

離散評点 BCC モデルの試み

日大生産工（院）	金子 隆史
日大生産工（院）	大久保 智弘
日大生産工	大澤 慶吉
日大生産工	篠原 正明

1. はじめに

多入出力システムの効率性評価法である DEA においては入力項目評価ベクトル v ならびに出力項目評価ベクトル u に対して、(正值制約「 $v > 0, u > 0$ 」あるいは)非負制約「 $v \geq 0, u \geq 0$ 」を課して、DMU 毎の自己正当化プロセスを分数計画法あるいは線型計画法に定式化することにより、DMU 毎の最適化評価ベクトル v, u を求めるため、結果として評価ベクトル値は連続値である。連続評価ベクトルであるために、「定数倍の自由度」ならびに「原点を含むか否か」などの評価プロセス上の本質的な問題点を内包する。

しかし、ここでは評価ベクトル v, u を離散的に動かして、相対効率値を最適化した場合のほうがりやすくと求むことができると考えられる点を考慮して、Microsoft Excel を用いて評点を離散的に動かす DEA-BCC モデルについてのアプローチを考案する。

今回はどのような評価集合のときに LP ベース DEA にどれだけ近い結果が得られるのか、ということに重点を置いて考察する。

2. 離散評点 DEA について

離散評点 DEA とは、評価ベクトル v, u の要素を離散評点で行うということである。

この離散評点 DEA の利点は、評価ベクトル v, u の様々な組み合わせごとに評価を行うこ

とができるので、一度の評価で様々な評価基準による結果を同時に計算することができる点である。また、評価ベクトル v, u が全て整数の場合や、0 がある場合、マイナスの評価がある場合など様々な評価方法が存在し、評価対象によって多くの組み合わせを考慮することができる。

3. 離散評点 DEA-BCC モデルの計算法

離散評点 DEA-BCC モデルの方法は、まず BCC モデルの場合は出力データ y に y_0 として新しく DMU それ自身の存在意義による出力項目とする存在性項目を加える。そのデータ値は各 DMU でみな等しく 1 である。

その存在性項目に対する評価値 u_0 は負値もと取りうる自由変数とする。

それから Excel を用いて評価の対象となる DMU のデータの正規化を行う。

本来の DEA では、評価をする際、実際のデータをそのまま使用しても構わないが、離散評点 DEA では離散的評価点で行うために評価ベクトルの自由度が少なくなってしまう。また、それぞれのデータごとで単位も違うため、すべての重要度を一定にしなくてはならない。よって総和を 1 として正規化を行う。

ただし、今回はデータを正規化して計算を行うが、本来、正規化が必要なのは不揃いの

Trial of discrete-score BCC model

Takashi KANEKO†, Tomohiro OKUBO, Masaaki SHINOHARA and Keikichi OSAWA

データに関してのときである。今回の例では特に必要ではない。正規化しないほうがよりよい結果が得られるということも考えられる。

評価ベクトル v, u, u_0 について多段階の離散評点で行い、それぞれすべての組み合わせごとに入力データを x 、出力データを y とし、(3.1)式に代入し、DMU ごとの絶対効率値を求め。

$$A_j = \frac{u^T y_j + u_0 y_{j0}}{v^T x_j} \quad (3.1)$$

また、それぞれの組み合わせごとに(3.2)式より DMU k の相対効率値を求め、それぞれの DMU k の最大値を決定する。

$$R_k = \frac{A_k}{\max\{A_1, \dots, A_n\}} \quad (k=1, \dots, n) \quad (3.2)$$

4. 解析内容

今回は 1 入力 2 出力、2 入力 1 出力、2 入力 2 出力についてそれぞれ評価ベクトルの様々な組み合わせごとに評価を試みる。

ここでは $S=(1,2,3)$ とし、存在性項目に対する評価値 u_0 については 3 段階評点と 5 段階評点で解析を行った。

その解析するデータを以下の表 1, 表 2, 表 3 に示す。

また、1 入力 2 出力の例について正規化したデータを表 4 に示す。

なお、今回用いたデータは参考文献[1]の中で例として用いられていたものである。

表 1 1 入力 2 出力の例

DMUデータ				
DMU	入力1 (v1) 営業人数	出力1 (u1) 取引先数	出力2 (u2) 売上	出力3 (u3) 存在性項目
A	1	1	5	1
B	1	2	7	1
C	1	3	4	1
D	1	4	3	1
E	1	4	6	1
F	1	5	5	1
G	1	6	2	1

表 2 2 入力 1 出力の例

DMUデータ				
DMU	入力1 (v1) 従業員数	入力2 (v2) 売場面積	出力1 (u1) 売上	出力0(u0) 存在性項目
A	4	3	1	1
B	7	3	1	1
C	8	1	1	1
D	4	2	1	1
E	2	4	1	1
F	5	2	1	1
G	6	4	1	1
H	5.5	2.5	1	1
I	6	2.5	1	1

表 3 2 入力 2 出力の例

DMUデータ					
DMU	入力1 (v1) 医師	入力2 (v2) 看護師	出力1 (u1) 外来	出力2 (u2) 入院	出力3 (u3) 存在性項目
A	20	151	100	90	1
B	19	131	150	50	1
C	25	160	160	55	1
D	27	168	180	72	1
E	22	158	94	66	1
F	55	255	230	90	1
G	33	235	220	88	1
H	31	206	152	80	1
I	30	244	190	100	1
J	50	268	250	100	1
K	53	306	260	147	1
L	38	284	250	120	1

表 4 1 入力 2 出力の例正規化データ

DMU正規化				
DMU	入力1 (v1) 営業人数	出力1 (u1) 取引先数	出力2 (u2) 売上	出力3(u0) 存在性項目
A	0.142857143	0.04	0.15625	0.142857143
B	0.142857143	0.08	0.21875	0.142857143
C	0.142857143	0.12	0.125	0.142857143
D	0.142857143	0.16	0.09375	0.142857143
E	0.142857143	0.16	0.1875	0.142857143
F	0.142857143	0.2	0.15625	0.142857143
G	0.142857143	0.24	0.0625	0.142857143

5. 解析結果

Microsoft Excel を用いてそれぞれの例について離散評点表計算ソフトを用いて解析した結果と LP ソフトを用いて解析した結果を比較し、以下の表 5, 表 6, 表 7 に示す。

表 5 1 入力 2 出力の計算結果

DMU	LPソフト	$u_0=(-1,0,1)$	$u_0=(-2,-1,0,1,2)$	$u_0=(-3,-1,0,1,3)$	$u_0=(-4,-1,0,1,4)$	$u_0=(-5,-1,0,1,5)$
A	1	0.741214706	0.777632724	0.810600445	0.835054874	0.853916524
B	1	1	1	1	1	1
C	1	0.777101968	0.826703755	0.858248009	0.880076997	0.896080067
D	1	0.796168582	0.840333797	0.869397042	0.889509143	0.904253545
E	1	1	1	1	1	1
F	1	1	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

表 6 2 入力 1 出力の計算結果

DMU	LPソフト	$u_0=(-1,0,1)$	$u_0=(-2,-1,0,1,2)$	$u_0=(-3,-1,0,1,3)$	$u_0=(-4,-1,0,1,4)$	$u_0=(-5,-1,0,1,5)$
A	0.857142857	0.855007474	0.855007474	0.855007474	0.855007474	0.855007474
B	0.631578947	0.631346578	0.631346578	0.631346578	0.631346578	0.631346578
C	1	1	1	1	1	1
D	1	1	1	1	1	1
E	1	1	1	1	1	1
F	0.923076923	0.922580645	0.922580645	0.922580645	0.922580645	0.922580645
G	0.6	0.59832636	0.59832636	0.59832636	0.59832636	0.59832636
H	0.774193548	0.774018945	0.774018945	0.774018945	0.774018945	0.774018945
I	0.75	0.749672346	0.749672346	0.749672346	0.749672346	0.749672346

表 7 2 入力 2 出力の計算結果

DMU	LPソフト	$u_0=(-1,0,1)$	$u_0=(-2,-1,0,1,2)$	$u_0=(-3,-1,0,1,3)$	$u_0=(-4,-1,0,1,4)$	$u_0=(-5,-1,0,1,5)$
A	1	1	1	1	1	1
B	1	1	1	1	1	1
C	0.895833333	0.866292502	0.866292502	0.866292502	0.866292502	0.866292502
D	1	1	1	1	1	1
E	0.881818182	0.81132882	0.826035683	0.847373742	0.851941853	0.856453414
F	0.938935574	0.831407867	0.831407867	0.831407867	0.831407867	0.831407867
G	1	0.963207349	0.963207349	0.963207349	0.963207349	0.963207349
H	0.798833194	0.787443033	0.787443033	0.787443033	0.787443033	0.787443033
I	0.989333333	0.949684598	0.949684598	0.949684598	0.949684598	0.949684598
J	1	0.922696554	0.922696554	0.922696554	0.922696554	0.922696554
K	1	1	1	1	1	1
L	1	1	1	1	1	1

6. まとめ

今回、離散評点表計算ソフトを用いて解析した結果と LP ソフトを用いて解析した結果を比べると、以下のことがわかる。まず、表 5 を見てみると、1 入力 2 出力の例では

$u_0 = (-1,0,1)$ の三段階評点のときに LP ソフトで求めた効率値と同じ値を得られた DMU もあるが、それ以外の DMU ではそれほど近い値は得られていない。五段階評価で解析を行うと、三段階評点で得られた結果よりも LP

ソフトで求めた効率値に近い結果が得られ、五段階評価における離散評点集合の幅を広げていくと、徐々に LP ソフトで求めた効率値に近づいていることがわかる。

次に、表 6 を見てみると、2 入力 1 出力の例では $u_0 = (-1, 0, 1)$ の三段階評点のときに LP ソフトで求めた効率値とある程度近い結果が得られた。

このとき五段階評価における離散評点集合 u_0 の幅を広げても、結果は全く変わらなかった。

次に表 7 を見てみると、2 入力 2 出力の例では $u_0 = (-1, 0, 1)$ の三段階評点のときに LP ソフトで求めた効率値に近い値が得られた DMU もあるが、LP の結果との誤差が大きい DMU も見られる。五段階評点にして、離散評点集合 u_0 の幅を広げていくと、DMU E だけが LP ソフトで求めた効率値に近くなっていき、それ以外は全く変わっていないことがわかる。

今回の実験からわかることは、三段階評点よりも五段階評点にしたほうが LP ベース DEA により近い結果が得られるが、BCC モデルでは LP ベース DEA と類似した結果が得にくい。

また、多出力の場合よりも 1 出力の場合の方が比較的 LP ベース DEA に近い値が得られる。

7. おわりに

従来の連続値 LP ベース DEA が本質なのかという疑問から、それに代わりうる、あるいは併用する方法として離散評点 DEA を提案した。

今後の研究課題としては今回、行ったもの以外にも様々なケースの離散評点アプローチ

を行い、評価対象によって適切な組み合わせを見つけていくこと、 u_0 を連続値として考える方法や一変数のみを連続値として考える方法などを試みることなどである。

参考文献

[1]刀根薫，経営効率性の測定と改善，日科技連 (1993)

[2]伊藤圭一，離散評点 DEA の表計算，日本大学生産工数理情報工学科，平成 17 年度卒業論文(2006.3)

[3]篠原正明，篠原健，離散評点 DEA のすすめ，日本オペレーションズ・リサーチ学会，春季研究発表アブストラクト集，2-C-7，pp148-149

[4]大久保智弘，金子隆史，大澤慶吉，篠原正明，離散評点 BCC モデルの図的解釈，第 39 回日本大学生産工数理情報部会学術講演論文 (2006.12)

[5]篠原正明，大澤慶吉，鈴木洋臣，BCC モデルの CCR モデルに基づく解釈，第 35 回日本大学生産工数理情報部会学術講演論文集，pp121-pp122(2002.12)