電気電子工学専攻　大学院入学試験（数学）解答

問題 1

(1) 省略

(2)

$$C_0 = \frac{1}{4}\int_{-2}^{2} f(x)dx = \frac{1}{4}\int_{-1}^{1} 1dx = \frac{1}{2}$$

$$C_n = \frac{1}{4}\int_{-2}^{2} f(x)e^{-i\frac{\pi n}{2}}dx = \frac{1}{4}\int_{-1}^{1} e^{-i\frac{\pi n}{2}}dx = \frac{1}{\pi n}\sin\left(\frac{\pi n}{2}\right)$$

(3)

$$f(x) = \frac{1}{2} + \sum_{n\neq 0}\frac{1}{\pi n}\sin\left(\frac{\pi n}{2}\right)e^{i\frac{\pi n}{2}x}$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi}\sum_{n>0}\frac{(-1)^{n-1}}{2n-1}\cos\left(\frac{(2n-1)\pi}{2}x\right)$$

問題 2

(1) $A = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$ とおく。$A\boldsymbol{x} = \lambda \boldsymbol{x}$ より (固有値 λ、固有ベクトル $\boldsymbol{x}$)、

$$\det(A - \lambda \mathbf{1}) = 0$$

より、

$$(\lambda + 3)(\lambda + 1) = 0$$

となるので、固有値は $\lambda = -1, -3$ となる。
$\lambda = -1$ に対応する固有ベクトルは $A = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$
$\lambda = -3$ に対応する固有ベクトルは $A = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$
となる。

(2) 解を $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{C} e^{\gamma t}$ と置き、問題の方程式に代入すると、

$$\gamma^2 \boldsymbol{x} = A\boldsymbol{x}$$

が成立する事がわかる。すなわち γ^2 が行列 A の固有値に対応するので、(1) より、

$$\gamma = \pm i, \pm i\sqrt{3}$$

である。よって、一般解は

$$\boldsymbol{x} = C_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \cos(t + \phi_1) + C_2 \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \cos(\sqrt{3}t + \phi_2)$$

であり、C_1, C_2, ϕ_1, ϕ_2 は初期条件で決まる定数である。

問題 3

(1) $x = C_1 \cos \Omega t + C_2 \sin \Omega t$

(2) $x = A \sin \omega t$ と置き、微分方程式に代入すると、$A = \frac{f}{\Omega^2 - \omega^2}$ となる。特殊解は、

$$x = \frac{f}{\Omega^2 - \omega^2} \sin \omega t$$

と求まる。

(3) $x = C_1 \cos \Omega t + C_2 \sin \Omega t + \frac{f}{\Omega^2 - \omega^2} \sin \omega t$

(4) 初期条件 $x(0) = 0$ より、$C_1 = 0$。
また、

$$\frac{dx}{dt} = -C_1 \Omega \sin \Omega t + C_2 \Omega \cos \Omega t + \frac{f\omega}{\Omega^2 - \omega^2} \cos \omega t$$

を用いる。$dx/dt(0) = 0$ より、

$$C_2 = -\frac{\omega}{\Omega} \frac{f}{\Omega^2 - \omega^2}$$

と求まる。よって解は、

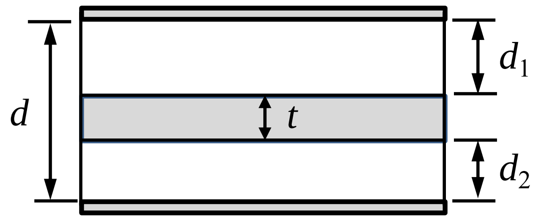
$$x = \frac{f}{\Omega^2 - \omega^2} \left(\sin \omega t - \frac{\omega}{\Omega} \sin \Omega t \right)$$

(5) $\omega = \Omega + \Delta\Omega$ と置き、(4) で求めた解に代入し、$\Delta\Omega$ の一次まで残す。この時、x は

$$x = -\frac{f}{2\Omega} \left(t \cos \Omega t - \frac{1}{\Omega} \sin \Omega t \right)$$

となり、時間に比例して振幅が増大する項が現れる。ここで $\sin \Delta\Omega t \approx \Delta\Omega t, \cos \Delta\Omega t \approx 1$ を用いた。

１．右図の様に、真空中で面積 S，厚さ d の平行平板コンデンサに厚さ t の導体板を挿入した。上側及び下側の極板と導体板の間隔をそれぞれ d_1, d_2 とするとき、以下の問いに答えなさい。



(a) 上側の極板と導体板間における静電容量 C_1 を求めなさい。
(b) 下側の極板と導体板間における静電容量 C_2 を求めなさい。
(c) (a)及び(b)の結果を用いて、平行平板コンデンサの静電容量 C を求めなさい。

＜解答例＞

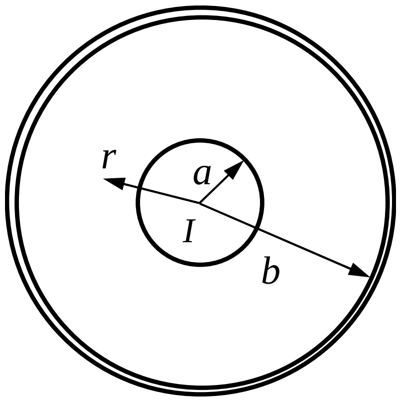
(a) $C_1 = \dfrac{\varepsilon_0 S}{d_1}$

(b) $C_2 = \dfrac{\varepsilon_0 S}{d_2}$

(c) $C = \dfrac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \dfrac{\varepsilon_0 S}{d_1 + d_2}$

受験科目名
電磁気学

２．真空中に、中心が一致するように導線と導体円筒が置かれている。導線の半径を a，導体円筒の内径を b とする。導体の軸方向に、導体の断面上で一様な電流密度をもつ電流を I とする。導体の中心からの距離を r としたとき、以下の問いに答えなさい。



(a) $r < a$ における電流 I_1 を示しなさい。

(b) $a < r < b$ における電流 I_2 を示しなさい。

(c) (b)の場合について、磁界の強さ H を示しなさい。

＜解答例＞

(a) $I_1 = \dfrac{I}{\pi a^2} \cdot \pi r^3 = I \dfrac{r^2}{a^2}$

(b) I

(c) $H = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}$

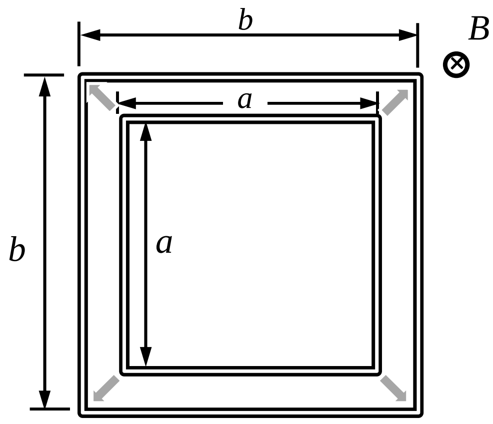
受験科目名
電磁気学

3．右図に示す様な、紙面に垂直な方向に一様な磁束密度 B の磁界内に、一辺の長さが a の正方形状の閉回路がある。このとき、以下の問いに答えなさい。

(a) 閉回路に鎖交する磁束 ϕ を求めなさい。

(b) 時刻 Δt 後に閉回路が一辺の長さ b の正方形状に拡大した。磁束の変化 $\Delta\phi$ を示しなさい。

(c) 閉回路に誘起する起電力の大きさ V を求めなさい。



＜解答例＞

(a) $\phi = BS = Ba^2$

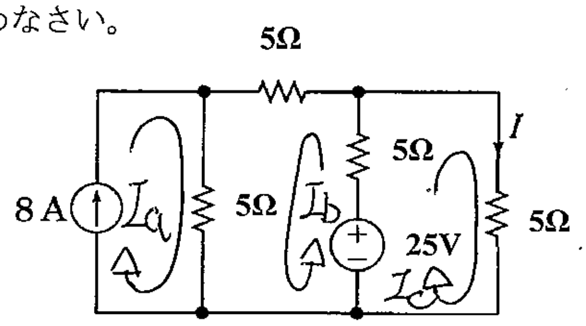
(b) $\Delta\phi = B\left(b^2 - a^2\right)\Delta t$

(c) $V = \left|-\dfrac{d\phi}{dt}\right| = B\left(b^2 - a^2\right)$

受験科目名
電磁気学

【注意】回路方程式や途中の計算過程を明示すること。解答は、√や π、分数のままで良い。
また、単位を付けること。

1．図の回路において、電流 I をキルヒホッフの法則により求めなさい。



$I = I_c$

回路方程式

$$\begin{cases} (5+5+5)I_b + 5I_c + 5I_a = 25 \\ 5I_b + (5+5)I_c = 25 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 15I_b + 5I_c = 25 - 5\cdot 8 \\ 5I_b + 10I_c = 25 \end{cases} \quad \begin{pmatrix} 15 & 5 \\ 5 & 10 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} I_b \\ I_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -15 \\ 25 \end{pmatrix}$$

$$I_c = \frac{\begin{vmatrix} 15 & -15 \\ 5 & 25 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 15 & 5 \\ 5 & 10 \end{vmatrix}} = \frac{375-(-75)}{150-25} = \frac{450}{125} = 3.6$$

電流 I ： 3.6A

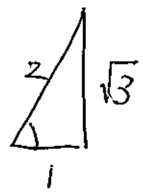
2．ある負荷に、$v=200\sqrt{2}\sin(\omega t-10°)$[V]を加えると、$i=15\sqrt{2}\sin(\omega t+50°)$[A]が流れた。この回路の力率 $\cos\phi$、リアクタンス率 $\sin\phi$ 及び回路で消費される有効電力 P_a、無効電力 P_r、皮相電力 P_s を求めなさい。

$P_a = VI\cos\varphi = 200\cdot 15\cdot\cos 60° = 1{,}500$

$P_r = VI\sin\varphi = 200\cdot 15\cdot\sin 60° = 1{,}500\sqrt{3}$

$P_s = VI = 3{,}000$

$\cos\varphi = \cos 60° = \frac{1}{2}$, $\sin\varphi = \sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$



力率 $\cos\phi$ ： $\frac{1}{2}$ 、リアクタンス率 $\sin\phi$ ： $\frac{\sqrt{3}}{2}$

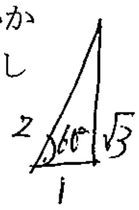
有効電力 P_a、： 1,500 W　無効電力 P_r、： 1,500√3 var　皮相電力 P_s ： 3,000 VA

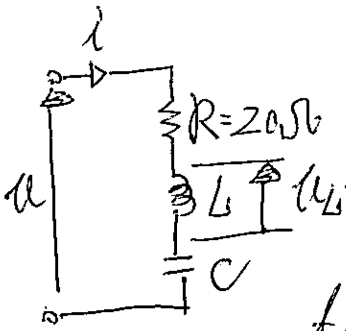
受験科目名
回路理論

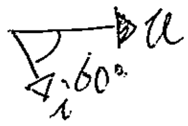
〔 1/2 頁〕

【注意】回路方程式や途中の計算過程を明示すること。解答は、√や π、分数のままで良い。
また、単位を付けること。

３．*RLC* 直列回路で、流れた電流 *i* は電圧 *v* より 60° 遅れで、*L* にかかる電圧の最大値 V_{mL} は *C* にかかる電圧の 3 倍となり、$v_L=10sin(1000t)$[V]であった。このとき、*R*=20[Ω]として、*L* と *C* の値（√は残し分数で良い）を求めなさい。







$V_{mL}=3V_{mC}$

$X_L I_m=3X_C I_m$

$X_L=3X_C$

$\varphi=\tan^{-1}\frac{X_L-X_C}{R}=60°$

$\tan 60°=\frac{X_L-X_C}{R}=\frac{3X_C-X_C}{R}=\frac{2X_C}{R}$

$\tan 60°=\frac{\sqrt3}{1}=\frac{2X_C}{20}$

$X_C=10\sqrt3=\frac{1}{\omega C}$

$\therefore C=\frac{1}{\omega 10\sqrt3}=\frac{1}{\sqrt3\times1000\cdot10}=\frac{1}{\sqrt3}10^{-4}$

$X_L=3X_C=30\sqrt3$ 　 $\omega L=30\sqrt3$

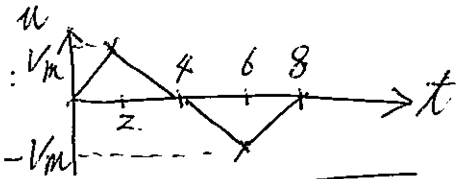
$\therefore L=\frac{30\sqrt3}{\omega}=30\sqrt3\times10^{-3}$

L：$3\sqrt3\times10^{-2}$ H.　　*C*：$\frac{\sqrt3}{3}\times10^{-4}$ F.

４．最大値 V_m、周期 8[sec]の三角波を図示し、平均値 *Va*、実効値 *V* を求めなさい。

$v=\frac12 V_m\cdot t\ (0\leqq t\leqq 2)$

波形の図示：



$V_a=\frac1T\int_0^T|v|dt$

$=\frac18\int_0^8\frac12V_m\cdot t\,dt=\frac48\int_0^2\frac12V_m t\,dt$

$=\frac14V_m\left[\frac12t^2\right]_0^2$

$=\frac14V_m\left(\frac12 2^2-\frac12 0^2\right)$

$=\frac14V_m\cdot2=\frac12V_m$

$V=\sqrt{\frac1T\int_0^T v^2dt}$

$=\sqrt{\frac18\int_0^8\left(\frac12V_mt\right)^2dt}$

$=\sqrt{\frac48\int_0^2\frac14V_m^2t^2dt}$

$=\sqrt{\frac12\cdot\frac14V_m^2\int_0^2t^2dt}$

$=\sqrt{\frac18V_m^2\left[\frac13t^3\right]_0^2}$

$=\sqrt{\frac18V_m^2\left(\frac13 2^3-\frac13 0^2\right)}$

$=\frac{V_m}{\sqrt3}$

平均値 *Va*、：$\frac12V_m$　　実効値 *V*：$\frac{V_m}{\sqrt3}$

受験科目名
回路理論

1.　図 1 はセンサと計測器を接続したときのセンサの出力インピーダンス Z_{out} と計測器の入力インピーダンス Z_{in} の関係を表したものである。センサの出力電圧 V_s を 10 V，出力インピーダンス Z_{out} を 25 kΩ，計測器の入力インピーダンス Z_{in} を 250 kΩとする。以下の問いに答えよ。

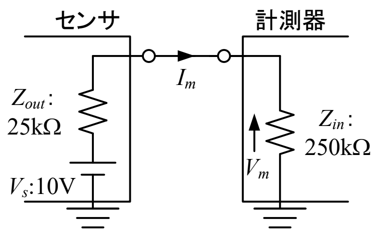


図 1

(1) この回路に流れる電流 I_m および計測器で測定される電圧 V_m を求めよ。

$$I_m = \frac{10.0}{25.0\times10^3+250\times10^3} = 36.4\times10^{-6}\ \text{A} = 36.4\ \mu\text{A}\quad (5\ 点)$$

$$V_m = \frac{10.0\times250\times10^3}{25.0\times10^3+250\times10^3} = 9.09\ \text{V}\quad (5\ 点)$$

(2) 測定された電圧 V_m のセンサの出力電圧の真値(10 V)に対する誤差率の大きさを求めよ。

$$\varepsilon = \frac{9.09-10.0}{10.0} = -0.091\quad \therefore 0.091(9.1\%)\quad (5\ 点)$$

(3) V_m の誤差率の大きさを 0.05(5 %)以下とする為には計測器の入力インピーダンスを何Ω以上にすればよいか答えよ。

誤差率の大きさ 5%以下とするために必要な測定電圧 V_x とすると

$$-0.05 = \frac{V_x-10.0}{10.0}\quad \therefore V_x = 9.5\ \text{V}$$

測定値 9.5 V 以上とするために必要な入力インピーダンスを Z_x とすると

$$9.5 = \frac{10.0\times Z_x}{25.0\times10^3+Z_x}\quad \therefore Z_x = 475\times10^3 = 475\ \text{k}\Omega\quad (5\ 点)$$

(4) 高い入力インピーダンスの計測器を準備できない場合，どのようにすれば低い誤差率で測定できるか記述せよ。

ボルテージフォロワ等を使って増幅する。　(5 点)

2.　フィルムのような絶縁体の抵抗を測定する方法について以下の問に答えよ。

(1) 電圧・電流法で測定する上で注意すべき点を述べよ。(10 点)

・電流計で測定できる電流を流すためには高電圧を印加する必要がある。

・抵抗表面の水分付着や汚れ等により抵抗表面を電流が流れ（もれ電流），それが電流計を通ると測定誤差となる。

など。

(2) 高電圧電源と高精度電流計を用いて測定する回路を図 2 に示すが，これでは前問の注意すべき点を解決する回路にはなっていない。回路図に直接書き込みいれて回路を完成させよ。また，それにより前問の問題を解決できる理由を説明せよ。(図の書き込み 5 点，理由 10 点)

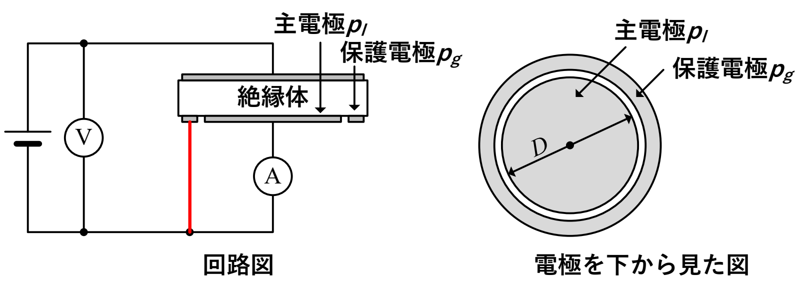


図 2

理由

もれ電流は対向電極から主電極には行かず，保護電極を通って電源に還るため，電流計を通らず測定には影響しない。

受験科目名
電気電子計測

3.　アナログ電圧信号のデジタル化について以下の問に答えよ。

(1) デジタル電圧計のアナログ電圧計に対する特長を 3 つ述べよ。(2 点×3)

下記 5 つのうち，3 つを記入。それ以外でも適切なら正解とする。

(ア)入力インピーダンスが高い　　(イ)測定が早い　　(ウ)読み取り精度がよい

(エ)読み取りの個人差がない　(オ)記憶，記録，再生，伝送が容易で，これらの操作による品質の劣化が少ない

(2) 時間的に変化する電圧のアナログ信号をデジタル化するアナログ/デジタル（A/D）変換について，以下の(a)～(c)の語句を説明せよ。(5 点×3)

(a) 標本化（サンプリング）

アナログ信号から一定時間ごとに信号の大きさを取り出す。時間軸方向に不連続な信号（離散量）となる。

(b) 量子化

標本化された信号の大きさを有限の段階の数値とする(離散的な数値に振り分ける)。

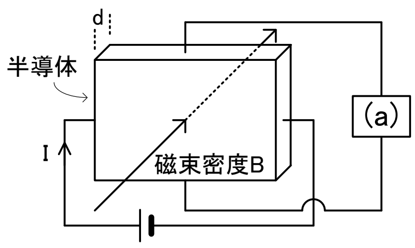
(c) 符号化

量子化された信号の大きさをいくつかのパルスを 1 組とする符号に変換。

(3) 上記(2)(b)の量子化において，8 ビットの場合，A/D 変換器の定格最大電圧が 1　V とすると電圧分解能はいくらになるか答えよ。(4 点)

$\frac{1\,\mathrm{V}}{2^8} = 3.91\ \mathrm{mV}$

4.　ホール素子で磁束密度を測定する方法について以下の問いに答えよ。



(1) 図中の空欄(a)に入る測定器の名称を答えよ。

電圧計　(5 点)

(2) ホール素子による磁束密度の測定原理を説明せよ。なお，以下のキーワードを適宜用いること(全て用いる必要があるという訳ではありません)。

キーワード

n 型半導体の薄板，電子，陽子，磁界，磁束密度，電流，正電荷，負電荷，電流源，電圧計，比例，反比例，ホール起電力，ローレンツ力，クーロン力，電界，

ホール素子は（磁界）に比例した電圧が得られる素子である。（n 型半導体の薄板）に（電流）を流しておき，これを（磁界）の中に置くと，板の中の（電子）は（ローレンツ力）により曲げられ，半導体の片面に蓄積され，（ホール起電力）が生じる。この（ホール起電力）は（磁界）に比例するため，この（ホール起電力）を（電圧計）で測定することで（磁界）を求めることができる。(20 点)

受験科目名
電気電子計測