令和７年度日本大学大学院生産工学研究科　筆記試験　解答例
一般入学試験（第１期）　　　機械工学専攻／数学

１．次の設問に解答せよ.

（１）次の関数の導関数を求めよ.

$$y = \sin^3(3x^2 + 1)$$

（解答）

$y' = 3\sin^2(3x^2+1) \times \cos(3x^2+1) \times 6x$

$= 18x\sin^2(3x^2+1)\cos(3x^2+1)$

（２）次の関数の導関数を求めよ.

$$y = 7^{x^3-2x}$$

（解答）

$y = 7^{x^3-2x}$ として両辺対数をとると

$\ln y = (x^3 - 2x)\ \ln 7$

両辺を微分して

$\frac{y'}{y} = (3x^2 - 2) \times \ln 7$

$\Leftrightarrow y' = (3x^2 - 2) \times \ln 7 \times 7^{x^3-2x}$

（３）以下の方程式を満たす複素数 z を３つ求めよ．ただし j は虚数単位で $j^2 = -1$ とする.

$$z^3 = j$$

（解答）

オイラーの公式から　$j = e^{\pi/2+2n\pi}$　(n は整数)

$z = j^{1/3} = \left(e^{\pi/2+2n\pi}\right)^{1/3} = e^{\pi/6+2n\pi/3} = e^{\pi/6+2m\pi}, e^{5\pi/6+2m\pi}, e^{3\pi+2m\pi}$

$= \frac{\sqrt{3}+j}{2}, \frac{-\sqrt{3}+j}{2}, \quad -j$

ただし、n, m は整数で、$n = 3m,\ 3m+1,\ 3m+2$ とした。

２．3 次元空間の直交座標系において，原点 O と A (1, -1, 1) ，B(1, 1, 0)，C(3, 5, 4)　の３点がある．以下の設問に答えよ．

（１）三角形 OAB の面積を求めよ．

（解答）

三角形 OAB の面積は　$\frac{1}{2}\left|\overrightarrow{\mathrm{OA}}\times\overrightarrow{\mathrm{OB}}\right|$である。

x, y, z　各々の方向の単位ベクトルを　$\boldsymbol{i}, \boldsymbol{j}, \boldsymbol{k}$　とすると。

$$\overrightarrow{\mathrm{OA}}\times\overrightarrow{\mathrm{OB}} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{i} & \boldsymbol{j} & \boldsymbol{k} \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_1 & b_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{i} & \boldsymbol{j} & \boldsymbol{k} \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} = (-1, 1, 2)$$

$$\frac{1}{2}\left|\overrightarrow{\mathrm{OA}}\times\overrightarrow{\mathrm{OB}}\right| = \frac{1}{2}\sqrt{(-1)^2+1^2+2^2} = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

別）$\frac{1}{2}\sqrt{\left|\overrightarrow{\mathrm{OA}}\right|^2\left|\overrightarrow{\mathrm{OB}}\right|^2 - (\overrightarrow{\mathrm{OA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OB}})^2} = \frac{1}{2}\sqrt{3\times 2 - 0}$　等でもよい。

（２）三角錐 OABC の体積を求めよ．

（解答）

三角錐 OABC の体積は　$\frac{1}{6}\left|(\overrightarrow{\mathrm{OA}}\times\overrightarrow{\mathrm{OB}})\cdot\overrightarrow{\mathrm{OC}}\right|$である。

$(\overrightarrow{\mathrm{OA}}\times\overrightarrow{\mathrm{OB}})\cdot\overrightarrow{\mathrm{OC}} = (-1, 1, 2)\cdot(3, 5, 4) = -3+5+8 = 10$

$$\frac{1}{6}\left|(\overrightarrow{\mathrm{OA}}\times\overrightarrow{\mathrm{OB}})\cdot\overrightarrow{\mathrm{OC}}\right| = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$$

（別解）C から平面 OAB に下した垂線の足を H とすると、

H は平面 OAB 上にあるので、　$\overrightarrow{\mathrm{OH}} = s\overrightarrow{\mathrm{OA}} + t\overrightarrow{\mathrm{OB}}$

CH は、OA, OB ともに垂直なので、

$\left|\overrightarrow{\mathrm{OA}}\right|^2 = 1^2+(-1)^2+1^2 = 3,\ \left|\overrightarrow{\mathrm{OB}}\right|^2 = 1^2+1^2+0^2 = 2,\ \overrightarrow{\mathrm{OA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OB}} = 1-1 = 0$　に注意して

$\overrightarrow{\mathrm{CH}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OA}}=(\overrightarrow{-\mathrm{OC}}+\overrightarrow{\mathrm{OH}})\cdot\overrightarrow{\mathrm{OA}}$=(-3, -5, -4)・(1, -1,1)+$\overrightarrow{\mathrm{OH}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OA}}$ = -3+5-4+3s = -2 + 3s =0

$\overrightarrow{\mathrm{CH}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OB}}=(\overrightarrow{-\mathrm{OC}}+\overrightarrow{\mathrm{OH}})\cdot\overrightarrow{\mathrm{OB}}$=(-3, -5, -4)・(1, 1,0)+$\overrightarrow{\mathrm{OH}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ = -3-5+0+2t = -8 + 2t =0

これから　s=2/3,　t= 4　　よって　$\overrightarrow{\mathrm{OH}} = (2/3)(1,-1,1)+4(1,1,0) = (14/3, 10/3,\ 2/3)$,

$\overrightarrow{\mathrm{CH}} = (14/3, 10/3, 2/3) - (3, 5, 4) = (5/3, -5/3, -10/3)$

よって$\left|\overrightarrow{\mathrm{CH}}\right| = (5/3)\times\sqrt{1+1+4} = 5\sqrt{6}/3$

(1)より（底面積）×（高さ）×1/3 = $\frac{\sqrt{6}}{2}\times\frac{5\sqrt{6}}{3}\times\frac{1}{3} = \frac{5}{3}$

３．次の設問に解答せよ．

（１）次の微分方程式の一般解を求めよ．

$$(x+2)\frac{dy}{dx}-\frac{1}{y}=0$$

（解答）

変数分離して

$$ydy=\frac{dx}{x+2}$$

$$\int ydy=\int\frac{dx}{x+2}$$

$\frac{1}{2}y^2=ln(x+2)\ +C$　　　（Cは定数）

$\Leftrightarrow\ \ y=\pm\sqrt{2\,ln(x+2)\ +C'}$

（２）次の微分方程式の一般解を求めよ．　ただし，’ および ” は、xに関する１階および２階の微分を表す．

$$y''+6y'+8y=0$$

（解答）

特性方程式は　　$t^2+6t+8=0$　　$\Leftrightarrow$ $(t+2)(t+4)=0$　　よって　$t=-2,-4$

よって一般解は　　$y=A\,e^{-2x}+B\,e^{-4x}$　$(A, B$ は定数)

４．以下の連立の微分方程式を考える．

$$\ddot{x}_1=-x_1+x_2$$
$$\ddot{x}_2=-2x_1-4x_2$$

x_1, x_2 は時間 t の関数で，$\ddot{}$ は t による２階微分を表している．　$\boldsymbol{x}=\begin{pmatrix}x_1\\x_2\end{pmatrix}$　とすれば，

$$\ddot{\boldsymbol{x}}=\boldsymbol{A}\,\boldsymbol{x}$$

ただし，　$\boldsymbol{A}$は

$$\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}-1&1\\-2&-4\end{pmatrix}$$

である．このとき，以下の設問に解答しなさい．

（１）行列 $\boldsymbol{A}$ の固有値と固有ベクトルを求めよ．

（解答）

固有値を λ とすると

det(A-λE)=0 ⇔ (-1-λ)(-4-λ) +2 = 0 ⇔ $\lambda^2 + 5\lambda + 6 = 0$ ⇔ (λ+ 2)(λ +3) =0 λ= -2, -3

λ=-2 のとき

$\boldsymbol{A}-\lambda\boldsymbol{E}=\begin{pmatrix}1 & 1\\ -2 & -2\end{pmatrix}$ なので、固有値ベクトルは $\begin{pmatrix}1\\ -1\end{pmatrix}$ の定数倍

λ =−3 のとき

$\boldsymbol{A}-\lambda\boldsymbol{E}=\begin{pmatrix}2 & 1\\ -2 & -1\end{pmatrix}$ なので、固有値ベクトルは $\begin{pmatrix}1\\ -2\end{pmatrix}$ の定数倍

（２）$\boldsymbol{P}$ とその逆行列 $\boldsymbol{P}^{-1}$ を用いると $\boldsymbol{P}^{-1}\boldsymbol{A}\boldsymbol{P}$ が対角行列となるとする．このとき $\boldsymbol{P}^{-1}$ を求めよ．

（解答） 配点１０

固有ベクトルを並べて

$P=\begin{pmatrix}1 & 1\\ -1 & -2\end{pmatrix}$

det(P)= -1 なので、

$\boldsymbol{P}^{-1}=\frac{-1}{1}\begin{pmatrix}-2 & -1\\ 1 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2 & 1\\ -1 & -1\end{pmatrix}$

（ もしくは $P=\begin{pmatrix}1 & 1\\ -2 & -1\end{pmatrix}$ とすると、 $\boldsymbol{P}^{-1}=\begin{pmatrix}-1 & -1\\ 2 & 1\end{pmatrix}$ ）

（３） $\ddot{\boldsymbol{x}}=\boldsymbol{A}\,\boldsymbol{x}=\boldsymbol{P}\,\boldsymbol{P}^{-1}\boldsymbol{A}\,\boldsymbol{P}\,\boldsymbol{P}^{-1}\boldsymbol{x}$ であるから， $\boldsymbol{P}^{-1}\ddot{\boldsymbol{x}}=(\boldsymbol{P}^{-1}\boldsymbol{A}\,\boldsymbol{P})\,\boldsymbol{P}^{-1}\boldsymbol{x}$ である．これを利用して，$\boldsymbol{x}_1$ の一般解を求めよ．

（解答）

対角化を確認すると

$\boldsymbol{P}^{-1}\boldsymbol{A}\,\boldsymbol{P}=\begin{pmatrix}2 & 1\\ -1 & -1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-1 & 1\\ -2 & -4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 1\\ -1 & -2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-4 & -2\\ 3 & 3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 1\\ -1 & -2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2 & 0\\ 0 & -3\end{pmatrix}$

$\boldsymbol{P}^{-1}\ddot{\boldsymbol{x}}=(\boldsymbol{P}^{-1}\boldsymbol{A}\,\boldsymbol{P})\,\boldsymbol{P}^{-1}\boldsymbol{x}$ を書き下すと

$\begin{pmatrix}2 & 1\\ -1 & -1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\ddot{x}_1\\ \ddot{x}_2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2 & 0\\ 0 & -3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2 & 1\\ -1 & -1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x_1\\ x_2\end{pmatrix}$

これから

$$2\ddot{x}_1 + \ddot{x}_2 \; = \; (-2) \times (2x_1 + x_2) \qquad \Leftrightarrow \qquad \ddot{(2x_1 + x_2)} = (-2) \times (2x_1 + x_2)$$

$$\Leftrightarrow \qquad 2x_1 + x_2 = A_{m1} \cos(2t + \varphi_{m1})$$

$$-\ddot{x}_1 - \ddot{x}_2 = -3 \times (-x_1 - x_2) \Leftrightarrow \ddot{(x_1 + x_2)} = -3 \times (x_1 + x_2)$$

$$\Leftrightarrow \qquad x_1 + x_2 = A_{m2}\, cos(3t + \varphi_{m2})$$

辺々差を取ると

$$x_1 = A_{m1} \cos(2t + \varphi_{m1}) \;\; - \; A_{m2}\, cos(3t + \varphi_{m2})$$

問１は必答問題であり，全員解答せよ．
問２，３は選択問題である．いずれか１問を選択し解答せよ（選択した問題番号には○を付すこと）．

問１． 下記の問いに答えよ．

(1) 次の物理量の次元を，例のように質量 M，長さ L，時間 T，温度 θ，電荷 Q を用いて表せ．

例 密度 ［ $M \cdot L^{-3}$ ］ 速度 ［ $L \cdot T^{-1}$ ］

① 力［ $M \cdot L \cdot T^{-2}$ ］ ② 圧力［ $M \cdot L^{-1} \cdot T^{-2}$ ］ ③ 慣性モーメント［ $M \cdot L^{2}$ ］
④ 仕事率［ $M \cdot L^{2} \cdot T^{-3}$ ］ ⑤ 電流［ $Q \cdot T^{-1}$ ］ ⑥ 動粘性係数［ $L^{2} \cdot T^{-1}$ ］
⑦ 運動量［ $M \cdot L \cdot T^{-1}$ ］ ⑧ 熱量［ $M \cdot L^{2} \cdot T^{-2}$ ］ ⑨ ガス定数［ $L^{2} \cdot T^{-2} \cdot \theta^{-1}$ ］
⑩ 比容積［ $M^{-1} \cdot L^{3}$ ］

(2) 「保存力」の定義として，以下の文章の下線に入る言葉を記せ．

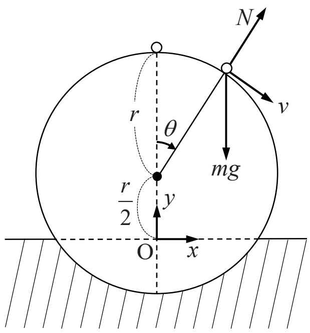
＿質 点＿が任意の二点間を移動するとき，力が行う仕事が＿経 路＿によらず，二点の＿位 置＿だけで決まる．

(3) 「電磁誘導」について，磁束 $\boldsymbol{B}$ および電場 $\boldsymbol{E}$ を用いて，式と文章で説明せよ．

$$\mathrm{rot}\boldsymbol{E} = -\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} \quad \left(\nabla \times \boldsymbol{E} = -\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t}\right)$$

閉回路（コイル）を貫く磁力線が時間で変動するときに，
閉回路には起電力が生じる（誘導電流が流れる）．

問２． 右図のように，半径 r の固定された円筒の頂点にある質量 m の質点が，極めて小さい初速度ですべり始めた．円筒と質点の摩擦は無視できるものとするとき，以下の問いに答えよ．ただし，垂直抗力は N，重力加速度は g とする．



(1) 質点が円筒から離れる位置を図の座標系で r のみを用いて示せ．

質点の法線方向の力のつり合い式は， $N + m\dfrac{v^2}{r} = mg\cos\theta$ となる．
質点が円筒から離れるときは $N = 0$ であるので， $v^2 = gr\cos\theta$ となる．
エネルギー保存則より，初期状態と質点が離れる際における，
運動エネルギー K と位置エネルギー U の和は等しいので，

$K + U = 0 + mg\left(r + \dfrac{r}{2}\right) = \dfrac{1}{2}mv^2 + mg\left(r\cos\theta + \dfrac{r}{2}\right)$ となる． v^2 を代入して整理すると，

$mgr = \dfrac{1}{2}mv^2 + mgr\cos\theta = \dfrac{1}{2}mgr\cos\theta + mgr\cos\theta = \dfrac{3}{2}mgr\cos\theta$ となり， $\cos\theta = \dfrac{2}{3}$ となる．

$\therefore x = r\sin\theta = r\sqrt{1-\cos^2\theta} = \dfrac{\sqrt{5}}{3}r$， $y = \dfrac{r}{2} + r\cos\theta = \dfrac{r}{2} + \dfrac{2}{3}r = \dfrac{7}{6}r$

$x = \dfrac{\sqrt{5}}{3}r$ ， $y = \dfrac{7}{6}r$

(2) 円筒から離れたときの速度 v を求めよ．

$v = \sqrt{gr\cos\theta} = \sqrt{\dfrac{2}{3}gr}$

$v = \sqrt{\dfrac{2}{3}gr}$

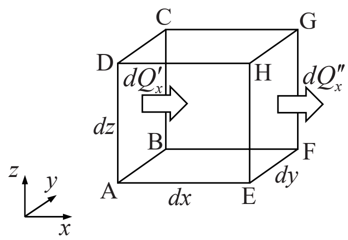
受験科目名
物理学

問３．　熱伝導の微分方程式を導出する．下線部分に該当する式を書け．

(1)　フランスの数学者・物理学者 Fourier は，単位面積を単位時間当たりに通過する熱流束（フラックス）J [W/m^2] は熱の流れる方向の温度勾配 dT/dx [K/m]に比例して，次のように書けることを見出した（フーリエの法則）．ここで，比例定数は λ [W/(m･K)]である．

$$J = -\lambda \frac{dT}{dx}$$

(2)　今，物体の物理的性質は全領域にわたって一定であるとする．物体内を三次元の温度場であるとして，右図のようにそれぞれ一辺の長さが dx，dy，dz [m]である直方体を作る．熱伝導によって時間 dt [s]の間に面 ABCD から x 軸方向に流れる熱量 dQ'_x [J]は，次式で表される．



$$dQ'_x = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} dydzdt$$

また，時間 dt [s]の間に面 EFGH を通る熱量 dQ''_x [J]は，この面では温度が $T + (\partial T/\partial x)dx$ [K]となるため，次式となる．

$$dQ''_x = -\lambda \frac{\partial}{\partial x}\left(T + \frac{\partial T}{\partial x}dx\right)dydzdt$$

上記の二式より，x 軸方向について，時間 dt [s]の間に直方体の内部に蓄えられた熱量 dQ_x （$= dQ'_x - dQ''_x$）[J]を計算すると，次式が得られる．

$$dQ_x = dQ'_x - dQ''_x = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} dxdydzdt$$

(3)　この熱量 dQ_x [J]によって，直方体の温度は $\frac{\partial T}{\partial t}dt$，すなわち dT [K]だけ上昇した．一方，物体の密度を ρ [kg/m^3]，定圧比熱を C_p [J/(kg･K)]とすると，直方体が温度 dT [K]だけ上昇するのに必要な熱量は次式で表すことができる．

$$\frac{\partial T}{\partial t} dt \rho C_p dxdydz$$

(4)　(2)，(3)で得られた等式の両辺を $dxdydzdt$（[直方体の体積]×[時間]）で除すと，一次元の微分方程式が得られる．これを三次元に拡張したものがフーリエの熱伝導の微分方程式である．x 方向の一次元の式を以下に示せ．

（一次元の式 : x 方向）

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{\rho C_p}\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

(5)　(4)で得られた式の係数 $\lambda/\rho C_p$ を一般に何と呼ぶか．名称と単位を以下に示せ．

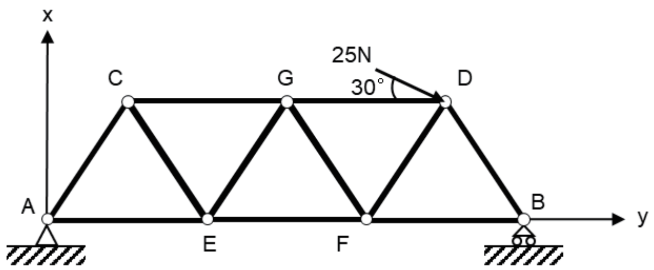
熱拡散率（温度拡散率）　[m/s^2]

受験科目名
物理学

1．図に示すトラスについて, 次の設問に答えなさい. なお, 部材の長さは全て1.0 [m]とする.

(1) 点Aおよび点Bの反力を求めなさい.

(2) 引張力を正として, 部材C-Aの内力を求めなさい.



（1） 点 A におけるモーメントのつり合い式は $\frac{\sqrt{3}}{2}\times 25\cos 30° + 2.5\times 25\sin 30° - 3\mathrm{R}_{Bx} = 0$ となるため,

$\mathrm{R}_{Bx} = 16.66 \simeq 16.7$ [N]

ここで, 点 B は移動端であるから, x 軸方向の単位ベクトルを **i**, y 軸方向の単位ベクトルを **j** とすると,

$\mathrm{R}_{B} = \mathrm{R}_{Bx} i + \mathrm{R}_{By} j = 16.7i + 0j$ [N] となる。

x 軸方向の力のつり合いから $\mathrm{R}_{Ax} + \mathrm{R}_{Bx} - 25\sin 30° = 0$ となり, $\mathrm{R}_{Ax} = -4.166 \simeq -4.17$ となる。

また, y 軸方向の力のつり合いから $\mathrm{R}_{Ay} + 25\cos 30° = 0$ となり, $\mathrm{R}_{Ay} = -21.65 \simeq -21.7$ となる。

これらから, $\mathrm{R}_{A} = \mathrm{R}_{Ax} i + \mathrm{R}_{Ay} j = -4.17i - 21.7j$ [N] となる。

（2） 節点 A における x 軸方向の力のつり合いから $\frac{\sqrt{3}}{2}\mathrm{f}_{AC} + \mathrm{R}_{Ax} = 0$ となるため,

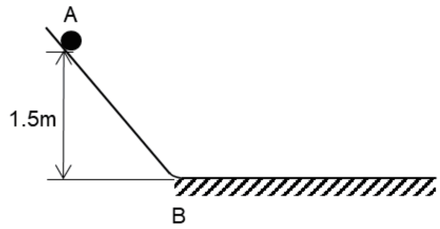
$\mathrm{f}_{AC} = 4.810 \simeq 4.81$ [N] 引張力となる。

受験科目名
機械力学

2. 図に示すように滑らかな斜面と粗い水平面がなだらかに繋がれている．点 A から質量 2.0 [kg]の球を静かに放した場合，次の設問に答えなさい．なお，重力加速度は 9.8 [m/s^2]とし，球と粗い水平面の動摩擦係数は 0.3 とする．

(1) 点 B を通過するときの球の速度を求めなさい．

(2) 球が停止するまでに点 B から進んだ距離を求めなさい．

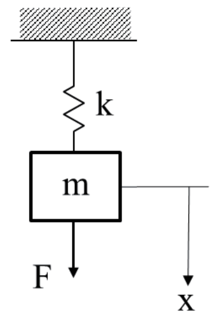


（1） 滑らかな斜面である点 A から点 B では力学的エネルギー保存の法則 $mgh_A = \frac{1}{2}mv_B^2$ が成り立つため，

$v_B = \sqrt{2gh_A} = 5.422 \fallingdotseq 5.42$ [m/s] となる。

（2） 点 B における運動エネルギーが粗い水平面の摩擦力により全て散逸する距離を L とすると $\frac{1}{2}mv_B^2 = mg\mu L$ が成り立つ。これより，$L = \frac{1}{2}\frac{v_B^2}{g\mu} = 5.00$ [m] となる。

3. 図のように天井に一端を固定したばね定数kのばねに質量mの錘が取り付けられている. この錘の釣り合い位置を原点としてx座標を下方に取った場合, 次の設問に答えなさい.
(1) この錘に一定の外力Fが加わった場合の運動方程式を導きなさい.
(2) (1)で立式した運動方程式を解きなさい.



（1） 質量に働くトータル力は $F_t = F - kx$ となり，これが慣性力 $m\ddot{x}$ とつり合うので，運動方程式は

$m\ddot{x} + kx = F$ となる。

（2） 基本解を $x_f = e^{\lambda t}$ とすると，$\dot{x}_f = \lambda e^{\lambda t}$ また $\ddot{x}_f = \lambda^2 e^{\lambda t}$ となる。これより，特性方程式は $m\lambda^2 + k = 0$

となるから，$\lambda = \pm\sqrt{\frac{k}{m}}i$ となり，$x_f = C_1 e^{\sqrt{\frac{k}{m}}it} + C_2 e^{-\sqrt{\frac{k}{m}}it}$ となる。ここで，C_1，C_2 は積分定数

これにオイラーの公式を適用すると，$x_f = A_1 \cos\sqrt{\frac{k}{m}}t + A_2 i \sin\sqrt{\frac{k}{m}}t$ となる。ここで，A_1，A_2 は積分定数

外力項は F で一定のため特解は定数となる。そこで，特解 $x_p = A$ とすると，$\dot{x}_p = 0$，$\ddot{x}_p = 0$ となり，これを運動方程式に代入して特解を求めると $kA = F$ となり $x_p = \frac{F}{k}$ となる。

これらより，一般解 $x = x_f + x_p = A_1 \cos\sqrt{\frac{k}{m}}t + A_2 i \sin\sqrt{\frac{k}{m}}t + \frac{F}{k}$ となる。ここで，A_1，A_2 は積分定数

受験科目名
機械力学

（1）材料力学で用いられる次の用語の意味を説明せよ．

① 静定問題と不静定問題

＜解答例＞

外力を受けるはりの問題において，力とモーメントのつり合い条件のみで，反力や反モーメントが得られる問題を静定問題と呼び，力とモーメントのつり合い条件以外に，はりの変形を考慮しなくては解けない問題を不静定問題と呼んでいる．

② 断面二次モーメント

＜解答例＞

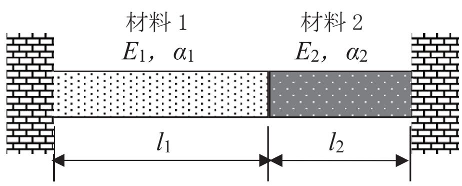
断面二次モーメントとは，曲げモーメントに対するはり部材の変形のしにくさを表した量であり，慣性モーメント同様に I で表される．物体の断面を変えると，断面二次モーメントの値も変化するので，構造物の耐久性を向上させる上で，設計上の指標として用いられる．断面二次モーメントは面積に長さを「2 回」掛けた量であり，「長さの 4 乗」という次元をもつ．

③ 主応力

＜解答例＞

物体内の微小要素での応力状態を表現する時に，適切な直交座標系を選ぶと応力のせん断成分が 0 になり，垂直応力のみで表示できることが知られている．その時の垂直応力を主応力(principal stress)，主応力の方向を応力の主軸(principal axis of stress)，主応力の作用する面を主応力面(principal plane of stress)という．

（2）図のように材料 1 と材料 2 を接着して一体化し，両端部を剛体壁に固定した．温度が $\boldsymbol{T_1}$ から $\boldsymbol{T_2}$ まで $\boldsymbol{\Delta T}$ 上昇したとき，この一体化した材料に生じる応力を求めよ．ただし，材料 1 と材料 2 の長さをそれぞれ $\boldsymbol{l_1}$ と $\boldsymbol{l_2}$，縦弾性係数を $\boldsymbol{E_1}$ と $\boldsymbol{E_2}$，熱膨張係数を $\boldsymbol{\alpha_1}$ と $\boldsymbol{\alpha_2}$ とし，断面積はどちらの材料も $\boldsymbol{A}$ とする．



＜解答例＞

それぞれの材料は熱による変形（伸び）と熱応力による変形（圧縮）を生じるので，各材料の伸び $\boldsymbol{\lambda_1}$ と $\boldsymbol{\lambda_2}$ をそれぞれ算出すると

$$\lambda_1 = \frac{Pl_1}{E_1 A} + \alpha_1 \Delta T l_1 \qquad \lambda_2 = \frac{Pl_2}{E_2 A} + \alpha_2 \Delta T l_2$$

剛体壁より，全体の伸びは 0 なので　$\lambda_{total} = \lambda_1 + \lambda_2 = 0$　である．

よって，それぞれの伸びを代入して整理すると

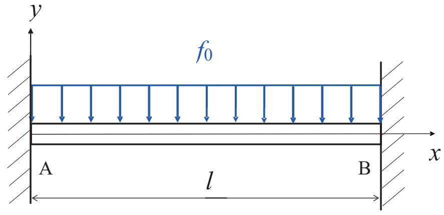
$$\frac{Pl_1}{E_1 A} + \alpha_1 \Delta T l_1 + \frac{Pl_2}{E_2 A} + \alpha_2 \Delta T l_2 = 0$$

$$\left(\frac{l_1}{E_1} + \frac{l_2}{E_2}\right)\frac{P}{A} + \left(\alpha_1 l_1 + \alpha_2 l_2\right)\Delta T = 0$$

$$\left(\frac{l_1}{E_1} + \frac{l_2}{E_2}\right)\sigma + \left(\alpha_1 l_1 + \alpha_2 l_2\right)\Delta T = 0$$

$$\sigma = -\frac{\left(\alpha_1 l_1 + \alpha_2 l_2\right)\Delta T}{\left(\frac{l_1}{E_1} + \frac{l_2}{E_2}\right)}$$

（３）図に示すように，等分布荷重 f_0 を受ける長さ l，曲げ剛性 EI（一定）で両端が固定されたはりのたわみ角とたわみの式を求め，最大たわみ $\boldsymbol{v_{max}}$ を計算せよ．ただし，途中の計算式も必ず記載すること．



＜解答例＞
力とモーメントのつり合いからモーメントＭの式を求めると，

$$M=\frac{f_0}{2}x^2-R_Ax+M_A=\frac{f_0}{2}x^2-\frac{f_0l}{2}x+M_A$$

曲げモーメントＭを，はりのたわみに関する基礎式に代入して積分を２回すると，

$$\frac{dv}{dx}=-\frac{1}{EI}\left(\frac{1}{6}f_0x^3-\frac{1}{4}f_0lx^2+M_Ax+C_1\right)$$

$$v=-\frac{1}{EI}\left(\frac{1}{24}f_0x^4-\frac{1}{12}f_0lx^3+\frac{1}{2}M_Ax^2+C_1x+C_2\right)$$

境界条件から $\boldsymbol{C_1}$，$\boldsymbol{C_2}$ を求めると，

$$\theta_{(x)}=\frac{dv_{(x)}}{dx}=-\frac{f_0x}{12EI}(l-x)(l-2x)\quad,\qquad v_{(x)}=-\frac{f_0x^2}{24EI}(l-x)^2$$ となる．

x=l/2 のとき v_{max} となるので，v_{max} は $$v_{\max}\Big|_{x=\frac{l}{2}}=-\frac{f_0\left(\frac{l}{2}\right)^2}{24EI}\left(l-\frac{l}{2}\right)^2=-\frac{f_0l^4}{384EI}$$ となる．

（４）縦弾性係数 E，ポアソン比 ν，内半径 r，厚さ t，長さ l の薄肉円筒がある．この薄肉円筒に内圧 p を作用させた．このとき，薄肉円筒の円周方向ひずみ ε_θ，軸方向ひずみ ε_Z を求めよ．

＜解答例＞
軸方向応力と円周方向応力はそれぞれ，

$$\sigma_z=\frac{pr}{2t}\quad,\quad\sigma_\theta=\frac{pr}{t}$$ であり，円周方向ひずみ ε_θ，軸方向ひずみ ε_Z とすると，一般化フックの法則より，ε_θ と ε_Z は，

$$\varepsilon_\theta=\frac{\sigma_\theta}{E}-\nu\frac{\sigma_z}{E}\quad,\varepsilon_z=\frac{\sigma_z}{E}-\nu\frac{\sigma_\theta}{E}$$ である．

したがって，ひずみ ε_θ，ε_Z と圧力 p の関係式はそれぞれ，

$$\varepsilon_\theta=\frac{pr}{Et}\left(1-\frac{\nu}{2}\right)\quad,\quad\varepsilon_z=\frac{pr}{Et}\left(\frac{1}{2}-\nu\right)$$ となる．

受験科目名
材料力学

問題1　オットーサイクルの P-V 線図を図1に示す．図中の1～4の数字はいずれも作動流体であるガスの熱力学的状態点を示し，容積 V_1，圧力 P_1 の様に添え字を用いて表す．1から2，および3から4への状態変化は断熱過程，一方2から3および4から1への状態変化は定積過程であるものとする．シリンダ内の作動流体の質量を m，ガス定数を R，比熱比をκ，圧縮比$\epsilon(=V_1/V_2)$として以下の問いに答えよ．

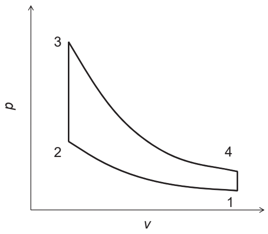


図1　P-V 線図

（1）定積比熱C_Vをガス定数Rとκを用いて表せ．

$C_P - C_V = R$，$\kappa = \frac{C_p}{C_v}$　より　　$(\kappa-1)C_V = R$　なので，$C_V = \frac{R}{\kappa-1}$

$C_V = \frac{R}{\kappa-1}$

（2）状態 2 から3の定積過程で流入する熱Q_{in}を T_2, T_3 R，κを用いて表せ．

$Q_{in} = C_V(T_3 - T_2) = \frac{R}{\kappa-1}(T_3 - T_2)$

$\frac{R}{\kappa-1}(T_3 - T_2)$

（3）1から2への状態変化が断熱過程であることを用いて，T_1をT_2と圧縮比ϵおよび比熱比κを用いて表せ．

断熱過程なので，$T_1 V_1^{\kappa-1} = T_2 V_2^{\kappa-1}$となる．したがって，$T_1 = T_2\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\kappa-1} = T_2\frac{1}{\epsilon^{\kappa-1}}$

$T_2\frac{1}{\epsilon^{\kappa-1}}$

（4）状態4から1の定積過程で流出する熱Q_{out}を T_2, T_3 R，κ，ϵを用いて表せ．

同様に，$T_4 = T_3\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\kappa-1} = T_3\frac{1}{\epsilon^{\kappa-1}}$

$Q_{out} = C_V(T_4 - T_1) = \frac{R}{\kappa-1}(T_4 - T_1) = \frac{R}{\kappa-1}(T_3 - T_2)\frac{1}{\epsilon^{\kappa-1}}$

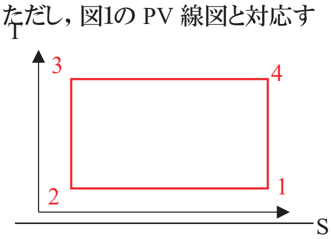
$\frac{R}{\epsilon^{\kappa-1}(\kappa-1)}(T_3 - T_2)$

（5）このオットーサイクルの効率ηを圧縮比ϵおよび比熱比κで表せ．

$\eta = 1 - \frac{Q_{out}}{Q_{in}} = 1 - \frac{R}{\kappa-1}(T_3 - T_2)\frac{1}{\epsilon^{\kappa-1}} \Big/ \frac{R}{\kappa-1}(T_3 - T_2) = 1 - \frac{1}{\epsilon^{\kappa-1}}$

$1 - \frac{1}{\epsilon^{\kappa-1}}$

（6）エントロピーを S とするとき，このオットーサイクルの T-S 線図を回答欄に描け．ただし，図1の PV 線図と対応する状態点を表す数字を記入すること．



受験科目名
熱力学

問題2　(1)　温度 T_2 の高温熱源と327℃の低温熱源で動作するカルノーサイクルの熱効率が 70%であったとき，高温熱源の温度 T_2K を求めよ。

$\eta = 1 - T_1/T_2$ より 1-(327+273)/T_2=0.7　　T_2 = 2000 K

________2000K____________

(2)　ある空気圧縮機に吸入流量 0.2kg/s，圧力 0.10MPa，比容積 0.90m^3/kg の空気を吸入させ，圧力 1.00MPa，比容積 0.10 m^3/kg に圧縮した．その際，比内部エネルギーは 100kJ/kg 増大し，外部に 10.0kW の放熱があった．吸入空気の運動エネルギーおよび位置エネルギーは無視できるとして，この圧縮機の動力を求めよ．

$\dot{L} = \dot{m}(h_2 - h_1) + \dot{Q_{12}} = \dot{m}(\Delta u_{12} + p_2 v_2 - p_1 v_1) + \dot{Q_{12}}$

0.2*(100E3+1E6*0.1-0.1E6*0.9)+10E3=32000

____________32kW__________

(3)　10.0℃の水 10.0kg を入れた断熱容器に 800.0℃で 1.00kgの鉄塊を入れて熱平衡状態に達するまで放置した．温度は何℃になったか求めよ．ただし鉄の比熱を 0.473kJ/(kg･K)　水の比熱を 4.19kJ/(kg･K)とする．

平衡状態の温度を T とする．$m_{H2O}C_{H2O}$(T-10)=$m_{Fe}C_{Fe}$(800-T)

10*4.19(T-10)=1*0.473*(800-T)→41.9T-419= 0.473*800-0.473T→42.373T = 419+0.473*800→T=18.8186℃

___________18.8℃__________

(4)（3)においてエントロピの変化を求めよ．

$\Delta S = \int_{T_1}^{T_2} \frac{mC\Delta T}{T} = mCln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)$ より，鉄のエントロピー変化は 1*0.473*ln((273+18.8186)/(273+800))=-0.61588kJ/K

水のエントロピ変化は 10*4.19*ln((273+18.8186)/(273+10))=12.146 kJ/K 12.146-6.159=1.28572kJ/K

合わせて 1.28572-0.61588=0.6698

________0.670 kJ/K_________

問題 3　　以下の語句を説明せよ。図、式を用いてもよい．

a.　熱力学第二法則

熱は高温から低温に自発的に移動すること、孤立系のエントロピは常に増大する。
単一の熱源からの熱をすべて仕事に変換することできないなど。

b.　ランキンサイクル

蒸気を利用した熱機関のサイクルであり、発電所やボイラーシステムで広く使われる．
蒸気サイクル、クラウジウスサイクルとも呼ばれる

c. 成績係数（COP）

成績係数とは、冷凍機･ヒートポンプなどの熱機器の性能を表す指標で、得られる熱量と、それに要する仕事との比。

受験科目名
熱力学

問１～問５共通　　題意に応じ，必要な記号等はその旨を記し追加して使用すること．
解答用紙が不足する場合には，解答用紙裏面も使用してよい．

問１　次の語句を解説しなさい．なお，図式等を用いる場合についても解説文を付すこと．

（１）自由渦と強制渦

自由渦は，中心から離れるにつれて半径に反比例して周方向速度が遅くなる渦なし流れである．

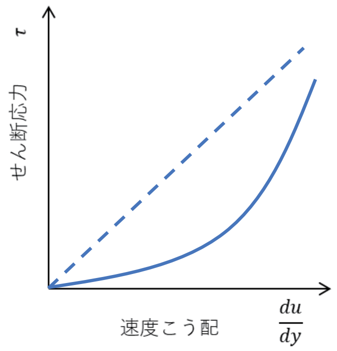
強制渦は，中心から離れるにつれて半径に比例して周方向速度が速くなる渦あり流れである．

（２）レイノルズ数の定義とレイノルズ数の意味

レイノルズ数の定義は，一般的に（代表速度）×（代表長さ）／（動粘性係数）で記述される．

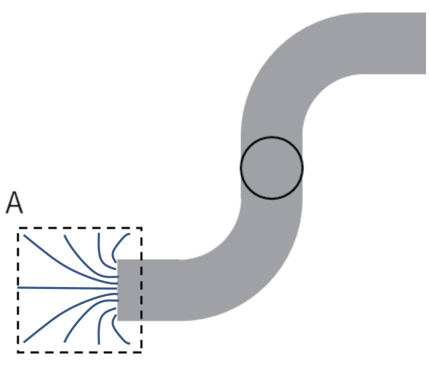
レイノルズ数の意味は，流体の運動における慣性力と粘性力の比を表す．もしくは，最大スケールと最小スケールの渦の長さ，時間，速度などのスケール関係を表す．

問２　高濃度の水溶き片栗粉はダイラタント流体と呼ばれる非ニュートン流体の一種である．ダイラタント流体におけるせん断応力と速度こう配の関係を表すグラフを**実線**で，ニュートン流体におけるせん断応力と速度こう配の関係を表すグラフを**破線**で図示せよ．また，ニュートン流体に対するせん断応力と速度こう配の関係式を示せ．



ニュートンの粘性法則　$\tau = \mu \frac{du}{dy}$

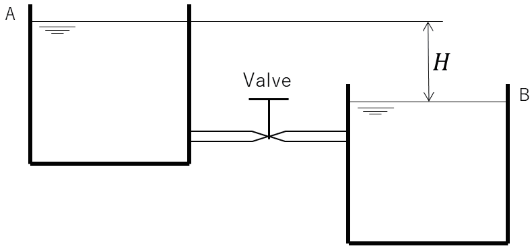
問３　下図のような S 字型のスプリンクラーで水を噴出すると，通常，スプリンクラーは反時計回りに回転する．このスプリンクラーを水中に沈めて，水を噴出するのではなく，水を吸い込んだ場合に，破線で囲まれた領域 A 内の流線がどのようになるか図示せよ．また，水中に沈めて水を吸い込むスプリンクラーの挙動について記述せよ．



水中に沈めて水を吸い込む場合，スプリンクラーは回転しない（ただし，水の粘性の影響が無視できない場合は時計回りに非常にゆっくりとした速度で回転する）．

受験科目名
流体力学

問４　下図のように，大気開放型の２つのタンクを円管で接続し，タンクＡからタンクＢへ水を放出する場合を考える．内径$d[m]$で長さ$L[m]$の円管の途中には流量を調節するためのバルブがある．タンクから円管の入口損失をζ_{IN}，円管からタンクの出口損失をζ_{O}，管摩擦係数をλ，バルブの損失係数をζ_{V}として，タンク A とタンク B の液面差が$H[m]$の場合に，タンク A からタンク B への放出流量$Q[m^3/s]$を求めよ．ただし，水の密度$\rho_W[\mathrm{kg/m^3}]$，重力加速度$g[\mathrm{m}/s^2]$，大気圧$p_a[\mathrm{Pa}]$とする．



修正ベルヌーイの式より，各タンクの液面高さをz_A, z_B，総損失ヘッドをh_tとすると，

$$\frac{p_a}{\rho g} + z_A = \frac{p_a}{\rho g} + z_B + h_t$$

が成り立ち，$z_A - z_B = H$より，$H = h_t$となる．
一方，総損失ヘッドは，円管内平均流速Vを用いて，

$$h_t = \left(\lambda \frac{L}{d} + \zeta_{IN} + \zeta_V + \zeta_O\right)\frac{V^2}{2g}$$

と表せる．よって，流量は，

$$Q = \frac{\pi}{4} d^2 \sqrt{\frac{2gH}{\lambda \frac{L}{d} + \zeta_{IN} + \zeta_V + \zeta_O}}$$

となる．

問５　静止空気中を直径$d[m]$の球形の油滴が落下する際の終端速度$v_t[m/s]$を求めよ．ただし，油滴の抵抗係数は$C_D = 24/\mathrm{Re}$で表されるものとし，空気の密度$\rho_G[\mathrm{kg/m^3}]$，空気の粘度$\mu_G[\mathrm{Pa \cdot s}]$，油の密度$\rho_L[\mathrm{kg/m^3}]$，油の粘度$\mu_L[\mathrm{Pa \cdot s}]$，重力加速度$g[\mathrm{m}/s^2]$とする．

抗力と重力および浮力の力のつり合いより，

$$C_D \frac{\rho_G}{2} v_t^2 \frac{\pi}{4} d^2 = \frac{\pi}{6} d^3 (\rho_L - \rho_G) g$$

が成り立ち，レイノルズ数は，

$$Re = \frac{v_t d}{\nu_G} = \frac{\rho_G v_t d}{\mu_G}$$

で表されるので，$C_D = 24/\mathrm{Re}$より，

$$\frac{24\mu_G}{\rho_G v_t d} \frac{\rho_G}{2} v_t^2 \frac{\pi}{4} d^2 = \frac{\pi}{6} d^3 (\rho_L - \rho_G) g$$

となる．よって，終端速度は，

$$v_t = \frac{d^2 (\rho_L - \rho_G) g}{18 \mu_G}$$

となる．

受験科目名
流体力学

1. 金属材料の力学的特性を向上させる手法を挙げ，それらを図や数式を用いながら説明せよ。

・加工硬化⇒金属に外力を負荷し金属を変形させた際、弾性域を越えて塑性域に入ると、転位の移動が始まる。その際、3 次元方向からランダムに移動してきた転位同士が絡み合う。その結果、塑性変形をさらに進めるためには、現状より高い外力を負荷しなければならない。この現象を加工硬化と言う。

$\sigma = C \cdot \varepsilon^n$　　σ：応力、ε：ひずみ、C：塑性係数（塑性域の傾き）、n：加工硬化係数

図の例として、様々な機械材料の教科書に掲載されているので、そちらを参照。

・結晶粒微細化⇒金属の結晶粒を微細化していくと結晶粒界、すなわち原子配列の乱れを転位が乗り越える際、多くのエネルギーが必要となる。すなわち転位の動きが結晶粒界で抑制され、強度が向上する。ホールペッチ式で示されるように、降伏応力と結晶粒径の大きさには関係式がある。

$\sigma_y = \sigma_f + k \cdot d^{-1/2}$　　σ_y：降伏応力、σ_f：摩擦応力、k：材料定数、$d^{-1/2}$：結晶粒径

図の例として、様々な機械材料の教科書に掲載されているので、そちらを参照。

・析出強化⇒熱処理によって化合物が析出し、その析出物が転位の移動を妨げる働きをすることによって強度が向上する。熱処理は、先ず溶体化処理により過飽和固溶体を生成させ、その状態から急冷する（水焼き入れ）。そして、比較的低温で加熱（時効処理）すると微細かつ硬質な化合物粒子が過飽和固溶体から析出してくる。転位の移動は、析出してきた化合物の大きさによって、化合物を切断または周辺をループ（オロワン機構）する２つのタイプに分類でき、それによって強度も異なる。

$\tau_f = \tau_O + \alpha \cdot G \cdot b/\lambda$　　τ_f：降伏応力、τ_O：摩擦応力、α：結晶構造に依存する係数、
b：バーガースベクトル、G：剛性率、λ：粒子間距離

図の例として、様々な機械材料の教科書に掲載されているので、そちらを参照。

・固溶強化⇒溶解・鋳造プロセスで溶融金属が凝固する際、添加された元素（添加元素）は母材中に固溶する。その時、添加元素と母材との間に生じる相互作用によって転位の移動が抑制され、強度が向上する。固溶には、原子サイズによって侵入型と置換型に分類できる。侵入型固溶体は、母材と添加元素との大きさが著しく異なる場合に形成される。例えば、Fe 中の C など。置換型固溶体は、母材と添加元素の大きさが同程度の場合に形成される。例えば、Al 中の Mg など。

$\tau_c = k_s \cdot C^{1/2}$　　τ_c：降伏応力、k_s：転位と固溶原子との相互作用を示す係数、C：固溶原子の濃度

図の例として、様々な機械材料の教科書に掲載されているので、そちらを参照。

2. 機械を構成している材料を分類し，それぞれの特徴を機械的性質の観点から説明せよ。

・機械を構成している材料は、大別すると金属、セラミクッス、プラスチックスの 3 つに分類できる。金属は鉄鋼材料と非鉄に、そしてプラスチックスは、汎用およびエンジニアリング、または熱可塑性樹脂および熱硬化性樹脂に分類できる。

・金属は、平衡状態図に従って母材に対して様々な添加元素を適切な量を添加することで、機械的性質、例えば引張強さや伸び、そしてヤング率を大きく変化させることが可能である。

・セラミクッスの縦弾性係数は、一般的に金属やプラスチックスのそれと比べると遥に大きいことが特徴的である。一方で、プラスチックスの縦弾性係数は、金属やセラミクッスのそれと比べると遥に小さい。

・引張強さが非常に高いセラミクッスの伸びはほぼゼロを示し、その逆にプラスチックスの引張強さは非常に小さいが伸びは高いことが特徴的である。

・強度設計や剛性設計の観点から、各材料の引張強さや縦弾性率および横弾性率の説明も可能である。

1．鋳造に用いられる鋳型のうち，生型はガス抜き穴を省略できるなど鋳型構造の大幅な簡略化が可能である．この生型がガスを透過しながら溶湯を通さない機構を説明し，生型に用いられる鋳砂の特徴を述べよ．

生型では鋳型材の通気性を確保するため，やや粒度の大きい肌砂が使用され，鋳砂間のすきまを大きくして造型される．その鋳砂のすきまを溶湯が通れないようにするため，鋳砂には溶湯と濡れ性の悪い，すなわち溶湯との接触角が鈍角となる材質が選択される(5)．溶湯と鋳砂材の接触角をθ，溶湯の表面張力をγ，鋳砂間隙の周長を l，間隙面積を A，溶湯上面を押し戻す圧力を P としたとき，鋳砂間に浸入した溶湯表面おいて鋳型鉛直方向に以下の式が成立する．

$$P\,S = -\,l\,\gamma\cos\theta$$

$\cos\ \theta$ が負値を取るため P は正値となり，溶湯は毛管現象で鋳砂間隙に浸み込むことが許されず，鋳型空隙に押し戻される．以上のようにして，鋳型内在ガスを透過させながら溶湯を押し留める作用を得ている(4)．

2．以下に掲げた鋳造欠陥の生成原因と対策法を説明せよ．（各 2，計 16）

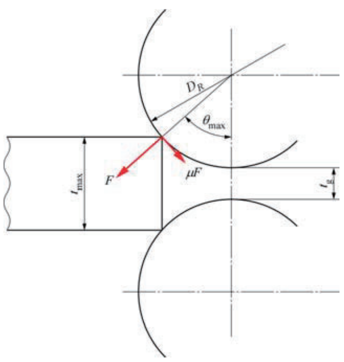
欠陥名称	生成原因	対策
ブローホール	注湯過程において鋳型内のガスが溶湯中に溶解し，凝固過程での飽和溶解度減少に伴って溶存できなくなって微細なガス泡として形成される．	溶湯に対して溶解しない希ガスやスラグを形成する酸素等で鋳型内をガス置換することで防止できる．
気孔 （ガスかみ）	注湯過程において鋳型内のガスが通気孔から抜けることができず，鋳型内に閉じ込められることによって生じる比較的大きなガス泡欠陥である．	通気孔の最適配置や注湯速度の制御によって防止できる．
ひけす	凝固過程で生じる凝固収縮によって鋳型内の溶湯が不足することで生じる大型の鋳造欠陥である．	鋳型に押し湯を適切に配置して凝固収縮によって減少した溶湯体積分を逐次供給することで防止できる．
湯境	鋳型内に複数の経路から注湯する場合において，異なる経路から鋳型に流入する溶湯の会合面が経路の差異によって生じる温度差によって融合不良を生じている状態である．	冷やし金の配置や鋳型の予熱，鋳型のせきの開講断面積の調整によって溶湯温度が会合面で合致するように制御することで防止できる．

3．ロール間ギャップ t_g，ロール直径 D_R の同径双ロール圧延において，板材とロールの動摩擦係数を μ とおく．このとき，ロール間にかみ込める上限の板厚さ t_{max} を導出せよ．

右図のように，被加工材がロールから受ける力 F の圧延方向の分力が被加工材とロールの摩擦力 μF の圧延方向の分力より小さければ板をロールにかみ込むことができるので，$\mu F\cos(\theta_{max}) > F\sin(\theta_{max})$ が成立すればよい．また，右図から幾何学的に $(t_{max} - t_g)/2 = D_R\{1 - \cos(\theta_{max})\}/2$ が成立することから，圧延限界板厚 t_{max} は

$$t_{max} = D_R\{1 - \cos(\theta_{max})\} + t_g = D_R\{1 - \cos(\arctan(\mu))\} + t_g$$

と求まる．(25)

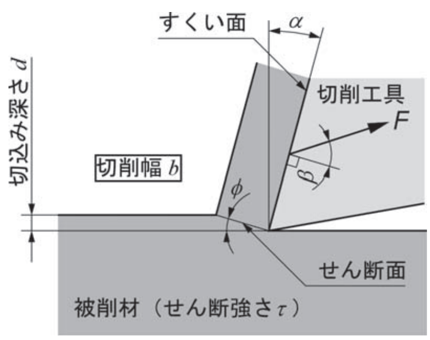


受験科目名
機械工作法

４．構成刃先の発生原因，加工精度への影響，対策法を説明せよ．

切削加工において刃先温度と被削材温度が上昇して被削材の一部が刃先に凝着し，その最表面が新たな刃先として機能することによって生じる．凝着する被削材の大きさは一定しておらず，脱落と形成を繰り返す(5)．このため，刃先に加わる加工力が不安定となり，刃物の弾性変形量が定まらなくなる．また，NC 工作機械においては，登録された刃先位置と実際の刃先位置が異なるので，プログラム通りに刃物や被削材を運動させても期待通りの除去加工結果は得られなくなる(5)．刃先温度と被削材温度の上昇が原因であるので，切削油（または加工液）の成分や吐出量を変化させて冷却を促進することが有効な対策となる(5)．

５．右図に示す流れ型切屑を生じる２次元切削加工において工具が被削材から受ける力 F を図中の記号を用いて導出せよ．



２次元切削加工では，切削工具に作用する力は被削材のせん断面における切屑生成（塑性変形）に要する力の反作用として生じると考える．

せん断面の面積 A は $A = b\,d\,/\sin(\phi)$ で表せるので，この面に作用するせん断力 F_S は $F_S = \tau A = \tau\,b\,d\,/\sin(\phi)$ となる．F_S は F のせん断方向への分力であるから，

$$F = F_S\,/\cos(\phi+\beta-\alpha) = \tau\,b\,d\,/\sin(\phi)\cos(\phi+\beta-\alpha)$$

と求まる．(10)

６．溶接割れは，その原因によって高温割れと低温割れに大別される．それぞれの原因と対策を説明せよ．

高温割れは，凝固過程や凝固後の冷却過程で結晶粒界にリン(P)や硫黄(S)が濃化して結晶粒界が脆化することが原因で生じる．P や S の濃度は溶加材よりも母材の方が高いため，母材の溶け込みを抑え，溶融地内の溶加材比率を高めることで抑制することができる．(5)

低温割れは，溶接部近傍が A_1 点以上の温度から急冷されることでマルテンサイト変態する(5)とともに，結晶粒界に水素が拡散濃縮して結晶粒界脆化を生じる(5)ことが原因である．マルテンサイト変態を抑制するためには被接合材を予熱して冷却速度を低下させることが有効である．また，水素の主たる供給源は開先表面に付着した水分であるので，溶接前に被接合材を予熱して水分を気化除去することが有効である．

７．溶接継手の残留応力発生には局所加熱に起因するものと異種材料間の熱膨張率の差に起因するものがある．これらの残留応力発生のメカニズムを説明せよ．

【局所加熱に起因する残留応力】材料の一部を局所的に加熱した場合，加熱された部位は周囲を拘束された状態で熱膨張しようとする．同時に降伏点も低下しているので，加熱面を押し上げるように塑性変形する．その後，冷却が進むにしたがって収縮しようとするが，周囲を拘束されているため収縮できない．このように，局所加熱された部位は周囲からの拘束を受けて収縮を阻害され，引張残留応力が生じた状態となる．(5)

【異種材料間の熱膨張率差に起因する残留応力】熱膨張率が異なる材料でできた部材を室温より高い接合温度で接合した後で室温まで冷却すると，両部材の熱収縮量は接合面で相互に拘束され，熱膨張率が小さい部材は圧縮，熱膨張率が大きい部材は引張応力を残留させた状態となる．また，接合部に近接した表面近傍には両部材とも引張残留応力が生じる．(5)