液封式ポンプ内の流動解析

日大生產工(院) 佐藤 洋平 日大生産工 角田 和彦 株式会社粟村製作所 松田 正平 日大生産工 登坂 宣好

1.緒言

液封式ポンプとは気体と液体をポンプ内に送り 込み、ポンプ内の偏心した羽根車が回転すること によりポンプ内の気体を圧送する流体機械である。

本研究では、この液封式ポンプ内の液体の流動 を数値解析することを目的とて、作動流体である、 液体と圧送される気体との境界面(気液境界面)な どを考慮しない。しかし、実験で見られる気液境界 面が現れる位置での流れや圧力を数値解析し、可 視化を通して流れ場や圧力場の挙動を検討する[1]。

計算流体力学で流れを数理的に解析するために は、一般に高レイノルズ数を有する複雑な流れが 対象となり、Navier-Stokes 方程式と連続の方程式 による初期値 - 境界値問題を解く必要がある。こ の問題を効率良く計算する数値解析手法の一つに、 コンピュータへの適用性に優れたアルゴリズムを 持つ有限要素法という解析理論がある [2]。そこで 本研究では、高レイノルズ数の液封式ポンプ内の 流れの解析を可能にするため、上流化手法に指数関 数型 Petrov-Galerkin 有限要素法を適用し、時間積 分の高精度化のために 2 次精度 Adams-Bashforth 法を導入している [3][4]。

2.基礎微分方程式

非圧縮性粘性流体の問題に対する基礎微分方程 式は、Navier-Stokes 方程式と連続の式によって与 えられる。また、得られた式の時間微分項に対し、 Fractional step 分解の関係を利用し、圧力場と速 度場に分解するとすると、形式的に以下の方程式 系を得る。

$$\dot{u}_i(\tilde{u}_i, u_i^n) + u_j u_{i,j} = \frac{1}{Re} u_{i,jj} \tag{1}$$

$$\dot{u}_i(u_i^{n+1}, \tilde{u}_i) = -p_{,i}^{n+1} , \quad u_{i,i}^{n+1} = 0$$
 (2)

ただし、Re はレイノルズ数、 u_i^n は n 時間 step で の u_i の値、 p^{n+1} は (n+1)step での圧力を表す。

3. 指数関数型 Petrov-Galerkin 有限要素法

高レイノルズ数の流れ解析に対しても安定した 数値解を得るために、式(1)に指数関数を重み関 数とした Petrov-Galerkin 法に基づく有限要素ス キームを適用する。式(1)の重み付き残差表現に発 散定理を適用し、未知関数の近似により積分形式 の有限要素方程式が得られ、この方程式に、時間 進行スキームとして2次精度の Adams-Bashforth 法を適用すると次式を得る。

$$M_{\alpha\beta}\frac{\tilde{u}_{i\beta} - u_{i\beta}^n}{\Delta t} = \frac{1}{2}(3F_{i\alpha}^n - F_{i\alpha}^{n-1}) \qquad (3)$$

ただし、 $F_{i\alpha}$ は次の様に定義される。

$$F_{i\alpha} = -(K_{\alpha\beta} + D_{\alpha\beta})u_{i\beta} + f_{i\alpha} \tag{4}$$

4.数値計算例

本研究で対象としたモデルは、羽根の数 18 枚、 羽根車の上下に薄い空間がある。数値解析に用い たモデルは、実際の液封ポンプとほぼ同一の比であ るが、羽根車の上下にある薄い空間を厚くした。計 算に用いた有限要素メッシュは総節点数 105,948、 総要素数 90,784、レイノルズ数は $\text{Re}=1.0 \times 10^3$ 、 時間幅は $\Delta t = 0.001$ 、スケーリングパラメータは 0.5 で計算を行った。

図1は羽根形状、有限要素メッシュを示す。



5. 解析結果

液封式ポンプのモデルを用い、上述の手法によっ て解析し、以下の結果が得られた。

Flow Analysis of the Liquid Ring Pump

Youhei SATOU, Kazuhiko KAKUDA, Shouhei MATSUDA, Nobuyoshi TOSAKA

以下の図は、図 3 を除きすべてレイノルズ数 $Re = 1.0 \times 10^3$ 、5000*step* での解析結果である。

- ・図2: 羽根車の z 方向の中間点での xy 平面から
 見た流線図及び、その部分的拡大図
- ・図3:実験の結果で、気液境界面を可視化したものとそれをグラフ化したもの。
- ・図4:羽根車と空間の境界で、*xy*平面から見た 流線図と圧力図。
- ・図5: xz 平面から見た流線図。
- ・図 6: xz 平面から見た圧力図。





図 2.(a)*xy* 平面 の流線図



(b)*xy* 平面の拡大



図 3.(a) 実験の可視化





(b) グラフ化

図 4.(a)*xy* 平面 の流線図

(b)*xy* 平面の圧力図



図 5 *xz* 平面 の流線



図 6 xz 平面の圧力

5.1 所見

(1)図2を見ると羽根車の一枚ごとに渦の発生 が見られる。

(2)予測としては、xz平面で見たとき、同心二 重円のような縦渦が発生すると思われたが、図5 の流線図を見ると、羽根車の上面に少し縦渦が見 られるが、予測していた縦渦は見られなかった。し かし図6の圧力図を見ると、今後 step 数が進むに つれて同心二重円の様な縦渦が発生する可能性が 考えられる。

(3)図3は気液境界面を可視化、グラフ化した 実験結果[1]であるが、図4の流線図を見ると流線 の密な部分が見られる。ここは周囲よりも速度が 速くなっている。気液境界面の可視化と比較する と、この流線が密な部分と気液境界面の位置がお およそ、一致していると考えられる。

6.結言

本研究では、解析モデルに実際の液封式ポンプ に近いモデルを使用して解析を行うことができた。 しかし解析手法として羽根車は実際に回転してい なく、代わりに回転する速度ベクトルを与えて数 値計算しているので、実験の結果と比較するのに 十分な数値シミュレーションとは言えない。よっ て、今後の課題として実際にモデルを回転させて の解析が第一の課題となる。

対象物体を実際に移動させて解析する方法の一 つとしてフリーメッシュ法が上げられる。これは メッシュレス法の一種である。この方法は、節点 情報のみを入力とし、それぞれの節点の周囲で局 所要素を生成することにより解析が行われる[5]。

参考文献

- [1] 藤田優・石井進・山崎智史・由永達郎,"一作動 型液封式ポンプにおける気液界面の可視化",日 本機械学会
- [2] 登坂宜好・大西和榮,"偏微分方程式の数値シュ ミレーション",東京大学出版会 (1991)
- [3] 角田和彦・登坂宣好,"非定常非圧縮粘性流れ問題の指数関数型 Petrov-Galerkin 有限要素法",日本建築学会構造系論文報告集,439,(1992),189-198
- [4] 角田和彦,"3次元円柱まわりながれの指数関数
 型 Petrov-Galerkin 有限要素法"日本建築学会
 大会講演概要集,(1999-9)
- [5] 矢川元基・細川孝之,"ブリーメッシュ法 (一種のメッシュレス法)の3次元問題への適用",日本機械学会論文集,A,63-614,(1997),2251-2256.