

AHPにおける評価基準ウエイトの改善

日大生産工 ○西澤一友

1 はじめに

AHP(Analytic Hierarchy Process) では、評価基準のウエイト決定が重要な問題である。代替案の総合評価ウエイトは評価基準のウエイトに大きく影響される。評価基準のウエイトを求めるには、評価基準同士の一対比較を行うのが一般的であるが、同じ評価基準群であっても人により評価は異なることが多く、一意に決定することはむずかしい。

本報告では、過去の AHP 評価例を参考にして評価基準のウエイトを決定する方法を、ANP(Analytic Network Process) の手法 [1] をもとにして提案する。

2 評価基準のウエイト改善方法

通常の AHP では、代替案の総合ウエイトベクトル w は各評価基準に対する代替案の評価ウエイト行列 W と評価基準ウエイトベクトル v により以下のように決定される。

$$w = W \times v \quad (1)$$

たとえば、AHP による評価の後で、実際の評価結果の代替案ウエイトベクトル w' が得られたとする。ほとんどの場合、 $w \neq w'$ であり、代替案の評価順位は一致しない。そこで、

$$w' = W \times v' \quad (2)$$

として連立一次方程式を解けば改善された v' が求まるが、通常は代替案の数と評価基準の数が異なるので不定形となり、 v' は一意に決定しない。そこで過去の AHP 評価例から評価基準のウエイトを改善する方法を提案する。概要を図 1 に示す。

フィードバックを考慮した方法として、AHP の発展形である ANP がある。AHP に対応する一番単純な ANP の例を図 2 に、またその超行列 S を (3)

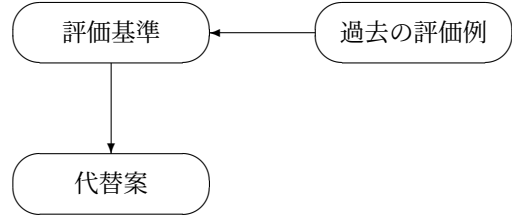


図 1: 評価基準の評価方法

に示す。ここで W は評価基準からの代替案の評価ウエイト小行列、 V は代替案からの評価基準の評価ウエイト小行列、 0 は零行列である。

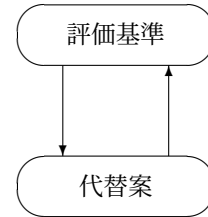


図 2: ANP の例

$$S = \left[\begin{array}{c|c} 0 & V \\ \hline W & 0 \end{array} \right] \quad (3)$$

しかし、ANP は厳密にはフィードバックが不適切な場合もありうる。図 2 では、評価基準が代替案により評価される形になっている。評価すべき代替案によって評価基準のウエイトが影響され、変動しては好ましくない。評価基準のウエイトを確定させてから代替案の評価と総合評価をすべきであると考ええる。

提案する改善方法では、超行列 S が確率行列であり、 n 乗すれば収束する性質を利用する。これは、

Improvements of the weights of criteria in AHP

Kazutomo NISHIZAWA

S の固有値1に対する固有ベクトルを求めることと同じである。提案する方法の手順を以下に示す。

手順1 超行列 S の小行列 V を W の転置とする。

手順2 V を確率行列にする。

手順3 S の小行列 W の列をすべて w' とする。

手順4 S が収束したときの V' の列を改善された評価基準ウェイト v' とする。

3 適用例

適用例として評価基準3個、代替案3個の場合を考える。[2]

各評価基準からの代替案の評価ウェイト W を(4)に、各評価基準の一対比較による評価基準の評価ウェイト v を(5)に示す。

$$W = \begin{bmatrix} 0.637 & 0.276 & 0.109 \\ 0.105 & 0.595 & 0.309 \\ 0.258 & 0.129 & 0.582 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$v = \begin{bmatrix} 0.250 \\ 0.500 \\ 0.250 \end{bmatrix} \quad (5)$$

通常の AHP による代替案の総合ウェイト w は(1)により(6)のようになる。

$$w = \begin{bmatrix} 0.3245 \\ 0.4010 \\ 0.2745 \end{bmatrix} \quad (6)$$

一方、AHP による評価の後で、実際の代替案ウェイト w' が(7)のように得られたとする。

$$w' = \begin{bmatrix} 0.200 \\ 0.300 \\ 0.500 \end{bmatrix} \quad (7)$$

ここで、 v' を求めるための超行列を S' とする。

手順1により、 S' は(8)のようになる。

$$S' = \left[\begin{array}{ccc|ccc} 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.637 & 0.105 & 0.258 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.276 & 0.595 & 0.129 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.109 & 0.309 & 0.582 \\ \hline 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \end{array} \right] \quad (8)$$

手順2により、確率行列としたものを(9)に示す。

$$S' = \left[\begin{array}{ccc|ccc} 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.623 & 0.104 & 0.266 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.270 & 0.590 & 0.133 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.107 & 0.306 & 0.601 \\ \hline 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \end{array} \right] \quad (9)$$

手順3により、(10)のようになる。

$$S' = \left[\begin{array}{ccc|ccc} 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.623 & 0.104 & 0.266 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.270 & 0.590 & 0.133 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.107 & 0.306 & 0.601 \\ \hline 0.200 & 0.200 & 0.200 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.300 & 0.300 & 0.300 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.500 & 0.500 & 0.500 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \end{array} \right] \quad (10)$$

手順4により、(10)の固有値1に対する固有ベクトル ev' を(11)に示す。

$$ev' = \begin{bmatrix} 0.2890 \\ 0.2975 \\ 0.4135 \\ 0.2000 \\ 0.3000 \\ 0.5000 \end{bmatrix} \quad (11)$$

(11)より、改善された評価基準ウェイトを以下に示す。

$$v' = \begin{bmatrix} 0.2890 \\ 0.2975 \\ 0.4135 \end{bmatrix} \quad (12)$$

そこで、改善された v' と(4)の W より、代替案の評価ウェイト $\hat{w}'$ を以下により再計算してみる。

$$\hat{w}' = W \times v' \quad (13)$$

その結果は(14)のようになる。

$$\hat{w}' = \begin{bmatrix} 0.3113 \\ 0.3351 \\ 0.3536 \end{bmatrix} \quad (14)$$

(14)は(7)の w' とはウェイトの値は一致しないが順位は一致している。

4 まとめ

ANPの手法を応用して、過去のAHP評価例より評価基準のウェイトを求める方法を提案した。しかし実際の結果では、代替案の順位は決まるがウェイトは不明な場合がほとんどで、何らかの仮定でウェイトを決定する必要がある。また、評価基準の仮のウェイト決定方法の検討も必要である。

参考文献

- [1] 木下栄蔵編：AHPの理論と実際、日科技連、(2000)、pp20-46.
- [2] 木下栄蔵：入門AHP、日科技連、(2000)、pp125-127.