

多自由度マニピュレータの軌道追従に関する検討

日大生産工
日大生産工

○黒岩 孝
松原 三人

1. はじめに

最近、人間や生物を模した動作が可能な機械に関する研究が活発に行われている^[1]。本研究では、回転関節を持つ多自由度マニピュレータの先端部分を、任意の軌道に追従させる手法について検討を行う。

2. 解析法

図1に、検討した多自由度マニピュレータの概略図を示す。マニピュレータは2つの回転関節 R_1, R_2 とハンド H を持ち、回転関節 R_1 は胴体に直付けされている。回転関節 R_1 及び R_2 と、回転関節 R_2 及びハンド H は、それぞれ2つのリンク(長さを a_2, a_3 で表す)により互いに連結している。ここで、回転関節 R_1, R_2 の回転軸とハンドの中心における座標系を、それぞれ $(x_1, y_1, z_1), (x_2, y_2, z_2), (x_3, y_3, z_3)$ で表す。回転関節 R_1 は胴体に直付けしているの、胴体の座標系 (x_0, y_0, z_0) は (x_1, y_1, z_1) と同じ位置にある。

Denavit-Hartenbergの記法により、胴体の座標系 (x_0, y_0, z_0) とハンドの座標系 (x_3, y_3, z_3) の関係は次式で表される^[2]。

$[x_0 \ y_0 \ z_0 \ 1]^T = {}^0T_3 [x_3 \ y_3 \ z_3 \ 1]^T \dots (1)$
ここで 0T_3 は ${}^0T_3 = {}^0T_1 {}^1T_2 {}^2T_3$ なる同次変換行列で、一般には次式で表される。

$${}^{i-1}T_i = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i & 0 & a_i \\ \cos \alpha_i \sin \theta_i & \cos \alpha_i \cos \theta_i & -\sin \alpha_i & -d_i \sin \alpha_i \\ \sin \alpha_i \sin \theta_i & \sin \alpha_i \cos \theta_i & \cos \alpha_i & d_i \cos \alpha_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \dots (2)$$

ただし a_i, α_i, d_i は、それぞれ z_i 軸及び z_{i-1} 軸における共通垂線の長さ、ねじれ角、共通法線の始点までの距離を表す。 θ_i は回転軸まわりのリンクの回転角で、 x_i 軸と x_{i-1} 軸が一致するとき $\theta_i=0$ とする。(1)及び(2)式より、ハンド

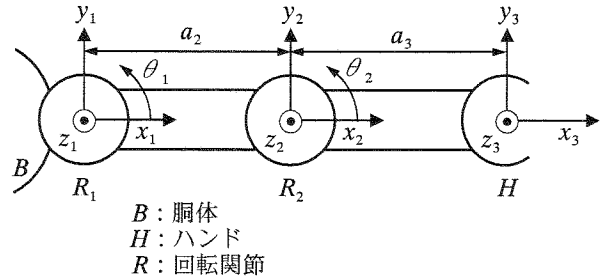


図1 マニピュレータの概略図

の中心位置 $(0, 0, 0)$ において、次式が求まる。

$$r = f(q) \dots (3)$$

ただし、

$$r = [x_0 \ y_0]^T, \quad q = [\theta_1 \ \theta_2]^T,$$

$$f(q) = \begin{bmatrix} a_2 \cos \theta_1 + a_3 \cos(\theta_1 + \theta_2) \\ a_2 \sin \theta_1 + a_3 \sin(\theta_1 + \theta_2) \end{bmatrix} \dots (4)$$

である。(3)式を解析的に解いて r から q を求めるのは難しいため、以下の様にして数値計算を行う。まず、(4)式より行列 $J(q)$ を求める^[3]。

$$J(q) = \begin{bmatrix} \partial x_0 / \partial \theta_1 & \partial x_0 / \partial \theta_2 \\ \partial y_0 / \partial \theta_1 & \partial y_0 / \partial \theta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a_2 \sin \theta_1 - a_3 \sin(\theta_1 + \theta_2) & -a_3 \sin(\theta_1 + \theta_2) \\ a_2 \cos \theta_1 + a_3 \cos(\theta_1 + \theta_2) & a_3 \cos(\theta_1 + \theta_2) \end{bmatrix} \dots (5)$$

次に q の計算値を $q[k] = [\theta_1[k] \ \theta_2[k]]^T$ で表し($k=0, 1, 2, \dots$)、適当な初期値 $q[0]$ を用いて(6)式を計算する。

$$q[k+1] = q[k] - J(q[k])^{-1} \{f(q[k]) - r_{ref}\} \dots (6)$$

ただし $r_{ref} = [x_{ref} \ y_{ref}]^T$ はハンドを追従させる目標とする軌道(以下、目標軌道)を表す。ここでは、 $q[k+1] \doteq q[k]$ となる様な値を q の推定値とする(以下 $\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2$ で表す)。

一方、図1に示したマニピュレータの幾何学的関係を用いると、余弦定理により、次式を用いて r から q を厳密に求めることが出来る^[4]。

Study on the orbit tracking of the multiple degrees of freedom manipulator

Takashi KUROIWA and Mitsuhiro MATSUBARA

$$\begin{cases} \theta_1 = \tan^{-1}\left(\frac{y_0}{x_0}\right) - \cos^{-1}\left[\frac{a_2^2 - a_3^2 + (x_0^2 + y_0^2)}{2a_2\sqrt{x_0^2 + y_0^2}}\right] \\ \theta_2 = \pi - \cos^{-1}\left[\frac{a_2^2 + a_3^2 - (x_0^2 + y_0^2)}{2a_2a_3}\right] \end{cases} \dots\dots\dots (7)$$

以下ではこの(7)式から求めた厳密解と、数値計算より求めた値を比較して精度を検査する。

3. 結果

図2は、リンクの長さをそれぞれ $a_2=37$ [mm]、 $a_3=48$ [mm]とし^[5]、目標軌道を $x_{ref} = y_{ref} = 50$ [mm]とした場合について、 θ_1 [k]及び θ_2 [k]を(6)式により求めた結果である(初期値は $\theta_1[0] = \theta_2[0] = \pi/8$ とした)。同図中の破線が厳密解、プロットが計算値をそれぞれ示す。 $k \geq 5$ において計算値が収束し、厳密解と良く一致していることがわかる。また、初期値を変えても、この傾向は余り変わらないことも確認している。

図3は、目標軌道(x_{ref}, y_{ref})を(50 [mm], 50 [mm])から(20 [mm], 80 [mm])まで直線的に変えた場合の、 $\hat{\theta}_1$ 及び $\hat{\theta}_2$ の推定結果である。同図中の破線が厳密解、プロットが計算値をそれぞれ示す。いずれの場合も、計算により求めた推定値が、厳密解と良く一致していることがわかる。

図4は、図3に示した推定値を(3)式に代入し、 $r = [x_0 \ y_0]^T$ を計算により求めた結果である。同図より、目標軌道に対して良好に追従していることがわかる。

4. まとめ

回転関節を持つ多自由度マニピュレータの先端部分を任意の軌道に追従させるための手法について検討した結果、本手法を用いることでマニピュレータは軌道に対し良好に追従することがわかった。今後は、より多自由度の場合を用いた場合について検討を行う予定である。

参考文献

- [1] 日本機械学会編：生物型システムのダイナミクスと制御，養賢堂(2002)
- [2] J.Denavit et al.:J.of Appl. Mech., ASME, pp.

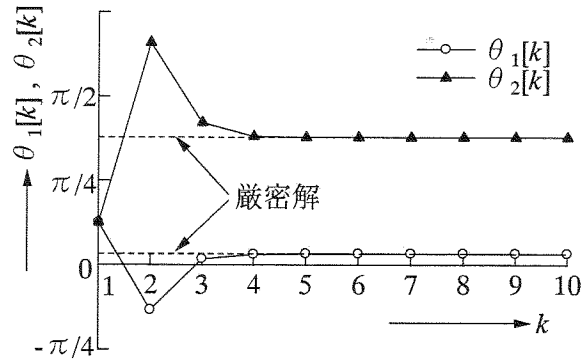


図2 θ_1 [k]及び θ_2 [k]の収束結果

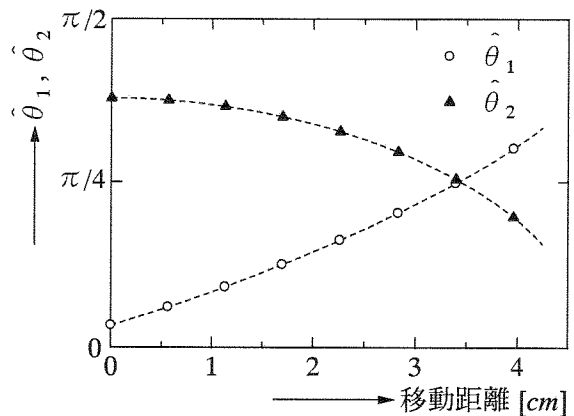


図3 $\hat{\theta}_1$ 及び $\hat{\theta}_2$ の推定結果

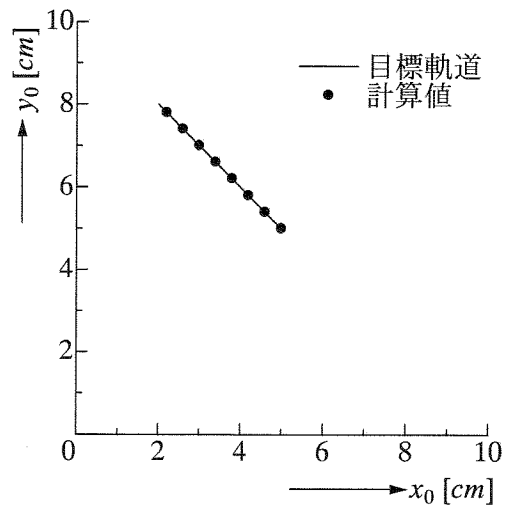


図4 目標軌道に対する追従結果

215-221(1955)

- [3] J.J.Uicker et al:J.of Appl. Mech., ASME, pp.309-314(1964)
- [4] 広瀬茂男:ロボット工学，裳華房(1987)
- [5] 西澤:平成16年度卒業研究要旨集，pp. 135-136(2004)