

## 離散評点 CCR モデルの試み

日大生産工（院）	金子 隆史
日大生産工（院）	大久保 智弘
日大生産工	大澤 慶吉
日大生産工	篠原 正明

### 1. はじめに

多入出力システムの効率性評価法である DEA においては入力項目評価ベクトル  $v$  ならびに出力項目評価ベクトル  $u$  に対して、(正值制約「 $v > 0, u > 0$ 」あるいは)非負制約「 $v \geq 0, u \geq 0$ 」を課して、DMU 毎の自己正当化プロセスを分数計画法あるいは線型計画法に定式化することにより、DMU 毎の最適化評価ベクトル  $v, u$  を求めるため、結果として評価ベクトル値は連続値である。連続評価ベクトルであるために、「定数倍の自由度」ならびに「原点を含むか否か」などの評価プロセス上の本質的な問題点を内包する。

しかし、ここでは評価ベクトル  $v, u$  を離散的に動かして、相対効率値を最適化した場合のほうがりやすくと求めることができると考えられる点を考慮して、Microsoft Excel を用いて評点を離散的に動かす DEA-CCR モデルについてのアプローチを考案する。

今回はどのような評価集合のときに LP ベース DEA にどれだけ近い結果が得られるのか、ということに重点を置いて考察する。

### 2. 離散評点 DEA について

離散評点 DEA とは、評価ベクトル  $v, u$  の要素を離散評点で行うということである。

この離散評点 DEA の利点は、評価ベクトル  $v, u$  の様々な組み合わせごとに評価を行うこ

とができるので、一度の評価で様々な評価基準による結果を同時に計算することができる点である。また、評価ベクトル  $v, u$  が全て整数の場合や、0 がある場合、マイナスの評価がある場合など様々な評価方法が存在し、評価対象によって多くの組み合わせを考えることができる。

### 3. 離散評点 DEA-CCR モデルの計算法

離散評点 DEA-CCR モデルの方法は、まず Excel を用いて評価の対象となる DMU のデータを正規化することから始まる。本来の DEA では、評価をする際、実際のデータをそのまま使用しても構わないが、離散評点 DEA では離散的評価点で行うために評価ベクトルの自由度が少なくなってしまう。また、それぞれのデータごとで単位も違うため、すべての重要度を一定にしないといけない。よって各項目において全ての DMU の総和を 1 として正規化を行う。

ただし、今回はデータを正規化して計算を行うが、本来、正規化が必要なのは不揃いのデータに関してのときである。今回の例では特に必要ではない。正規化しないほうがよりよい結果が得られるということも考えられる。

今回は評価ベクトル  $v, u$  を 3 段階評点で行い、 $S = (S_1, S_2, S_3)$  をそれぞれすべての組み

---

## Trial of discrete-score CCR model

Takashi KANEKO†, Tomohiro OKUBO, Masaaki SHINOHARA and Keikichi OSAWA

合わせごとに入力データを  $x$ 、出力データを  $y$  とし、(3.1)式に代入し、DMU ごとの絶対効率値を求める。

$$A_j = \frac{u^T y_j}{v^T x_j} \quad (3.1)$$

また、それぞれの組み合わせごとに(3.2)式より DMU  $k$  の相対効率値を求め、それぞれの DMU  $k$  の最大値を決定する。

$$R_k = \frac{A_k}{\max\{A_1, \dots, A_n\}} \quad (k=1, \dots, n) \quad (3.2)$$

#### 4. 解析内容

今回は 1 入力 2 出力、2 入力 1 出力、2 入力 2 出力についてそれぞれ評価ベクトルの様々な組み合わせごとに評価を試みる。

その解析するデータを以下の表 1, 表 2, 表 3 に示す。

また、1 入力 2 出力の例について正規化したデータを表 4 に示す。

なお、今回用いたデータは参考文献[1]の中で例として用いられていたものである。

表 1 1 入力 2 出力の例

DMUデータ			
DMU	入力1 (v1) 営業人数	出力1 (u1) 取引先数	出力2 (u2) 売上
A	1	1	5
B	1	2	7
C	1	3	4
D	1	4	3
E	1	4	6
F	1	5	5
G	1	6	2

表 2 2 入力 1 出力の例

DMUデータ			
DMU	入力1 (v1) 従業員数	入力2 (v2) 売場面積	出力1 (u1) 売上
A	4	3	1
B	7	3	1
C	8	1	1
D	4	2	1
E	2	4	1
F	5	2	1
G	6	4	1
H	5.5	2.5	1
I	6	2.5	1

表 3 2 入力 2 出力の例

DMUデータ				
DMU	入力1 (v1) 医師	入力2 (v2) 看護師	出力1 (u1) 外来	出力2 (u2) 入院
A	20	151	100	90
B	19	131	150	50
C	25	160	160	55
D	27	168	180	72
E	22	158	94	66
F	55	255	230	90
G	33	235	220	88
H	31	206	152	80
I	30	244	190	100
J	50	268	250	100
K	53	306	260	147
L	38	284	250	120

表 4 1 入力 2 出力の例の正規化データ

DMU正規化			
DMU	入力1 (v1) 営業人数	出力1 (u1) 取引先数	出力2 (u2) 売上
A	0.142857143	0.04	0.15625
B	0.142857143	0.08	0.21875
C	0.142857143	0.12	0.125
D	0.142857143	0.16	0.09375
E	0.142857143	0.16	0.1875
F	0.142857143	0.2	0.15625
G	0.142857143	0.24	0.0625

#### 5. 解析結果

Microsoft Excel を用いて 3 段階の離散評点について様々な組み合わせを試みた結果と LPソフトによる解析結果を次のページの表 5, 表 6, 表 7 に示す。

なお、それぞれの表の網掛けの部分は LPソフトで求めた効率値に最も近い結果が得られた部分である。

表 5 1 入力 2 出力の計算結果

DMU	LP77	S=(0,1,2)	S=(0,1,3)	S=(0,1,4)	S=(0,1,5)	S=(0,2,3)	S=(0,2,5)	S=(0,3,5)	S=(1,2,3)	S=(1,2,4)	S=(1,2,5)	S=(1,3,4)	S=(1,3,5)	S=(1,4,5)	S=(1,2,10)	S=(1,5,10)
A	<b>0.71429</b>	0.71429	0.71429	0.71429	0.71429	0.71429	0.71429	0.71429	0.691	0.69634	0.69968	0.69634	0.69968	0.69968	0.70673	0.70673
B	<b>1</b>	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
C	<b>0.7</b>	0.69159	0.68772	0.68772	0.68772	0.69688	0.68787	0.69489	0.69688	0.69159	0.69159	0.69919	0.69489	0.69881	0.69159	0.69159
D	<b>0.75</b>	0.74382	0.73323	0.7176	0.71228	0.73151	0.74528	0.73617	0.74382	0.74382	0.74528	0.73323	0.73617	0.72308	0.74382	0.74382
E	<b>1</b>	1	0.98132	0.97544	0.97544	1	1	1	1	1	1	1	1	0.99763	1	1
F	<b>1</b>	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
G	<b>1</b>	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

表 6 2 入力 1 出力の計算結果

DMU	LP77	S=(0,1,2)	S=(0,1,3)	S=(0,1,4)	S=(0,1,5)	S=(0,2,3)	S=(0,2,5)	S=(0,3,5)	S=(1,2,3)	S=(1,2,4)	S=(1,2,5)	S=(1,3,4)	S=(1,3,5)	S=(1,4,5)	S=(1,2,10)	S=(1,5,10)
A	<b>0.85714</b>	0.85501	0.80084	0.80084	0.80084	0.83421	0.81046	0.84298	0.85501	0.85501	0.85501	0.8244	0.84298	0.81905	0.85501	0.85501
B	<b>0.63158</b>	0.63135	0.61514	0.61514	0.61514	0.62475	0.61514	0.62721	0.63135	0.63135	0.63135	0.62197	0.62721	0.62044	0.63135	0.63135
C	<b>1</b>	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
D	<b>1</b>	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
E	<b>1</b>	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
F	<b>0.92308</b>	0.92258	0.88837	0.88837	0.88837	0.90857	0.88837	0.91377	0.92258	0.92258	0.92258	0.9027	0.91377	0.89948	0.92258	0.92258
G	<b>0.6</b>	0.59833	0.57186	0.57186	0.57186	0.58867	0.57186	0.59302	0.59833	0.59833	0.59833	0.58377	0.59302	0.58108	0.59833	0.59833
H	<b>0.77419</b>	0.77402	0.76171	0.76171	0.76171	0.76904	0.76171	0.7709	0.77402	0.77402	0.77402	0.76693	0.7709	0.76577	0.77402	0.77402
I	<b>0.75</b>	0.74967	0.72693	0.72693	0.72693	0.7404	0.72693	0.74385	0.74967	0.74967	0.74967	0.73649	0.74385	0.73434	0.74967	0.74967

表 7 2 入力 2 出力の計算結果

DMU	LP77	S=(0,1,2)	S=(0,1,3)	S=(0,1,4)	S=(0,1,5)	S=(0,2,3)	S=(0,2,5)	S=(0,3,5)	S=(1,2,3)	S=(1,2,4)	S=(1,2,5)	S=(1,3,4)	S=(1,3,5)	S=(1,4,5)	S=(1,2,10)	S=(1,5,10)
A	<b>1</b>	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
B	<b>1</b>	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
C	<b>0.88271</b>	0.88044	0.87852	0.87742	0.8767	0.88205	0.87933	0.88144	0.86629	0.87107	0.87408	0.87107	0.87408	0.87408	0.87546	0.87546
D	<b>1</b>	1	1	1	1	1	1	1	0.98274	0.9919	0.99627	0.9919	0.99627	0.99627	1	1
E	<b>0.7635</b>	0.75739	0.76035	0.7621	0.76192	0.75497	0.75909	0.75588	0.76035	0.7621	0.76192	0.7621	0.76192	0.7621	0.76192	0.76192
F	<b>0.83477</b>	0.83345	0.83345	0.83345	0.83345	0.83345	0.83345	0.83345	0.75351	0.77285	0.78474	0.77285	0.78474	0.78474	0.8078	0.8078
G	<b>0.90196</b>	0.88844	0.88717	0.88956	0.88958	0.89842	0.88544	0.89462	0.89066	0.88956	0.88958	0.89656	0.88958	0.89801	0.88958	0.88958
H	<b>0.79633</b>	0.7883	0.7883	0.79219	0.79395	0.7883	0.7883	0.7883	0.78744	0.79219	0.79395	0.79219	0.79395	0.79395	0.79395	0.79395
I	<b>0.96039</b>	0.9232	0.92196	0.92196	0.92196	0.95064	0.92196	0.94021	0.90741	0.90596	0.90851	0.92729	0.91107	0.93545	0.91447	0.91447
J	<b>0.87065</b>	0.87065	0.87065	0.87065	0.87065	0.87065	0.87065	0.87065	0.82199	0.8362	0.84433	0.8362	0.84433	0.84433	0.85784	0.85784
K	<b>0.9551</b>	0.94323	0.94323	0.94323	0.94323	0.94323	0.94323	0.94323	0.90899	0.92102	0.92748	0.92102	0.92748	0.92748	0.93648	0.93648
L	<b>0.9582</b>	0.92884	0.9206	0.92103	0.91969	0.95051	0.92029	0.94227	0.9298	0.92103	0.92029	0.94322	0.92839	0.94745	0.92129	0.92129

## 6. まとめ

今回、離散評点表計算ソフトを用いて解析した結果と LP ソフトを用いて解析した結果を比べると、以下のことがわかる。

まず、表 5 を見てみると、1 入力 2 出力の例では  $S=(0,1,2)$  のときに LP ソフトで求めた効率値と最も近い結果が得られた。

次に表 6 を見てみると、2 入力 1 出力の例では  $S=(0,1,2)$  ,  $S=(1,2,3)$  ,  $S=(1,2,4)$  ,  $S=(1,2,5)$  ,  $S=(1,2,10)$  ,  $S=(1,5,10)$  のときに全ての DMU において、同じ値をとり、LP ソフトで求めた効率値に最も近い結果が得られている。

次に表 7 を見てみると、2 入力 2 出力の例では  $S=(0,2,3)$  のときに LP ソフトで求めた効率値と最も近い結果が得られた。

今回の実験では三つの例において離散評点表計算ソフトを用いた解析を行ったが、それぞれの例において適切な離散評点集合は違うということがわかる。

幾何学的な観点から考えると、離散評点集合に 0 を入れた方が LP ベース DEA に近い結果が得られるということが推測できる。ただし、今回の結果では 1 入力 2 出力の例と 2 入力 2 出力の例の場合ではそれが言えるが、2 入力 1 出力の例では必ずしもそうは言えない。この場合、0 を含まない評価ベクトルで、LP ソフトに近い結果が得られたものに、0 を加えて 4 段階評価を行えば、更に精度が増すことが考えられる。

## 7. おわりに

従来の連続値 LP ベース DEA が本質なのかという疑問から、それに代わりうる、あるいは併用する方法として離散評点 DEA を提案した。

今後の研究課題としては、今回は離散評点集合を 3 段階で行ったが、4 段階や 5 段階などにすることによって、どれだけ精度が増すのかということを検証すること、様々なケースを離散評点でアプローチを行い、評価対象によって適切な組み合わせを見つけていくこと、CCR モデル以外の DEA モデル(例えば BCC モデル, 加法, ...)などへの離散評点アプローチの適用などがある。

## 参考文献

[1]刀根薫, 経営効率性の測定と改善, 日科技連 (1993)

[2]伊藤圭一, 離散評点 DEA の表計算, 日本大学生産工数理情報工学科, 平成 17 年度卒業論文(2006.3)

[3]篠原正明, 篠原健, 離散評点 DEA のすすめ, 日本オペレーションズ・リサーチ学会, 春季研究発表アブストラクト集, 2-C-7, pp.148-149

[4]大久保智弘, 金子隆史, 大澤慶吉, 篠原正明, 離散評点 CCR モデルの図的解釈, 第 39 回日本大学生産工数理情報部会学術講演論文 (2006.12)