

BCC モデルにもとづく学生成績評価

日大生産工（院） 金子 隆史
日大生産工 篠原 正明
日大生産工 大澤 慶吉

1. はじめに

経営効率性を調べる方法として用いられる「DEA(包絡分析法)」を学生の成績評価に用いる。入力項目に勉強時間、出力項目に各テストの点数とし、各 DMU の効率値を 1 入力 5 出力という観点から分析する。今回適用するモデルは BCC-I モデル(入力指向型)であり、その結果の RTS(Returns to Scale)に着目し、学生の学習効率性の規模の効率性を考察する。

2. 規模の効率性

BCC モデルの双対問題は

$$\langle DBCC_0 \rangle \quad \max z = u^T y_0 - u_0 \quad (1)$$

$$\text{制約式} \quad v^T x_0 = 1 \quad (2)$$

$$-v^T X + u^T Y - u_0 \leq 0 \quad (3)$$

$$v \geq 0, \quad u \geq 0 \quad (4)$$

となる。ただし、 $u_0 = -u_{01} + u_{02}$ であり、この変数には符号制約は付かない。この u_0 の符号と、DMU₀ の規模の効率性の間には密接な関係がある。

活動 (x_0, y_0) が効率的であるから上の LP の最適解を (z^*, v^*, u^*, u_0^*) とすれば $z^* = 1$ である。

ここで、 δ を絶対値が非常に小さい数として点 $P_\delta = ((1 + \delta)x_0, (1 + \delta)y_0)$ を考えると、この点は活動 (x_0, y_0) にきわめて近い点である。この点が BCC モデルの生産可能集合 $P = \{(x, y) \mid x \geq X\lambda, y \leq Y\lambda, e\lambda = 1, \lambda \geq 0\}$ に属するか否かで (x_0, y_0) の規模の効率性を次のように定義する。

(a) $\delta^* > 0$ が存在し、 $\delta^* > \delta \geq 0$ である任意の δ に対して $P_\delta \in P$ であり、かつ、 $-\delta^* < \delta < 0$ であるどの δ に対しても $P_\delta \notin P$ であるときも活動 (x_0, y_0) は規模の効率性が増加型であるという。

(b) $\delta^* > 0$ が存在し、 $\delta^* > |\delta|$ であるどんな δ に対しても $P_\delta \in P$ であるか、または

$\delta^* > |\delta| > 0$ であるどんな δ に対しても $P \notin P$ であるとき、活動 (x_0, y_0) は規模の効率性が一定であるという。

(c) $\delta^* > 0$ が存在し、 $\delta^* > \delta > 0$ である任意の δ に対して $P_\delta \notin P$ であり、かつ、 $-\delta^* < \delta \leq 0$ であるどんな δ に対しても $P_\delta \in P$ であるとき、活動 (x_0, y_0) は規模の効率性が減少型であるという。

3. 解析内容

本研究では、生徒 20 人を対象に DEA を用いて、勉強時間を入力とし、数学の 5 つの単

元を出力とし、BCC-I モデルで解析して、それぞれの生徒の効率性を評価する。20 人の勉強時間と 5 単元の点数を下の表 1 に示す。なお、今回のデータは実データに操作を加え、架空の生徒を想像して作った仮想のデータである。

表 1 仮想データ

生徒	(○)勉強時	(○)計算	(○)文章題	(○)確率	(○)関数	(○)図形
A	4	20	20	20	20	20
B	1	16	5	5	10	0
C	3	20	15	20	15	18
D	1	8	5	15	5	0
E	1	12	18	5	8	10
F	0.5	16	5	5	5	20
G	1	20	3	20	5	5
H	0.5	4	0	5	18	0
I	2	12	5	10	20	5
J	0.5	4	5	0	0	5
K	2	20	20	20	15	18
L	1	16	15	10	10	15
M	1.5	20	0	5	20	5
N	5	20	20	20	15	20
O	1	8	5	10	10	5
P	2	16	15	20	15	15
Q	1.5	12	5	15	10	10
R	1	16	10	15	20	10
S	0.5	4	10	5	5	0
T	1	20	0	5	5	5

4. 解析結果

仮想データに対する解析結果を表 2, 3 に示す。

表 2 RTS([1]のソルバー)

DMU	Score	RTS	RTS of Projected DMU
A	1	Decreasing	
B	0.6666667		Constant
C	0.6666667		Decreasing
D	0.8333333		Constant
E	1	Constant	
F	1	Constant	
G	1	Constant	
H	1	Constant	
I	0.5		Constant
J	1		Constant
K	1	Decreasing	
L	1	Decreasing	
M	1	Decreasing	
N	0.8		Decreasing
O	0.6854376		Constant
P	1		Decreasing
Q	0.5925926		Constant
R	1	Constant	
S	1	Constant	
T	1		Constant

表 3 RTS([2]のソルバー)

DMU Name	Input-Oriented	Stability Region	
	RTS	Lower Bound	Upper Bound
A	Decreasing	0.43750	1.00000
B	Decreasing	0.84536	1.00000
C	Decreasing	0.60845	1.00000
D	Increasing	1.00000	1.03191
E	Constant	1.00000	1.00000
F	Constant	1.00000	1.00000
G	Constant	1.00000	1.00000
H	Constant	1.00000	1.00000
I	Decreasing	0.82828	1.00000
J	Increasing	1.00000	2.68565
K	Decreasing	0.44872	1.00000
L	Decreasing	0.53846	1.00000
M	Decreasing	0.53600	1.00000
N	Decreasing	0.43750	1.00000
O	Increasing	1.00000	1.61364
P	Decreasing	0.63636	1.00000
Q	Constant	1.00000	1.00000
R	Constant	1.00000	1.00000
S	Constant	1.00000	1.00000
T	Decreasing	0.80000	1.00000

5. まとめ

まず 2 つのソルバーで解析した結果、それぞれのソルバーが示した、RTS は一意ではない。例えば、DMU D は表 2 では Constant だが、表 3 では Increasing である。また、DMU B は表 2 では Constant だが、表 3 では Decreasing である。しかし一方のソルバーで Increasing のものがもう一方のソルバーでは Decreasing と評価されることはない。これらは 2 つのソルバーでどこを境界にして判断するかが異なっているからで、こういった曖昧性は残る。

次にここで Increasing と判断された DMU は発達途上の学生で、Constant と判断された DMU は伸び盛りの学生で、Decreasing と判断された DMU は成熟状態の学生と分類できる。ただ、今回は仮想データで行ったものなので、実データに基づく分析、検証は今後の課題である。

参考文献

- [1] 刀根薫, 経営効率性の測定と改善, 日科技連 (1993)
- [2] Joe zhu, Quantitative Models for Performance Evaluation and Benchmarking, Kluwer Academic Publishers(2003)