

非効率的 DMU が複数評価ベクトルを持つ場合ならびに効率的 DMU が単一評価ベクトルを持つ場合についての考察

日大生産工 篠原正明
情報システム研究所 篠原 健

1. はじめに

DEA の CCR モデルにおいて、通常は、非効率的 DMU は唯一の評価ベクトルを持ち、効率的 DMU は唯一でない複数の評価ベクトルを持つことが知られている。本論文では、非効率的 DMU が複数評価ベクトルを持ちうる場合、ならびに、効率的 DMU が唯一の評価ベクトルを持つ場合について考察し、数値例により説明する。

2. 幾何的解釈

(2-1)非効率的 DMU が複数評価ベクトルを持つ場合

非効率的 DMU の評価ベクトルが一意的なのは、そのフロンティア上の参照点での包絡面の勾配が一意だからである。従ってフロンティア上の参照点がフロンティア上の端点に一致する場合には、その端点(効率的 DMU)の評価ベクトルの非一意性をそのまま受け継ぐ。

(2-2)効率的 DMU が一意の評価ベクトルを持つ場合

DMU がフロンティア上にあれば効率的であるが、非端点である場合は、その決定平面に対応する評価ベクトルを持つ。この場合は、効率値 = 1 だが、非効率的 DMU と考えれば、一意性に疑問はない。

3. 人材評価からの考察

第一線(フロンティア)で活躍する人材の評価が、比較対象とか評価法の問題よりなかなか定まらないのは、効率的 DMU が複数評価ベクトルを持つことにより説明でき

よう。第一線で活躍していても、「C 君は第一線の A 君と第一線の B 君を和して 2 で割った人材」ならば、C 君の評価は上述の意味で一意に定まってしまう。これは、効率的 DMU が一意の評価ベクトルを持つ場合である。

一方、第一線上に位置づけられない人材は、通常、第一線上の人材との相对比较により、評価ベクトルは一意に定まる。第一線上に位置づけられない人材を、極限までその人材に有利に評価する試みの中で、自然と複数のお手本集合の人材との相対位置が定まるからである。さて、そのお手本集合がたまたま 1 人の第一線上の人材ならば、その第一線上に位置づけられない人材は、その第一線上の人材と同じ複数評価ベクトルを持ちうる。これは、非効率的 DMU が複数評価ベクトルを持つ場合である。

4. 数値例

例 1 : 1 入力 2 出力

DMU	A	B	C	D	E	F
y_1	1	6	8	3.5	1.4	3
y_2	10	5	2	7.5	3.0	2.5
x	1	1	1	1	1	1

以下に評価ベクトル効率値データを示す(但し、 $v = 1, u_2 = 1$)。

DMU	A	B	C	D	E	F
u_1	0~1	1~1.5	1.5~ ∞	1	1	1~1.5
u_2	1	1	1	1	1	1
効率値	1	1	1	1	0.4	0.5

A, B, C, Dは効率値1でフロンティア上に位置する。A, B, Cは端点 DMU で複数評価ベクトルを持つが、Dは非端点 DMU なので $v=1, u_2=1$ の条件下で評価ベクトルが一意に定まる。Eは非効率的 DMU であり、その参照 DMU 集合{A,B}で定まるフロンティア上の超平面の勾配で一意に評価ベクトルが定まる。一方、Fは、参照集合が効率的端点 DMU Bの縮小版なので、Bと同じ評価ベクトルの自由度を持つ。

例2：2入力2出力

DMU	A	B	C	D	E	F
y_1	10	13	5	15	25	5
y_2	10	5	12	2.5	12.5	5
x_1	2	1	3	2	4	2
x_2	2	3	1	2	4	2

以下に評価ベクトル・効率値データを示す。

DMU	A	B	C	D	E	F
u_1	1	1	1	2	3	1
u_2	1	1	1	1	2	1
v_1	1	2	1	1	1	1
v_2	1	1	2	1	1	1
一意/複数	複数	複数	複数	複数	一意	複数
効率値	1	1	1	1	1	0.5

ここで、Eは効率値=1だが、AとDの出力凸結合データであり、非端点 DMU なので、 (u, v) は一意である(と予想)。一方、Fは非効率 DMU だが、Aの出力縮小版なので、Aと同じ評価ベクトル自由度を持つ。例えば、

$u = (3, 2)^T, v = (1, 1)^T$ でも効率値は 0.5 である。

5. おわりに

フロンティア上の端点 DMU の入力あるいは出力に関する凸結合の非端点 DMU は効率値=1でも一意の評価ベクトルを、フロンティア上の端点 DMU の入力あるいは出力に関する拡大版あるいは縮小版は、非効率的でも評価ベクトルに端点 DMU と同じ自由度を持つことを示した。

2入力2出力以上での数学的厳密定義、例2でBとCの凸結合 DMU の場合（AとDは隣接しているが、BとCは？）、相対効率モデルでの解釈などは今後の課題である。

追記

3章「人材評価からの考察」に、第一線で活躍する人材の評価は、なかなか定まらなるとあるが、第一線で活躍する人材同志(peer)を比較して、評価を行うというスタンスが、Peterson-Anderson 流の超効率概念である。もし、注目する DMU が存在しなければ、フロンティアはどうなっているだろうか？そういうフロンティアを想定して注目する DMU の効率性を評価するのである。もし、注目する人材が存在しなくても、フロンティアが大差なければ、たとえフロンティア上に位置してもその人材の評価は低くなる。……と考える。