

離散評点 BCC モデルの図的解釈

日大生産工（院） 大久保 智弘
日大生産工 大澤 慶吉

日大生産工（院） 金子 隆史
日大生産工 篠原 正明

1. はじめに

近年、事業体など DMU(Decision Making Unit：意思決定主体)の効率性を相対的に評価する手法として、DEA(Data Envelopment Analysis：包絡分析法)が注目されるようになった。離散評点 BCC モデルでは、Excel を用い、評価ベクトル v, u を離散的に動かすことにより相対効率値を最適化する。

本研究では、Excel を用いた離散評点 BCC モデルの計算結果に対して、手計算による図的解釈を試みた。

2. BCC モデル

Banker-Charnes-Cooper は、凸包モデルにおいて $L = U = 1$ とした BCC モデルを提案したが、このモデルによる生産可能集合は、現存する活動集合の凸包と、その凸包の点より大なる入力と小なる出力を持つ点から構成されることになる。図 1 に 1 入力 1 出力の場合の生産可能集合を示す。この図からもわかるように、規模の変化による効率性の変動を、現存する活動に準拠して考慮している。

BCC モデルに基づく入力指向型の効率性の測定は次の LP (Linear Programming：線形計画)によって行われる。

$$\begin{aligned} \min \quad & \theta & (1) \\ \text{制約式} \quad & \theta x_o \geq X\lambda & (2) \\ & y_o \leq Y\lambda & (3) \\ & e\lambda = 1 & (4) \\ & \lambda \geq 0 & (5) \end{aligned}$$

BCC モデルによる効率値は一般に CCR モデルのものより大になる。極端な場合、CCR モデルでは効率値がほとんど 0 に近く判定された活動が、BCC モデルでは 1 となることもあるのでモデルの妥当性について慎重に検討しなければならない。

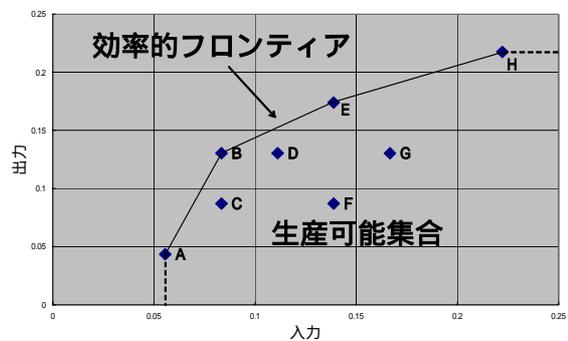


図 1 BCC モデルの生産可能集合

3. 1 入力 1 出力 BCC モデル

3.1 解析内容

1 入力 1 出力 BCC モデルについて、手計算による図的解釈を説明する。1 入力 1 出力の例として参考文献[1]より、8つの営業所があり、入力に営業人数(人)、出力に売上高(単位：千万円)を表 1 に示す。

表1 1入力1出力

営業所	A	B	C	D	E	F	G	H
営業人数 x	2	3	3	4	5	5	6	8
売上 y	1	3	2	3	4	2	3	5

表2 1入力1出力(正規表現)

営業所	A	B	C
営業人数 x	0.055555556	0.083333333	0.083333333
売上 y	0.043478261	0.130434783	0.086956522

D	E	F
0.111111111	0.138888889	0.138888889
0.130434783	0.173913043	0.086956522

G	H
0.166666667	0.222222222
0.130434783	0.217391304

このデータの各行の総和を1として正規化し、表2のようにする。

次に、表2のデータを基に図2を作成する。LPによるフロンティア面を破線で図1に示す。

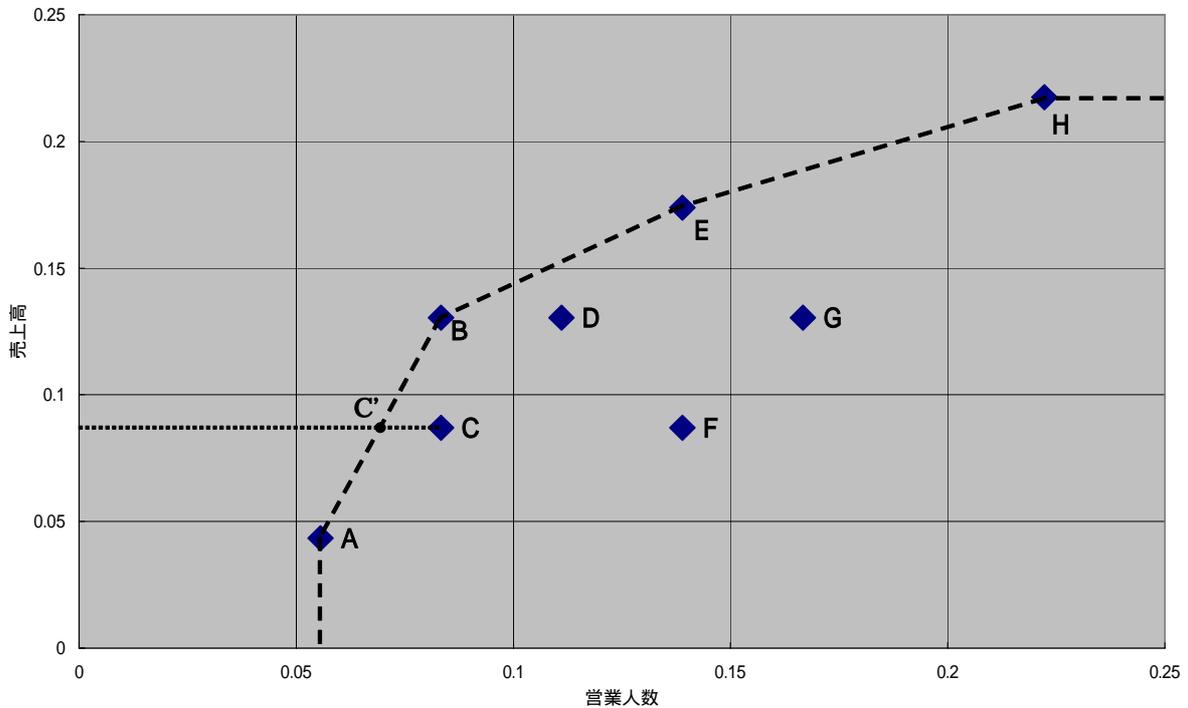


図2 1入力1出力(正規表現)

3.2 解析方法

y軸(売上高)から点Cに向かい、x軸に平行な直線を引く。フロンティア面との交点をC'とし(図2参照)、y軸との交点をCyとする。点A、点B、点D、点E、点F、点G、点Hについても、点Cと同様にx軸に平行に直線を引き交点を求める。

BCCモデルに基づく効率値を次式で定義する。

$$\text{効率値} = \frac{CyC'}{CyC} \quad (6)$$

この計算を点A、点B、点C、点D、点E、点F、点G、点Hについても行い、それぞれの効率値を求める。

4 . BCC モデルの CCR モデル化

4.1 新出力項目の追加

表 1 のデータの出力が y であったのに対して y_0 として新たに DMU 自身の存在意義による出力項目とする存在性項目を加える。そのデータ値は各 DMU でみな等しく 1 である(表 3)。

表 3 1 入力 2 出力化

営業所		A	B	C	D	E	F	G	H
営業人数 x		2	3	3	4	5	5	6	8
売上 y_1		1	3	2	3	4	2	3	5
存在性項目 y_0		1	1	1	1	1	1	1	1

すなわち、新たな出力項目(存在性項目)を付加することにより、 s 入力 m 出力 BCC モデルは s 入力 $(m+1)$ 出力 CCR モデルと変換することができる(参考文献[2])。ただし、新出力項目 y_0 に対する評価値 u_0 は、負値もとりの点が通常の CCR モデルとは異なる。

4.2 入力値の正規化

表 3 の入力データを 1 に正規化する。それに伴い、出力項目の y_1, y_0 をそれぞれの x で割っていく。そのデータを表 4 に示す。

表 4 1 入力 2 出力(入力 1 化)

営業所		A	B	C
営業人数 x		1	1	1
売上 y_1		0.5	1	0.666666667
存在性項目 y_0		0.5	0.333333333	0.333333333

	D	E	F
	1	1	1
	0.75	0.8	0.4
	0.25	0.2	0.2

	G	H
	1	1
	0.5	0.625
	0.166666667	0.125

次に、表 4 の出力データを基に図 3 を作成する。LP によるフロンティア面を破線で、5 段階評点のウェイト $\{0, -1, 1, -2, 2\}$ のフロンティア面を実線で、従来の CCR モデルによる LP のフロンティア面を点線で図 3 に示す。今回、5 段階評点ウェイトのフロンティア面は必要な部分だけ図示する。

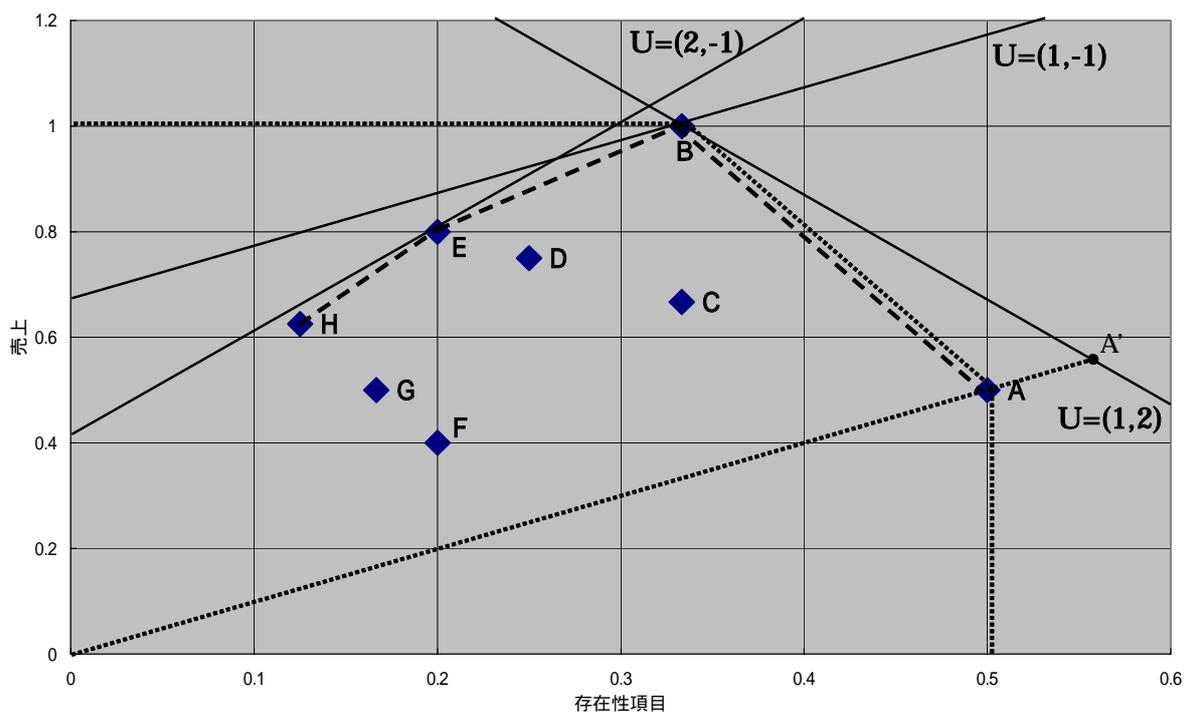


図 3 1 入力 2 出力(入力 1 化)

4.2 解析方法

1入力2出力(入力1化)の場合は、原点Oから点Aを通りフロンティア面にぶつかる直線を引く。そして、フロンティア面との交点をA'とする(図3参照)。点B、点C、点D、点E、点F、点G、点Hについても、点Aと同じように原点Oから直線を引き交点を求める。

原点Oから点Aまでの直線OAの長さを測る。同じように、原点Oから点A'までの直線OA'の長さを測る。そして、効率値は次式で測定する。

$$\text{効率値} = \frac{OA}{OA'} \quad (7)$$

となる。この計算を点A、点B、点C、点D、点E、点F、点Gについて行い、それぞれの効率値を求める。

5. 解析結果

1入力1出力・1入力2出力(入力1化)に対する解析結果を表5・表6に記す。

表5 1入力1出力の効率値

DMU	A	B	C	D
図的解釈	1	1	0.8312	0.75
LPソフト	1	1	0.8333	0.75

	E	F	G	H
	1	0.5039	0.5033	1
	1	0.5	0.5	1

表6 1入力2出力(入力1化)の効率値

DMU	A	B	C	D
図的解釈	0.9005	1	0.8011	0.75
LPソフト	1	1	0.8333	0.75
離散評点	0.9	1	0.8	0.75

	E	F	G	H
	1	0.4807	0.5	0.9195
	0.8	0.5	0.5	0.625
	1	0.48	0.5	0.9375

表5において、連続評点図的解釈とLP・BCCソフト解は一致するが、これは図1あるいは2において、両者は同じだからである。表6においても、図3の離散評点図的解釈と離散評点表計算解は同じ理由により一致する。但し、DMU Hにおいて、2%程度の誤差が発生しているのは、DMU Hのおかれた変形生産可能集合での位置による作図誤差である。また、表6のLPソフト解のDMU E、DMU Hの効率値が離散評点図的解釈と離散評点BCCモデルの効率値よりも小さくなったのは、表6で用いたLPソフトがフロンティア面で負値を取らないCCRモデルに基づくためである。

6. おわりに

離散評点BCCモデルにおいて、LPによるフロンティア面は、離散評点集合を{0, 1, 2, 3, ...}と自然数に拡張したケースである。又、{0, -1, 1, -2, 2}とした場合、1入力2出力(入力1化)では、

$$s_1u_1 + s_2u_2 = \text{const} \quad (8)$$

$$t_1v_1 + t_2v_2 = \text{const} \quad (9)$$

の等高線で変数 u_1, u_2, v_1, v_2 の係数 s_1, s_2, t_1, t_2 を{0, -1, 1, -2, 2}に限定した包絡線群からフロンティア面が構成されることを、図的解釈、LPソフト、Excel表計算の結果より確認した。また、図3で示した、BCCモデルのフロンティアの図的解釈の一般化は今後の研究課題である。

参考文献

- [1] 刀根薫, 経営効率性の測定と改善 包絡分析法DEAによる, 日科技連(1993)
- [2] 篠原正明, 大澤慶吉, 鈴木洋臣, BCCモデルのCCRモデルに基づく解釈, 第35回日本大学生産工学情報部会学術講演論文集 pp.121-122(2002.12)

