交互正射影法を用いた最適画像復元

日大生産工（院）○山内　則雄　日大生産工（院）多田　裕志
日大生産工　　　　山下　安雄

1　はじめに

臓器などの生体軟部組織は癌や繊維化などで、組織が硬化されることが経験的に知られており触診による鑑別診断の根拠となっているが、その結果は定性的で医師の能力に依存しているため、生体弾性特性の画像化の実現にむけて様々な研究が進められている。従来、生体軟組織の剪断弾性率係数の空間分布における再構成問題において、Tiknonov の正則化を適用した Moore-Penrose 一般逆行列を用いて解く方法が一般的とされているが、この逆問題は時として特異性を示し安定な解を得ることが困難な場合がある。

今回我々は劣化画像を拘束条件に対して射影を繰り返すことによって、特異値を含むことなく最適な復元画像を得ることが出来るのではないかという仮定のもとに、交互正射影法を用いて劣化画像を復元することを検討する。

2　変位計測による剪断弾性係数の推定原理

生体軟部組織は、非圧縮で連続な等方性粘弾性体と考えられる。外部から静圧が加えられたとき、組織内部における力の釣合い式は物体力を無視すると、

$$\sum_{j=1}^{3}\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_{ij}}=0 \quad for\ \ i=1,2,3 \qquad (1)$$

となる。非圧縮等方的な線形弾性体の静的変形では次の構成方程式が成立する。

$$\sigma_{ij}=p\delta_{ij}+2\mu\varepsilon_{ij} \quad for\ \ i,j=1,2,3 \qquad (2)$$

非圧縮媒体では体積変化が無いから

$$\nabla\cdot u=\varepsilon_{xx}+\varepsilon_{yy}+\varepsilon_{zz}=0 \qquad (3)$$

が成立し、式（2）（3）から

$$P=(\varepsilon_{xx}+\varepsilon_{yy}+\varepsilon_{zz})/3 \qquad (4)$$

が得られる。今、弾性係数 μ は、（x,y）平面のみに分布を持ち、また静圧は（x,y）平面内に加えられ、z 方向には外力が無いとする。このとき平衡方程式（1）は

$$\frac{\partial \varepsilon_{xx}}{\partial x}+\frac{\partial \varepsilon_{xy}}{\partial y}=0,\quad \frac{\partial \varepsilon_{\mathrm{yx}}}{\partial \mathrm{x}}+\frac{\partial \varepsilon_{yy}}{\partial y}=0 \qquad (5)$$

となり，また式（3）の非圧縮性より $p=\frac{1}{3}\left(\sigma_{xx}+\sigma_{yy}\right)$ となり、これを式（2）の構成方程式に代入すると

$$p=2\mu\left(\sigma_{xx}+\sigma_{yy}\right) \qquad (6)$$

となる。上の式を再び構成方程式に代入して p を消去すると次の応力-歪方程式が得られる。

$$\sigma_{xx}=2\mu\left(2\sigma_{xx}+\sigma_{yy}\right),\sigma_{yy}=2\mu\left(\sigma_{xx}+2\sigma_{yy}\right),$$

$$\sigma_{xy}=2\mu\varepsilon_{xy} \qquad (7)$$

有限要素法では、生体軟部組織領域を有限個の要素に分割し、各要素内部の歪みを節点変位の線形関数で近似表現して構成方程式（7）に代

The optimal image restoration using the method of alternating orthogonal projection

Norio YAMAUCHI, Hiroshi TADA and Yasuo YAMASHITA

入すれば応力を節点変位で表すことができる。全ての要素に関して要素剛性マトリクスを重ね合わせる事によって、次の線形方程式を得ることが出来る。

$$A(\mu)u = f \tag{8}$$

ここで、μ は各要素の剪断弾性係数、A(μ)は剪断弾性係数 μ によって定まる全体剛性マトリクス、u は節点における変位を並べた縦ベクトル、 f は節点に作用する外力（物体力を含む）である。

変位の測定値が与えられ、剪断弾性係数の分布を再構成するには、式（8）を μ に関して並べ替えて

$$B(u)\mu = f \tag{9}$$

とする。ここで $B(u)$ は変位分布 u から定まる係数行列、μ は各要素の剪断弾性係数を並べた縦行列である。

3　交互正射影法アルゴリズム

原画像空間 H_1 の二つの部分空間 H_a, H_b を考え、これらの空間へ作用素を用いて正射影を交互に行う。原画像空間における弾性係数画像 μ は部分空間 H_b にのみ存在しているとする。これは拘束条件

$$\mu = C\mu \tag{10}$$

と等しい。なお、拘束条件 C は以下の通りとなり、μ の非負値関数をあらわす。

$$C\mu = \begin{cases} \mu : \mu \geq 0 \\ 0 \ : \text{その他} \end{cases} \tag{11}$$

次に観測モデルとして、剪断弾性係数の推定原理から導出された式（9）を考える。これを第一種方程式と呼ぶ。一般に第一種方程式は不適切問題となる傾向にあるので、次式のような

$$\mu_{k+1} = Tf + (I - TB)C\mu_k \tag{12}$$

第二種方程式に変形して μ が求められる。

T は観測空間 H_2 から原画像空間 H_1 へ任意の作用素でありここでは

$$T = \alpha B^* = \alpha B^T \tag{13}$$

とおく。

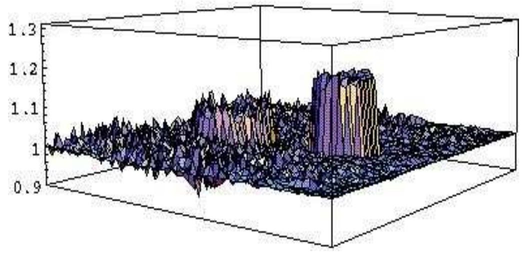

図１　Moore-Penrose 一般逆行列による剪弾性係数の再構成

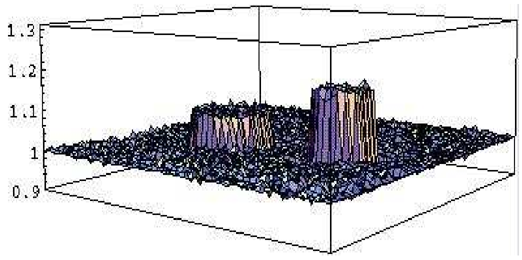

図２　交互正射影法による剪断弾性係数の再構成

ここで式（12）（13）から本研究における画像復元アルゴリズムの式

$$\mu_{k+1} = \alpha B^* f + (I - \alpha B^* B)C\mu_k \tag{14}$$

が導出される。ここで B^* は B の共役作用素、I は単位行列、B^T は B の転置行列、α は正の定数を表す。

4　微小変形下での実験

本研究では微小変形でシミュレーション実験を行った。剪断弾性係数が 1.0 の領域内に剪断弾性係数が 1.1 と 1.2 の不均質な部分領域を想定し、領域外部から一様ではない微弱な圧力を加えて、領域内部に微小な変位を発生させる。式（８）を用いて計算した変位分布を測定値とみなして式（９）に代入し交互正射影法を用いて剪断弾性係数を復元させる。

5　結果と考察

提案手法を用いることで拘束条件によって、図１の Moore-Penrose 一般逆行列に比べて図２の交互正射影法による再構成は画像の特異性が排除されている。このことから、交互正射影法を用いることは画像復元を行う上で一定の成果を得ることが考えられる。