シミュレーション実験による変動パラメータと整合度ＣＩ値の関係

日大生産工（院）　○槍﨑　将之
日大生産工　大澤　慶吉
日大生産工　篠原　正明

１．はじめに

AHP(Analytic Hierarchy Process：階層分析法)では、より信頼性の高いデータを解析する為に各一対比較行列の整合度指数CI(Consistency Index)を求め、その値が0.1未満の時に整合性があると、AHP を提唱したサーティ(T.L.Saaty)氏は述べている。

しかし、整合度 CI は一対比較判断の論理的整合性を示す尺度であり、必ずしも一対比較行列の妥当性を示すわけではない。

前研究〔3〕において「理論シミュレーション実験において、誤差度合を小、中、大と変化させていくと最適な一般化平均法は、幾何平均型から算術平均型へと移行すること」が判明している。

理論シミュレーションはあくまでも空想的なシミュレーションであり、現実には真値は判らない。この実験結果を現実問題に役立たせるためには以下の３つの課題を明らかにすれば良いと考える。

①理論シミュレーション実験において、誤差度合と整合度 CI に相関性がある。

②通常は整合度 CI といえば、固有ベクトルに基づく Satty 整合度を言うが、それ以外の推定ベクトルに基づく整合度でも、整合度間で相関性がある。

③追試の意味、標本サイズ、誤差度合の定義を含めて、前実験〔3〕の再確認を行う。

これら、①，②，③の課題がシミュレーション実験を通して再確認ができれば、前研究〔3〕の判明結果をより現実的な知見『CI 小時には固有ベクトル法あるいは幾何平均法を、CI 大時には算術平均法がより真値に近いウェイトを与える』として、世に提案することができる。

そこで本論ではまず初めに①の理論シミュレーション実験において、誤差度合(変動パラメータ)σと整合度 CI に相関性があるのか検証を行った。

２．シミュレーション実験

真値に基づき一対比較行列を作成する。その１以上の各要素に、一様乱数の乗法型誤差を加え、対称な要素は逆数をとり測定一対比較行列を生成する。

すなわち、項目iの真値をw_iとするならば、真値に基づく一対比較行列W={w_{ij}}の(ｉ，ｊ)要素は、$w_{ij}=w_i/w_j$となる。

ここで、真値としては、例えばN=5 では、$(w_1,w_2,w_3,w_4,w_5)=(5,4,3,2,1)$と降順で与える場合と、$(w_1,w_1,w_1,w_1,w_1)=(1,1,1,1,1)$と全てに等しい場合の 2 つのケースを想定した。

Relation between Fluctuation Parameter and Consistency Index via Simulation

Masayuki UTSUGIZAKI✝ , Keikichi OOSAWA and Masaaki SHINOHARA

(ｉ, ｊ)要素に対する乗法型誤差をe_{ij}とすれば、$a_{ij}=w_{ij}\cdot e_{ij}=(w_i/w_j)\cdot e_{ij}$が測定値となる。測定一対比較行列は$A=\{a_{ij}\}$である。

ここで、e_{ij}は平均 1 を持つ確率分布に従う確率変数E_{ij}の実現値である。確率変数Eとしては、〔1-σ,1+σ〕の一様分布に従うと仮定する。

真値を降順で与える場合と 1 に固定した場合の 2 つのケースにおいて、真値の個数(N)を変化させた時、誤差度合σと整合度CI との間に相関性が得られるかをシミュレーション実験で検証する。

3. 結果

1つの誤差度合σに対して20回ずつのシミュレーションを行った。

整合度 CI を縦軸、σを横軸にとり、N=5,10,15,30,50,100 の時の結果を図 1 から図 6 に示す。また、それぞれの平均値を求め、曲線で結んだものを図 7 に示す。

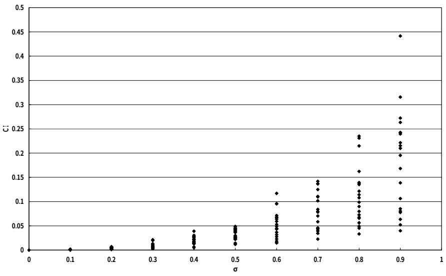

図 1: N=5（5,4,3,2,1）

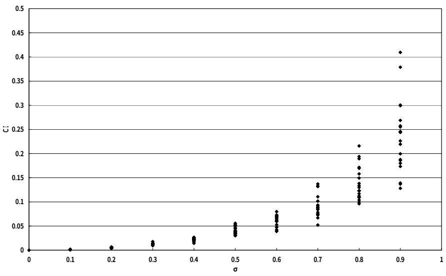

図 2: N=10（10,9,…,2,1）

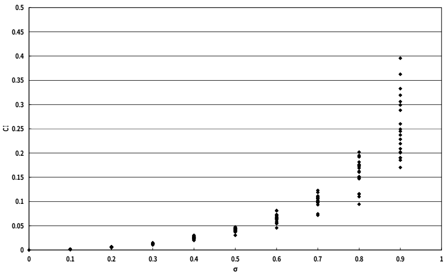

図 3: N=15（15,14,…,2,1）

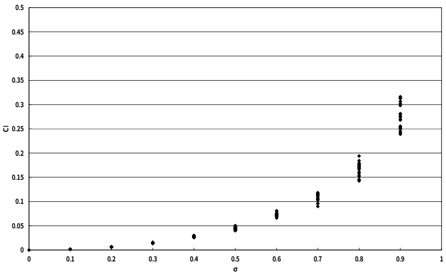

図 4: N=30（30,29,…,2,1）

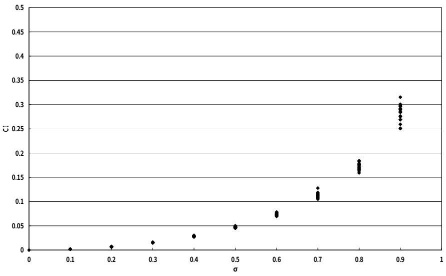

図 5: N=50（50,49,…,2,1）

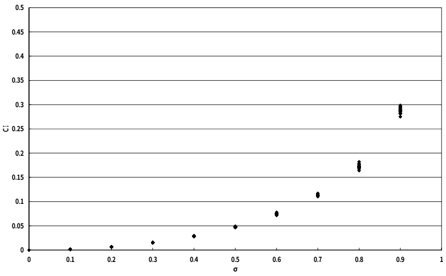

図 6: N=100（100,99,…,2,1）

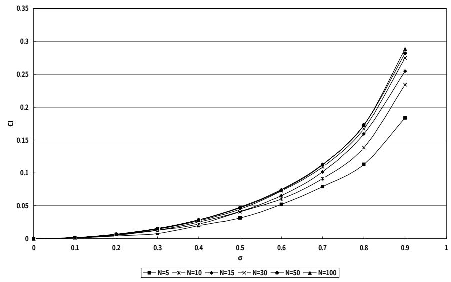

図 7: 平均値

次に、真値をすべて 1 に設定した結果を図 8～図 14 に示す。先に行ったシミュレーションと同様、N=5,10,15,30,50,100 とし、各σに対して 20 回の標本値を求めた。

ただし、今回は真値をすべて 1 にした為、各要素は 1 以上の値をとってしまう。そこでN=5 を例にとって説明すると、まず始め $w_{12}, w_{13}, w_{14}, w_{15}, w_{23}, w_{24}, w_{25}, w_{34}, w_{35}, w_{45}$ に一様乱数の乗法型誤差eをそれぞれに加え、$a_{12}, a_{13}, a_{14}, a_{15}, a_{23}, a_{24}, a_{25}, a_{34}, a_{35}, a_{45}$ を生成する。生成した要素に対称な要素である $a_{21}, a_{31}, a_{32}, a_{41}, a_{42}, a_{43}, a_{51}, a_{52}, a_{53}, a_{54}$ は逆数をとり、測定一対比較行列とした。

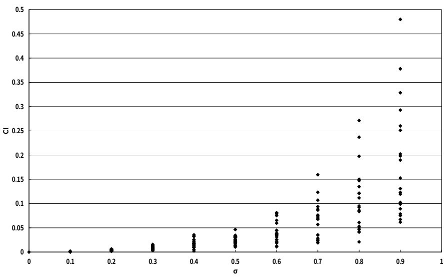

図 8: N=5（1,1,1,1,1）

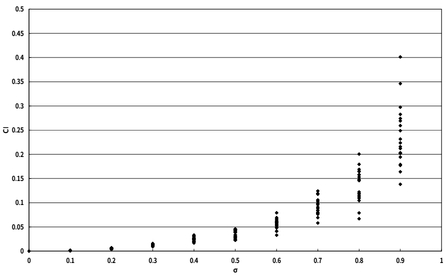

図 9: N=10（1,1,⋯,1,1）

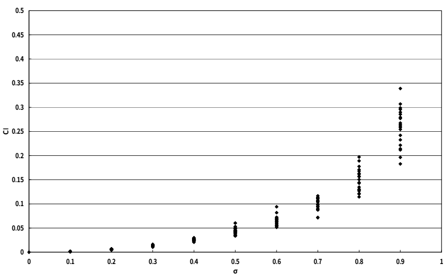

図 10: N=15（1,1,⋯,1,1）

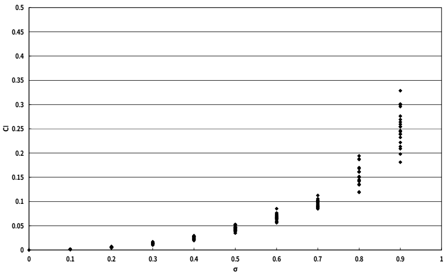

図 11: N=30（1,1,⋯,1,1）

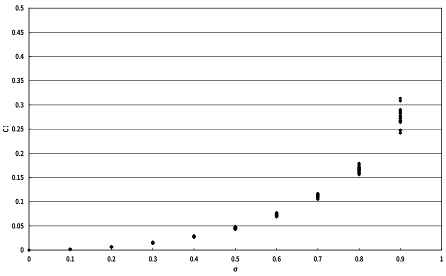

図 12: N=50（1,1,⋯,1,1）

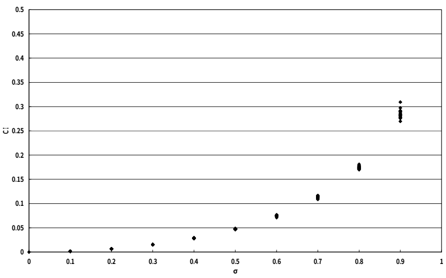

図 13: N=100（1,1,⋯,1,1）

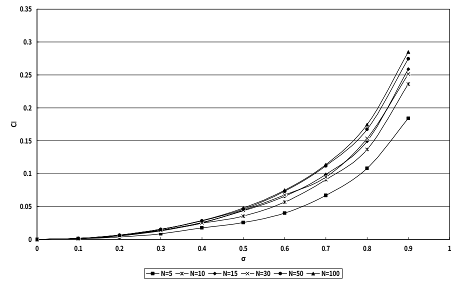

図 14: 平均値

真値を 1 ずつ降順で与えた場合のシミュレーション結果と真値をすべて 1 に設定した時の結果を比較する。

図 15 には N=5,10,15 を、図 16 には N=30,50,100 をそれぞれ示す。CI を縦軸、σを横軸にグラフ表示する。

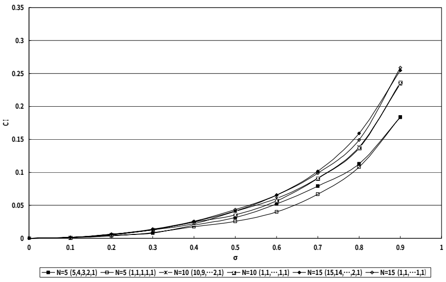

図 15: 平均値の比較(N=5,10,15)

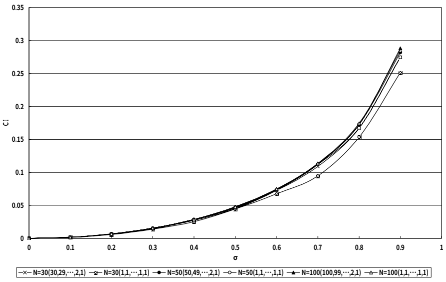

図 16: 平均値の比較(N=30,50,100)

4. 考察

N=5,10,15,30,50,100 の場合においてのシミュレーション実験を行った結果として、誤差度合σと整合度 CI には強い相関性が存在した。

真値を降順で与える場合と 1 に固定した場合の 2 つのケースにおいて、乗法型誤差が大きくなれば CI の値の変動幅も大きくなり、真値の個数が少なくなるほど顕著に表れた。また、図 1～図 6 と図 8～図 13 を比較すると、どちらも似たような分布となっており、平均値を曲線で結びグラフ化した図 7 と図 14 において明らかである。

また、σ=0.6 を境に整合度 CI が 0.1 以下となる場合がほとんどで、整合性があるかないかの境目はσが 0.6 の時であることが言える。

図 15,16 より、降順で与える場合と 1 に固定した場合においてほぼ同じ値をとっている。この為整合度 CI は真値の値の分布には依存していないと言えると考えられる。

5. おわりに

本実験により誤差度合σと一対比較判断の論理的整合性を表現する整合度 CI に強い相関性があるということが検証できた。

これにより今後の研究として、「1．はじめに」で述べた通り②，③の課題を確認する必要がある。

また、今回乱数を発生させる際に一様分布の乱数を用いたが、対数正規分布の乱数を用いてシミュレーション実験をしても相関性が得られるか検証する。その結果と本論で示した結果との比較検討を行っていきたい。

参考文献

〔1〕篠原正明：「Satty 整合度 CI についての考察 - 項目数 n=2,3 の場合の全階層 CI -」，第 38 回学術講演会数理情報部会講演概要，pp.85-88（2005.12）

〔2〕稲嶺和哉、後藤格、篠原正明、大澤慶吉：「Saaty 整合度 CI の持つ意味についての考察 - 推定値に対する倍率誤差との関係 -」，第 38 回学術講演会数理情報部会講演概要，pp.89-92（2005.12）

〔3〕後藤格、稲嶺和哉、篠原正明、大澤慶吉：「ウェイト推定法における最適な一般化平均法」，第 38 回学術講演会数理情報部会講演概要，pp.93-96（2005.12）

〔4〕三宅千香子：「AHP ウェイト推定法のシミュレーション研究」，平成 12 年度日本大学大学院生産工学研究科数理情報工学専攻，修士論文概要集，pp.539-542

〔5〕木下栄蔵：「入門 AHP - 決断と合意形成のテクニック -」，日科技連(2000)