力特性に対応する PFT-RFM を適用させ、(7)～(9)、(12)～(14)式を用いた履歴ループ（解析値および実験値）を Fig.6,7 に示す。また、各々の振動特性（動ばね定数・減衰係数）を(5)式を用いて算出した結果を Fig.8～14 に示す。（ダンパ部の振幅依存性を Fig.8,9、周波数依存性を Fig.10,11、ロアブッシュの振幅依存性を Fig.12,14、周波数依存性を Fig.13 に示す。）

非対称・非線形特性を示す履歴ループに本論で提案した「非対称復元力特性に対応するべき関数型復元力モデル」を適用することにより以下のことが確認できた。

- 1) 非対称特性を示すダンパ部（ソフトばねタイプを使用）及びロアブッシュ（ハードばねタイプ

を使用）のループ形状が、本解析モデル（PFT-RFM）により再現できた（Fig.6,7）。

- 2) ダンパ部の減衰係数は振幅が増大し、周波数が高くなるにつれ圧縮側では減衰係数は減少し（Fig.8,10）、引張側では減衰係数は増加する傾向を示した（Fig.9,11）。また、これらの解析モデルは実測値と良い対応を示している。
- 3) ロアブッシュの減衰係数は振幅が増大し、周波数が高くなるにつれ減少する傾向を示した（Fig.12,13）。動ばね定数も振幅の増大とともに減少する傾向を示した（Fig.14）。

本論では従来の手法 PFT-RFM を改良し、本論の非対称特性を示すダンパ、ブッシュ類へ適応させた。この手法によりそれらの要素からなる ASSY の変位及び復元力の応答解析が可能となったので、これらの手法は今後、実装状態で非対称特性を示すあらゆるブッシュの解析に有効であると考えられる。また、ダンパ部の圧縮・引張の特性を減衰係数で表現できることが確認できたため、今後ダンパ特性の新たな指標としての可能性も期待できる。

4. 結論

ダンパ・アセンブリを構成する各要素がソフトタイプ、ハードタイプばね特性や非対称復元力を示す部材からなる。それぞれの解析モデルを従来の PFT-RFM を用いた等価線形系解析手法に対し、非対称復元力特性とハードばね対応のモデル化手法を加えた。これにより新たな手法に置き換えることができ、以下の結論を得ることができた。

- 1) ソフトばねを示す各要素、ハードばねを示すロアブッシュ、上下非対称な特性を示すダンパ部の解析モデルを提案した。
- 2) 様々な振動条件において、各ばね要素の実験値と計算値との比較を行い、その結果、提案したモデル化手法の有効性が証明できた。

これに続く研究では、個々のモデル化要素から成るアセンブリ・モデルを構築し、その検証を行う。

脚注

- 注 1) べき関数型復元力モデル(PFT-RFM)
Restoring Force Model of Power Function Type
- 注 2) べき関数型等価線形系(PFT-ELS)
Equivalent Linear System using the Restoring Force Model of Power Function Type

参考文献

- 1) 見坐地一人、加藤英樹、柴田耕一：ゴムの振動特性に関する研究（周波数及び変位振幅依存型の非線形振動特性）、日本機械学会論文集(C 編)、59 巻 564 号、1993 . 08, pp. 144-150.
- 2) 柴田康弘、岡本修一、柴田耕一：免震用積層ゴムを用いた振動系の応答解析に関する研究、履歴系解析手法の改良と実験による検証、日本建築学会構造系論文集、No. 532, 2000 . 06, pp. 71-78
- 3) A.Uoi,H.Tokunaga,K.Misaji, H. Jinbo, and K. Shibata: Modeling Method for Non-linear Vibration System with Asymmetric Restoring Force, Proceedings of AVEC06.Taipei Taiwan, pp.691~696. August.2006