

# 波動場解析に関する検討（その2）

日大生産工 坂口 浩一

## 1. はじめに

近年、電磁界解析では時間領域差分法（FDTD法）が広く用いられている。そこで、先に同じ波動場解析問題として音響問題を取り上げ、FDTD法での解析について検討を行った<sup>[1]</sup>。しかしこの時の解析で取り扱っていたのは流体（空気）と剛体であり、固体（弾性体）の取扱が課題であった。本稿では固体を含め解析できるプログラムの開発ができたので、その適用例を示し検討を行う。

## 2. FDTD法

本稿では流体（気体、液体）および固体を含む解析対象を2次元問題として取り扱う。

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -k \left( \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) \quad \text{----(1)}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} v_x \\ v_z \end{bmatrix} = -\frac{1}{\rho} \begin{bmatrix} \frac{\partial p}{\partial x} \\ \frac{\partial p}{\partial z} \end{bmatrix} \quad \text{----(2)}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} -T_1 \\ -T_3 \\ -T_5 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} c_{11} & c_{13} & 0 \\ c_{31} & c_{11} & 0 \\ 0 & 0 & c_{55} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial v_x}{\partial x} \\ \frac{\partial v_z}{\partial z} \\ \frac{\partial v_x}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial x} \end{bmatrix} \quad \text{----(3)}$$

$$\rho \frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} v_x \\ v_z \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \frac{\partial(-T_1)}{\partial x} + \frac{\partial(-T_5)}{\partial z} \\ \frac{\partial(-T_3)}{\partial z} + \frac{\partial(-T_5)}{\partial x} \end{bmatrix} \quad \text{----(4)}$$

ただし  $c_{13} = c_{31}$  ,  $c_{55} = (c_{11} - c_{13})/2$

$p$  : 圧力,  $k$  : 体積弾性率,  $\rho$  : 媒質の体積密度,  $v_x, v_z$  :  $x, z$  方向の媒質変位量,  $T_1, T_3$  :  $x, z$  方向の垂直応力,  $T_5$  : 剪断応力,  $c_{ij}$  : スティフネステンソルの成分, とするとき, 流体中の基本関係式は (1)式の連続の式

と (2)式の各方向の媒質変位量に関する運動方程式となり, また固体中の基本関係式は (3)式のフックの法則と (4)式の運動方程式となる<sup>[2]</sup>. これを図1に示すように空間配置し, 定式化を行った。

## 3. 解析結果

基本的な問題として, 領域内に流体と固体がある場合の弾性波を取り扱う。ここでは図2に示す流体内に置かれた波源からの弾性波

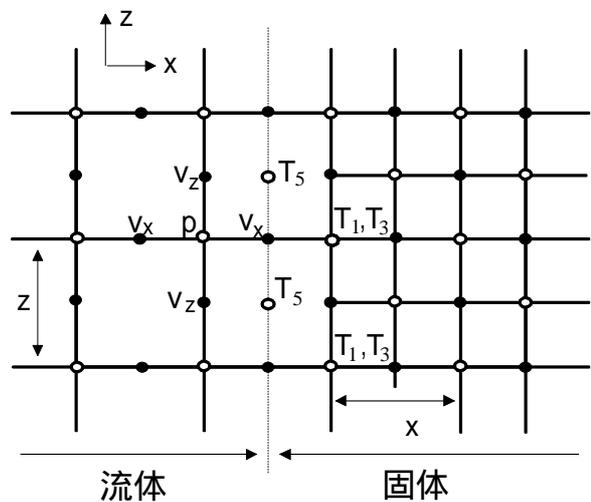


図1 2次元成分配置

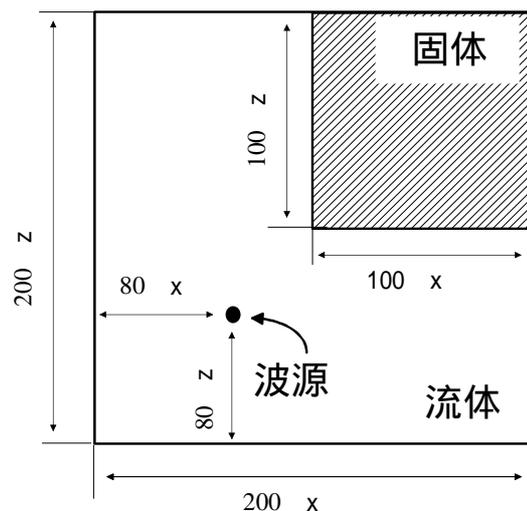


図2 解析モデル図

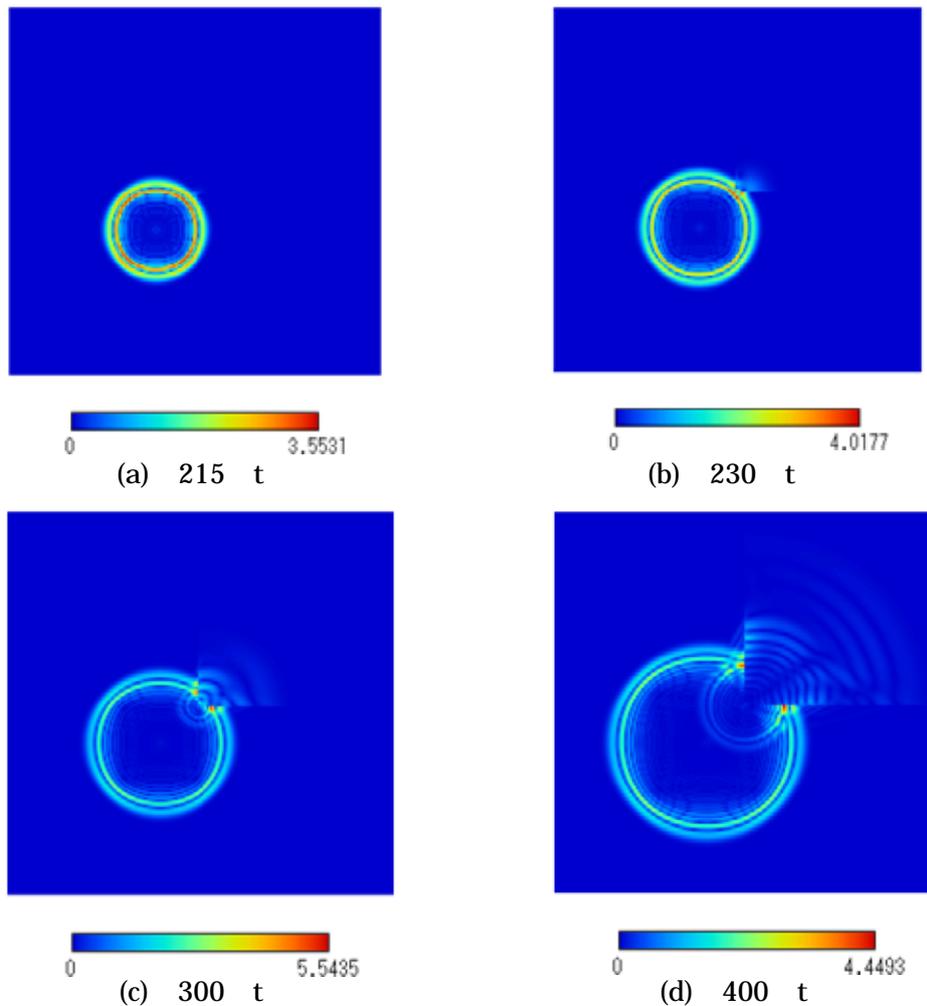


図3 固体角部への弾性波入射の解析（媒質変位量の大きさ）

が、固体角部に当たった場合、どのように領域内を伝搬するのかを解析したのでその結果を示す。

先の報告<sup>[1]</sup>とは異なり、固体内には縦波と横波の弾性波が存在する。このため流体と固体との境界面にて垂直応力の連続性を境界条件として与えてある。本解析では、流体には水を、固体には鉄を用いた。波源には正弦波の1周期を与えた。なお、本解析では一般的な解析を行うため、タイムステップ  $\Delta t$  は正弦波1周期の1/50に、セルのサイズ等は縦波速度との比を決め決定した。媒質変位量の大きさで表した解析結果を図3に示す。なお、固体内は流体内より減衰しているの見やすくするため固体内は全て3倍の大きさで表示した。(a)は  $215 \Delta t$  で波が固体の角に当たった時で、固体角部が励振されている。(b)は  $230 \Delta t$ 、(c)は  $300 \Delta t$  の場合で固体内に弾性波が進んでいることが分かる。また流体内には角による反射波が見られる。(d)は  $400 \Delta t$  の場合である。固体内部では流体内と異なる伝搬速度で弾性波が進行しているのが分かる。

なお流体内に固体表面に対して斜めに走る波が観測できる。これは弾性漏洩表面波と考えられるが、詳細は今後の課題である。

#### 4. まとめ

弾性波を扱えるプログラムを作成し、適用例を示し結果を検討した。この結果、弾性漏洩表面波と考えられる波も含め解析でき、FDTD法による波動場解析が有効な手段となり得る知見が得られた。

本研究を進めるに当たり本年度卒業研究生の森田哲也君に多大な協力を戴きました。ここに謝意を表します。また日頃より音響工学に関してコメント等を戴きます本学科、大塚哲郎先生に感謝致します。

#### 参考文献

- [1] 坂口：第35回日本大学生産工学部学術講演会, 2-49 (2002)
- [2] 佐藤雅弘：FDTD法による弾性振動・波動の解析入門，森北出版 (2003)