投手ＯＥＲＡ値の表計算

日大生産工(学部)　○吉田　亮
日大生産工　篠原　正明

１．はじめに

野球における、投手の評価指数には様々なものが存在する。防御率、勝率、奪三振などである。しかし、このような評価は１つの尺度でしか計れない欠点がある。防御率が良くても勝ち星に恵まれない投手、奪三振は多いが同時に与四死球も多い投手など様々な投手がいる。本研究では各投手のデータをOERAモデルで分析し､考察する。

２．OERAモデルとは

野球ゲームの進行状況をマルコフ連鎖としてモデル化する。まず、１つに３アウトになるとそのイニングは必ず終了するとして、吸収源（３アウト）があるという考え方{P(0,0)=1.0}である。野球において起こり得る状態が(0,1､･･･24)であり、その中に吸収源が１つと他の非吸収源 24 個からなる吸収マルコフ連鎖としてのモデル化である。但し、本研究では、吸収マルコフ連鎖を等価的にエルゴード的マルコフ連鎖に変換し、推移確率行列 P を累乗していくことにより、定常状態確率行列に収束させるオリジナルアプローチを採用する。

３．定義など

ある投手が一試合を完投したと考え、何点取られたのかを尺度とする。

慣例

（１）対打者への結果によって塁上の走者は変化する。盗塁やボークなどは考慮しない。

（２）二重殺やエンドランなどは野手や攻撃によって左右されるものとして考慮しない。

（３）対打者の結果は、三振、凡打、四死球、安打、本塁打のいずれかである。それぞれの解釈は以下の通りとする。

三振：	アウト数が一つ増し、走者は進塁せず。
凡打：	アウト数が一つ増し、走者は一つ進塁。
安打：	打者は一塁へ、一塁走者は三塁へ、他の走者は生還。
四死球：	打者は一塁へ、走者は押し出されたときのみ一つ進塁。
本塁打：	打者、走者全て生還。

状態

１	無死ランナーなし
２	無死一塁
３	無死二塁
４	無死三塁
５	無死一，二塁
６	無死一、三塁
７	無死二、三塁
８	無死満塁
９	一死ランナーなし
10	一死一塁
11	一死二塁
12	一死三塁
13	一死一，二塁
14	一死一、三塁
15	一死二、三塁
16	一死満塁
17	二死ランナーなし
18	二死一塁
19	二死二塁
20	二死三塁
21	二死一，二塁
22	二死一、三塁
23	二死二、三塁
24	二死満塁
０	三死

とする。

Spread –sheet Calculation for Baseball Pitchers' OERA
Ryo　YOSHIDA　and　Masaaki　SHINOHARA

変数の定義

対打者数をＴとすると、投球結果はＫ（奪三振）、Ｏ（凡打）、Ｂ（与四死球）、Ｈ１（被安打）、Ｈ４（被本塁打）で構成され、凡打数は

凡打数 ＝ 対打者数 －（ 奪三振数 ＋ 与四死球数 ＋ 被安打数 ＋ 被本塁打数）

と定義し、それぞれの確率は次のようになる。

PK（三振をとる確率）

$$= \frac{(\text{奪三振数})}{(\text{対打者数})}$$

PO（凡打にする確率）

$$= \frac{(\text{凡打数})}{(\text{対打者数})}$$

PB（四死球を出す確率）

$$= \frac{(\text{与四死球数})}{(\text{対打者数})}$$

PH１（安打を打たれる確率）

$$= \frac{(\text{被安打数})}{(\text{対打者数})}$$

PH４（本塁打を打たれる確率）

$$= \frac{(\text{被本塁打数})}{(\text{対打者数})}$$

４．定式化

状態：S∈｛0,1,2,⋯,24｝
対打者結果 H∈｛K,O,B,H1,H4｝
としたとき、結果による次の状態 S'は
S'＝ｆ（H，S）
またこの結果による得点値は
Y＝（H，S）
となる。

例として、S=7（無死二、三塁）で H=H１（安打）の場合、次の状態は S'＝2（無死一塁）となる。このときの得点値は、二人の走者がホームインするので、Y=（2，7）＝2 となる。

今、起こり得る状態を{0,1,2,⋯,24}で表し、ある対打者との対戦が終了した現在の状態は、今の投球に入る時のみ関係し、それ以前の状態には関係していない。このように考えると、野球ゲームはマルコフ連鎖になっていることがわかる。

５．推移確率行列

各状態の結果を 25×25 の行列で表し、それを推移確率行列 P とする。

例として斉藤和巳投手（ソフトバンク）の推移確率行列 P を示す（図１）。推移確率行列 P の４乗（図２）、６４乗（図３）も示す。

６．定常状態確率行列

推移確率行列 P を累乗していくことにより、各行ごとに要素の値は一定値に収束していく。これを定常状態確率行列と呼ぶ。

例として斉藤投手（ソフトバンク）の行列（６４乗）を図３に示す。

７．各状態における期待失点値ベクトル R

$$R = \begin{bmatrix} R_1 \\ R_2 \\ R_3 \end{bmatrix}$$

ただし、

$$R_1 = \begin{bmatrix} PH_4 \\ 2PH_4 \\ 2PH_4 + PH_1 \\ 2PH_4 + PH_1 + PO \\ 3PH_4 + PH_1 \\ 3PH_4 + PH_1 + PO \\ 3PH_4 + 2PH_1 + PO \\ 4PH_4 + 2PH_1 + PO + PB \end{bmatrix}$$

また、$R_1 = R_2$である。

R_3の場合、二死であるため、打者走者がアウトになった時、ホームインは認められないので、

$$R_3 = \begin{bmatrix} PH_4 \\ 2PH_4 \\ 2PH_4 + PH_1 \\ 2PH_4 + PH_1 \\ 3PH_4 + PH_1 \\ 3PH_4 + PH_1 \\ 3PH_4 + 2PH_1 \\ 4PH_4 + 2PH_1 + PB \end{bmatrix}$$

となる。

よって、１イニングにおける期待失点値ベクトル E は、

$E = P^n \cdot R$　　　　（ただし、n＝∞）

となる。

例として斉藤投手（ソフトバンク）の場合は、計算上は、９イニング分期待失点値＝3.18 点であるが、実際の防御率は 1.75 点であり、両者の間にはある程度の乖離が見られる。これは、今回のデータ収集上の制限に基づく、マルコフ連鎖モデル化の際の近似によるものと考えられる。詳細データにに基づくより現実的モデル化は今後の課題である。

８．おわりに

OERA (Offensive Earned Run Average) は訳せば、「攻撃的獲得得点平均」とでもなる。投手についての同種の性能指標を提案したが、DTRA(Defensive Taken Run Average)、訳せば、「防御時被奪取得点平均」とでもなる。投手の場合は打者と異なり、通常１人で、５～６イニング連続して投げるため、完投型投手ではこの性能指標は(９イニング当りの)防御率と近似すると予想される。したがって、ワンポイントリリーフ、クローザー、等などの短時間出場型投手に本手法を適用すれば、防御率との対比において、新しい性能指標となりうる。

	P0	P1	P2	P5	P6	P8	P9	P10	P11	P12	P13	P14	P15	P16	P17	P18	P19	P20	P21	P22	P23	P24
P0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P1	0	0.01	0.25	0	0	0	0.73	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P2	0	0.01	0	0.07	0.19	0	0	0.26	0.47	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P3	0	0.01	0.19	0.07	0	0	0	0	0.26	0.47	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P4	0	0.01	0.19	0	0.07	0	0.47	0	0	0.26	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P5	0	0.01	0	0	0.19	0.07	0	0	0	0	0.26	0	0.47	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P6	0	0.01	0	0	0.19	0.07	0	0	0.47	0	0	0.26	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P7	0	0.01	0.19	0	0	0.07	0	0	0	0.47	0	0	0.26	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P8	0	0.01	0	0.19	0	0.07	0	0	0	0	0	0	0.47	0.26	0	0	0	0	0	0	0	0
P9	0	0	0	0	0	0	0.01	0.25	0	0	0	0	0	0	0.73	0	0	0	0	0	0	0
P10	0	0	0	0	0	0	0.01	0	0	0	0.07	0.19	0	0	0	0.26	0.47	0	0	0	0	0
P11	0	0	0	0	0	0	0.01	0.19	0	0	0.07	0	0	0	0	0	0.26	0.47	0	0	0	0
P12	0	0	0	0	0	0	0.01	0.19	0	0	0	0.07	0	0	0.47	0	0	0.26	0	0	0	0
P13	0	0	0	0	0	0	0.01	0	0	0	0	0.19	0	0.07	0	0	0	0	0.3	0	0.5	0
P14	0	0	0	0	0	0	0.01	0	0	0	0	0.19	0	0.07	0	0	0.47	0	0	0.3	0	0
P15	0	0	0	0	0	0	0.01	0.19	0	0	0	0	0	0.07	0	0	0	0.47	0	0	0.3	0
P16	0	0	0	0	0	0	0.01	0	0	0	0.19	0	0	0.07	0	0	0	0	0	0	0.5	0.26
P17	0.73	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.01	0.25	0	0	0	0	0	0
P18	0.73	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.01	0	0	0	0.1	0.2	0	0
P19	0.73	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.01	0.19	0	0	0.1	0	0	0
P20	0.73	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.01	0.19	0	0	0	0.1	0	0
P21	0.73	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.01	0	0	0	0	0.2	0	0.07
P22	0.73	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.01	0	0	0	0	0.2	0	0.07
P23	0.73	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.01	0.19	0	0	0	0	0	0.07
P24	0.73	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.01	0	0	0	0.2	0	0	0.07

本モデル化においては、二塁打、三塁打のデータがないため、すべて単打として扱った。その結果、Ｐ３，Ｐ４、Ｐ７の各列の値７は常に零であるため、図１、図２、図３において省略した。

図１　斉藤和巳投手（ソフトバンク）の推移確率行列 P

0.39	0	0	0	0.01	0	0.01	0.03	0.02	0	0.03	0.06	0.01	0	0.02	0.2	0.15	0.06	0	0	0	0
0.32	0.39	0	0	0	0	0	0.01	0.01	0	0	0.03	0	0.01	0.01	0.05	0.05	0.02	0	0.1	0	0
0.32	0.39	0	0	0	0	0	0.01	0	0	0.01	0.02	0	0.01	0.01	0.05	0.05	0.02	0	0.1	0	0.01
0.32	0.39	0	0	0	0	0	0.01	0.01	0	0.01	0.02	0	0.01	0.01	0.05	0.05	0.02	0	0.1	0	0.01
0.32	0.39	0	0	0	0	0	0.01	0.01	0	0	0.02	0	0.01	0.01	0.05	0.05	0.02	0	0.1	0	0
0.32	0.39	0	0	0	0	0	0.01	0	0	0.01	0.02	0	0.01	0.01	0.05	0.04	0.02	0	0	0	0.01
0.32	0.39	0	0	0	0	0	0.01	0	0	0.01	0.02	0	0.01	0.01	0.05	0.04	0.02	0	0.1	0	0.01
0.32	0.39	0	0	0	0	0	0.01	0.01	0	0	0.02	0	0.01	0.01	0.05	0.04	0.02	0	0.1	0	0.01
0.32	0.39	0	0	0	0	0	0.01	0	0	0.01	0.02	0	0.01	0.01	0.05	0.04	0.02	0	0	0	0.02
0.11	0.29	0.14	0	0	0	0.39	0	0	0	0	0	0	0	0	0.01	0.01	0	0	0	0	0.01
0.11	0.29	0.14	0	0	0	0.39	0	0	0	0	0	0	0	0	0.01	0	0	0	0	0	0.01
0.11	0.29	0.14	0	0	0	0.39	0	0	0	0	0	0	0	0	0.01	0.01	0	0	0	0	0.01
0.11	0.29	0.14	0	0	0	0.39	0	0	0	0	0	0	0	0	0.01	0.01	0	0	0	0	0.01
0.11	0.29	0.14	0	0	0	0.39	0	0	0	0	0	0	0	0	0.01	0	0	0	0	0	0.01
0.11	0.29	0.14	0	0	0	0.39	0	0	0	0	0	0	0	0	0.01	0	0	0	0	0	0.01
0.11	0.29	0.14	0	0	0	0.39	0	0	0	0	0	0	0	0	0.01	0.01	0	0	0	0	0.01
0.11	0.29	0.14	0	0	0	0.39	0	0	0	0	0	0	0	0	0.01	0	0	0	0	0	0.01
0.01	0.06	0.05	0.01	0.03	0	0.16	0.19	0.09	0	0	0	0	0	0.39	0	0	0	0	0	0	0
0.01	0.06	0.05	0.01	0.03	0	0.16	0.19	0.09	0	0	0	0	0	0.39	0	0	0	0	0	0	0
0.01	0.06	0.05	0.01	0.03	0	0.16	0.19	0.09	0	0	0	0	0	0.39	0	0	0	0	0	0	0
0.01	0.06	0.05	0.01	0.03	0	0.16	0.19	0.09	0	0	0	0	0	0.39	0	0	0	0	0	0	0
0.01	0.06	0.05	0.01	0.03	0	0.16	0.19	0.09	0	0	0	0	0	0.39	0	0	0	0	0	0	0
0.01	0.06	0.05	0.01	0.03	0	0.16	0.19	0.09	0	0	0	0	0	0.39	0	0	0	0	0	0	0
0.01	0.06	0.05	0.01	0.03	0	0.16	0.19	0.09	0	0	0	0	0	0.39	0	0	0	0	0	0	0
0.01	0.06	0.05	0.01	0.03	0	0.16	0.19	0.09	0	0	0	0	0	0.39	0	0	0	0	0	0	0

推移確率行列 P の４乗では、まだ各行の値が同じ値に収束したとはいえない。ただし、２行から９行、１０行から１７行、１８行から２５行の各部分では、ほぼ収束している。

図２　斉藤和巳投手（ソフトバンク）の推移確率行列 P の４乗

0.2	0.2	0.05	0	0.01	0	0.15	0.06	0.03	0	0.01	0.02	0	0	0.11	0.06	0.04	0.02	0	0	0	0
0.2	0.2	0.05	0	0.01	0	0.15	0.06	0.03	0	0.01	0.02	0	0	0.11	0.06	0.04	0.02	0	0	0	0
0.2	0.2	0.05	0	0.01	0	0.15	0.06	0.03	0	0.01	0.02	0	0	0.11	0.06	0.04	0.02	0	0	0	0
0.2	0.2	0.05	0	0.01	0	0.15	0.06	0.03	0	0.01	0.02	0	0	0.11	0.06	0.04	0.02	0	0	0	0
0.2	0.2	0.05	0	0.01	0	0.15	0.06	0.03	0	0.01	0.02	0	0	0.11	0.06	0.04	0.02	0	0	0	0
0.2	0.2	0.05	0	0.01	0	0.15	0.06	0.03	0	0.01	0.02	0	0	0.11	0.06	0.04	0.02	0	0	0	0
0.2	0.2	0.05	0	0.01	0	0.15	0.06	0.03	0	0.01	0.02	0	0	0.11	0.06	0.04	0.02	0	0	0	0
0.2	0.2	0.05	0	0.01	0	0.15	0.06	0.03	0	0.01	0.02	0	0	0.11	0.06	0.04	0.02	0	0	0	0
0.2	0.2	0.05	0	0.01	0	0.15	0.06	0.03	0	0.01	0.02	0	0	0.11	0.06	0.04	0.02	0	0	0	0
0.2	0.2	0.05	0	0.01	0	0.15	0.06	0.03	0	0.01	0.02	0	0	0.11	0.06	0.04	0.02	0	0	0	0
0.2	0.2	0.05	0	0.01	0	0.15	0.06	0.03	0	0.01	0.02	0	0	0.11	0.06	0.04	0.02	0	0	0	0
0.2	0.2	0.05	0	0.01	0	0.15	0.06	0.03	0	0.01	0.02	0	0	0.11	0.06	0.04	0.02	0	0	0	0
0.2	0.2	0.05	0	0.01	0	0.15	0.06	0.03	0	0.01	0.02	0	0	0.11	0.06	0.04	0.02	0	0	0	0
0.2	0.2	0.05	0	0.01	0	0.15	0.06	0.03	0	0.01	0.02	0	0	0.11	0.06	0.04	0.02	0	0	0	0
0.2	0.2	0.05	0	0.01	0	0.15	0.06	0.03	0	0.01	0.02	0	0	0.11	0.06	0.04	0.02	0	0	0	0
0.2	0.2	0.05	0	0.01	0	0.15	0.06	0.03	0	0.01	0.02	0	0	0.11	0.06	0.04	0.02	0	0	0	0
0.2	0.2	0.05	0	0.01	0	0.15	0.06	0.03	0	0.01	0.02	0	0	0.11	0.06	0.04	0.02	0	0	0	0
0.2	0.2	0.05	0	0.01	0	0.15	0.06	0.03	0	0.01	0.02	0	0	0.11	0.06	0.04	0.02	0	0	0	0
0.2	0.2	0.05	0	0.01	0	0.15	0.06	0.03	0	0.01	0.02	0	0	0.11	0.06	0.04	0.02	0	0	0	0
0.2	0.2	0.05	0	0.01	0	0.15	0.06	0.03	0	0.01	0.02	0	0	0.11	0.06	0.04	0.02	0	0	0	0
0.2	0.2	0.05	0	0.01	0	0.15	0.06	0.03	0	0.01	0.02	0	0	0.11	0.06	0.04	0.02	0	0	0	0
0.2	0.2	0.05	0	0.01	0	0.15	0.06	0.03	0	0.01	0.02	0	0	0.11	0.06	0.04	0.02	0	0	0	0
0.2	0.2	0.05	0	0.01	0	0.15	0.06	0.03	0	0.01	0.02	0	0	0.11	0.06	0.04	0.02	0	0	0	0
0.2	0.2	0.05	0	0.01	0	0.15	0.06	0.03	0	0.01	0.02	0	0	0.11	0.06	0.04	0.02	0	0	0	0
0.2	0.2	0.05	0	0.01	0	0.15	0.06	0.03	0	0.01	0.02	0	0	0.11	0.06	0.04	0.02	0	0	0	0

推移確率行列 P の６４乗では、少数点以下６桁程度（図１，２，３ではスペースの都合上少数点以下２桁表示）で、すべての行が同一の行ベクトルに収束していることがわかる。これが定常状態確率ベクトルである。

図３　斉藤和巳投手（ソフトバンク）の推移確率行列 P の６４乗