

1. はじめに

構造物が大型化し、それを構成する部材数も莫大な物となるに従い、構造物の保全や安全を確保する上で損傷部材やその損傷度合を非破壊検査的に明らかにすることが益々必要になってきた。最近では構造物のヘルスマonitoring技術が進展してきたので、この貴重なヘルスマonitoringデータから非破壊的に構造物の損傷をオンライン同定できる逆解析システムの提案とその構築が求められている。

そのような状況に対応すべく、構造物のヘルスマonitoringデータから構造物の損傷同定を行うには、ノイズを含んだ計測データを補助情報量とした逆問題の解析というコンピュータシミュレーション的(計算力学的)アプローチが考えられる。

その際、ノイズを含んだ実測量を対象とするので構造物の力学的挙動に基づく確率ダイナミックシステムを構築し、その逆問題としての同定解析を行うための逆解析法¹⁾が構築できれば、それによって同定結果を求めることができる。このような逆解析法として確率ダイナミックのフィルタリングアルゴリズムによる同定解析システム²⁾を構築してきた。

本報告では、コンピュータシミュレーション同定解析システムによる塔状トラス構造物³⁾およびフレーム構造物⁴⁾を対象とした構造損傷同定解析を示す。

2. フィルタリングアルゴリズム

離散的逆問題の数理モデルは次のシステム方程式と推定方程式によって与えられる。

- ・ システム方程式

$$\mathbf{y} = \mathbf{m}(\mathbf{z}) + \mathbf{v} \quad (1)$$

- ・ 推定方程式

$$\tilde{\mathbf{z}} = \mathbf{b}(\mathbf{y}) \quad (2)$$

ただし \mathbf{z} は状態ベクトル(未知)、 \mathbf{y} は計測ベクトル(既知)、 \mathbf{v} はノイズベクトル、 \mathbf{m} はシステム作用

素、 $\tilde{\mathbf{z}}$ は推定ベクトル、 \mathbf{b} は推定作用素とする。

ここで式(1)のノイズベクトルを確率変数ベクトルとして扱うことにし、式(2)の線形推定を与えることにすると次のような \mathbf{z} の線形推定ベクトル $\tilde{\mathbf{z}}$ が与えられる。

$$\tilde{\mathbf{z}} = \bar{\mathbf{z}} + \mathbf{B}\{\mathbf{y} - \mathbf{m}(\bar{\mathbf{z}})\} \quad (3)$$

ただし $\bar{\mathbf{z}}$ は \mathbf{z} の期待値ベクトル、 \mathbf{B} は \mathbf{b} の線形化された推定行列となる。式(3)を用いて \mathbf{z} の線形推定量を求めるには、フィルタリングアルゴリズムとしての線形推定量に対する次の逐次解法が有効である。

$$\tilde{\mathbf{z}}_{k/k} = \tilde{\mathbf{z}}_{k/k-1} + \mathbf{B}_k \{\mathbf{y}_k - \mathbf{m}(\tilde{\mathbf{z}}_{k/k-1})\} \quad (4)$$

$$(\tilde{\mathbf{z}}_{0/-1} = \bar{\mathbf{z}})$$

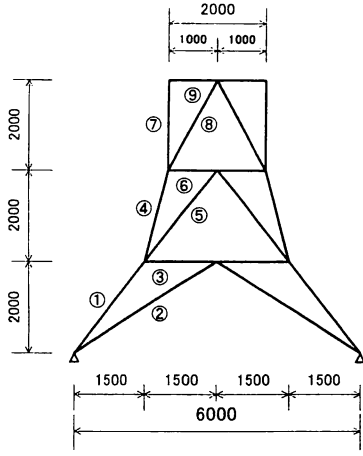
上式の推定行列 \mathbf{B}_k は \mathbf{z} とその推定量 $\tilde{\mathbf{z}}$ に関する近似度を与える評価基準に対応したフィルタを採用することによって具体的に構成できる。その代表的なものがWienerフィルタに基づくKalmanフィルタである。その他の例として射影フィルタ族(射影フィルタとパラメトリック射影フィルタ)がある。

3. 構造損傷同定解析

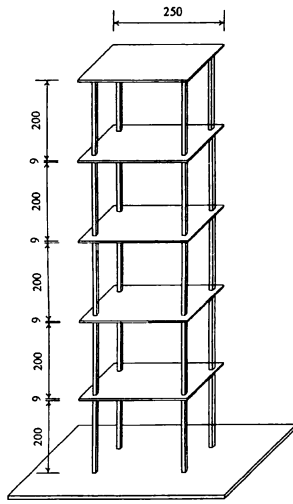
軸力による応力伝達機構を有する構造物としてトラス構造を、曲げおよびせん断応力による応力伝達機構を有する構造物としてフレーム構造物を例に構造損傷同定解析を行うに当たり、Wienerフィルタ、射影フィルタおよびパラメトリック射影フィルタに基づくフィルタリングアルゴリズムを逆解析手法とする逆問題を構成する。

3.1 構造モデル

損傷同定解析の対象とする塔状トラスモデルをFig.1(a)に、またフレームモデルをFig.1(b)に示す。本研究では損傷を剛性の低下として定義することによ



(a) 塔状トラスモデル



(b) フレームモデル

Fig.1 解析モデル

り、塔状トラスモデルでは1部材が損傷により剛性低下するものとし、フレームモデルでは損傷によりいずれかの一層が剛性低下するものとした。

3.2 逆問題の構成

逆問題解析では損傷に伴う固有振動数の変化のみに基づき剛性低下と損傷層（部材）を同定するものとする。逆解析手法としてのフィルタリングアルゴリズムの計算過程で求められる固有振動数は、いずれのモデルも次式で表される非減衰の固有振動方程式を用いるものとする。

$$|-\omega^2 \mathbf{M} + \mathbf{K}| = 0 \quad (5)$$

ここに ω は固有振動数、 \mathbf{M} は質量行列、 \mathbf{K} は剛性行列である

システムの状態量である剛性と計測データである固有振動数の関係は非線形であるため、システム作用素は非線形ベクトル関数として式(1)で与えられる。式(1)は非線形関数が滑らかであるという仮定において、状態量 \mathbf{z} の周りで線形化し、高次項を無視すると感度行列 \mathbf{M}_k を伴った擬似線形化された離散的システム方程式を得る。

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_k &= \mathbf{m}(\tilde{\mathbf{z}}_k) + \mathbf{v}_k \\ &\doteq \mathbf{M}_k \tilde{\mathbf{z}}_k + \mathbf{v}_k \end{aligned} \quad (6)$$

ここに、

$$\mathbf{M}_k = \left(\frac{\partial \mathbf{m}(\tilde{\mathbf{z}}_k)}{\partial \mathbf{z}_k} \right) \quad (7)$$

システム方程式(6)に対し、式(4)を用いて逐次解法であるフィルタリング計算を行うことにより状態量としての剛性を同定することができる。

推定行列 \mathbf{B}_k の具体的な表現はWienerフィルタに基づくKalmanフィルタ、射影フィルタおよびパラメトリック射影フィルタに対して、それぞれ次のように与えられる。

- Wienerフィルタ

$$\mathbf{B}_k = \mathbf{R}_{k/k-1} \mathbf{M}_k^T (\mathbf{M}_k \mathbf{R}_{k/k-1} \mathbf{M}_k^T + \mathbf{Q}_k)^{-1} \quad (8)$$

ここに、推定誤差共分散行列 \mathbf{R}_k は次式で与えられる。

$$\mathbf{R}_{k/k} = \mathbf{R}_{k/k-1} - \mathbf{B}_k \mathbf{M}_k \mathbf{R}_{k/k-1} \quad (9)$$

- 射影フィルタ

$$\mathbf{B}_k = (\mathbf{M}_k^T \mathbf{Q}_k^{-1} \mathbf{M}_k)^{-1} \mathbf{M}_k^T \mathbf{Q}_k^{-1} \quad (10)$$

・ パラメトリック射影フィルタ

$$\mathbf{B}_k = \mathbf{M}_k^T (\mathbf{M}_k \mathbf{M}_k^T + \gamma \mathbf{Q}_k) \quad (11)$$

射影フィルタおよびパラメトリック射影フィルタの推定誤差共分散 \mathbf{R}_k は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{k/k} = & \mathbf{R}_{k/k-1} - \mathbf{B}_k (\mathbf{M}_k \mathbf{R}_{k/k-1} \mathbf{M}_k^T + \mathbf{Q}_k) \mathbf{B}_k^T \\ & - \mathbf{B}_k \mathbf{M}_k \mathbf{R}_{k/k-1} - \mathbf{R}_{k/k-1} \mathbf{M}_k^T \mathbf{B}_k^T \end{aligned} \quad (12)$$

ここに \mathbf{Q}_k は観測雑音誤差共分散であり、一般に計測誤差を採取する際に得ることができる。具体的には計測データより標準偏差を求め、2乗した分散値を対角成分として与えることになる。また、射影フィルタおよびパラメトリック射影フィルタには直接推定誤差共分散行列が含まれていない点に特徴を有する。

本損傷同定解析では $\tilde{\mathbf{z}}_k$ をフィルタリングステップの剛性とする、フィルタリング方程式(4)における $\mathbf{m}(\mathbf{z}_{k/k-1})$ は $k-1$ ステップの情報量をもとにした k ステップの剛性に基づく固有振動数を意味することになり、固有振動方程式(5)を用いて計算される。これらの計算は \mathbf{y}_k と $\mathbf{m}(\tilde{\mathbf{z}}_{k/k-1})$ が一致するまで繰り返されることにより損傷同定が可能となる。

本解析手法では、フィルタ方程式を繰り返し計算アルゴリズムとして用いるが、各フィルタリングステップにおいてノイズベクトル \mathbf{v} を考慮せず、同じ観測値を用いることができる²⁾。

3.3 損傷位置の同定

本解析手法では計測データとして固有振動数のみを採用しているため、損傷位置に関する情報を直接導入していない。そこで損傷位置の同定は、フィルタリング計算で得られる情報に基づき次式により計算した。

$$V_n = \sum_{i=1}^l (\omega_i - m(z_k^n)_i)^2 \quad (13)$$

ここに、 V_n はフィルタリング計算で更新された固有振動数の第 n 層(部材)における偏差平方和であり、 ω_i は i 次モードの固有振動数、 z_k^n はフィルタリ

ング k ステップにおける第 n 層(部材)の状態量である。また l は固有振動数の総数である。

第 n 層(部材)に関する損傷の可能性を意味する評価値を次式で表す。

$$J_n = \frac{1}{V_n} \left/ \sum_{i=1}^m \frac{1}{V_i} \right. \quad (14)$$

状態量が収束した時点で、評価値 J_n が最も大きな値を示す層(部材)が損傷位置として同定される。

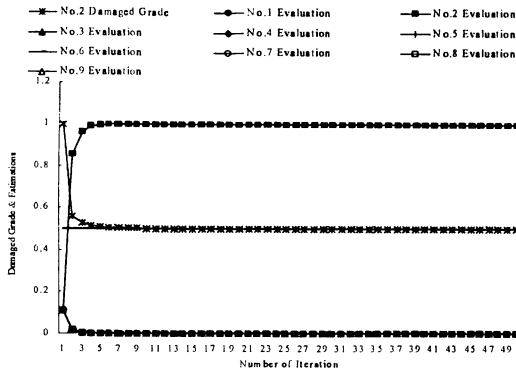
4. 同定解析結果

前章で述べたフィルタリングアルゴリズムによる構造損傷同定解析システムの適用性を検証するために行った、代表的な構造形式である塔状トラス構造とフレーム構造の部材及び層に関する同定解析結果を示す。

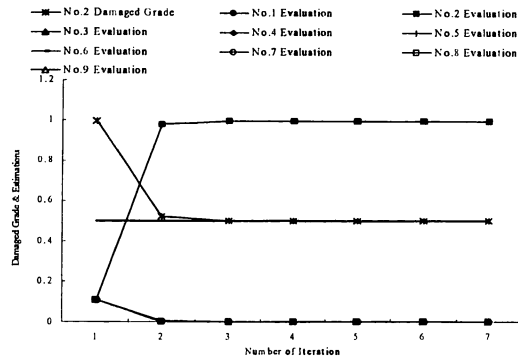
構造損傷同定解析における補助量としてのヘルスマニタリングデータとして塔状トラス構造ではコンピュータ順解析結果に基づくモデル量を、フレーム構造では実験モード解析に基づく計測値の統計量を採用することにした。

4.1 塔状トラス構造

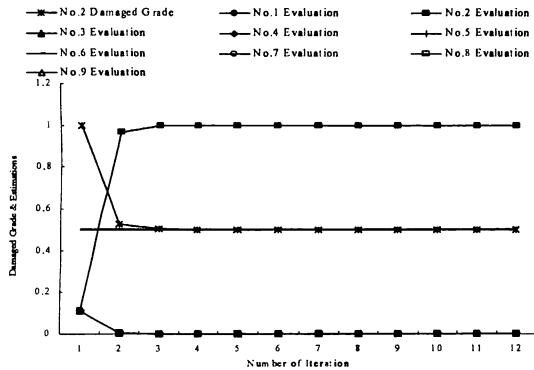
Fig. 2に塔状トラス構造の1層部分の部材②が50%剛性低下した場合の3種類のフィルタリングアルゴリズムによる損傷同定解析結果を示す。なお、パラメトリック射影フィルタでは正則化パラメータ γ として0.1と100を採用した場合の同定結果の比較も合わせて示しておく。これらのグラフは、横軸にフィルタリング回数、縦軸は剛性低下を意味する状態量の無次元量と、損傷部材を表す評価値の無次元量を示している。すなわち、1.0から始まる数値の変化は損傷を設定した状態量を示しており、剛性低下が50%の場合0.5が目標値となる。評価値は0.11から始まる値が1.0に最も近い値を示す部材が損傷部材になる。このFig. 2よりいずれのフィルタリングアルゴリズムを用いても部材の位置と損傷度を同定可能であることがわかる。同定に至るまでのフィルタリング回数はWienerフィルタにくらべて射影フィルタの方が極端に少ないこともわかる。なお、正則化パラメータの大小による同定挙動は各々Wienerフィルタ、射影フィルタに対応することも明かである。



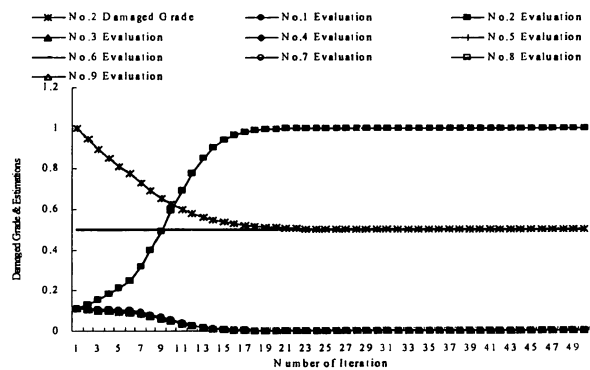
Wiener フィルタ



射影フィルタ



パラメトリック射影フィルタ($\gamma=0.1$)



パラメトリック射影フィルタ($\gamma=10^2$)

Fig.2 構造損傷同定解析結果 (塔状トラス構造)

Table1 モデル諸元

柱 (mm)	60×60
階高 (mm)	200
スラブ (mm)	250×250×9.0
E (N/mm ²)	2.05×10 ⁵
質量 (kg)	29.5

Table3 実測固有振動数の標準偏差

モード	標準偏差 (Hz)	標本数
1次	1.893	116
2次	0.425	140
3次	1.293	136
4次	2.281	135
5次	1.999	126

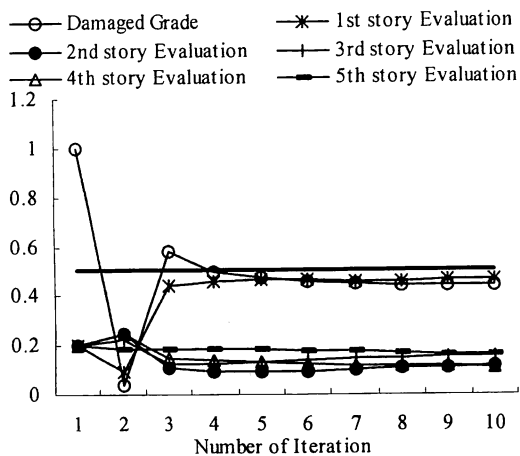
Table2 固有振動数 (Hz)

モード 次数	正常	損傷層				
	モデル	1層	2層	3層	4層	5層
1次	7.970	6.760	6.902	7.185	7.516	7.781
2次	23.452	20.701	22.684	22.097	20.057	20.820
3次	37.532	35.130	34.963	33.177	36.687	32.534
4次	48.859	47.080	42.997	47.567	44.179	45.114
5次	56.159	55.195	53.586	51.679	52.751	54.470

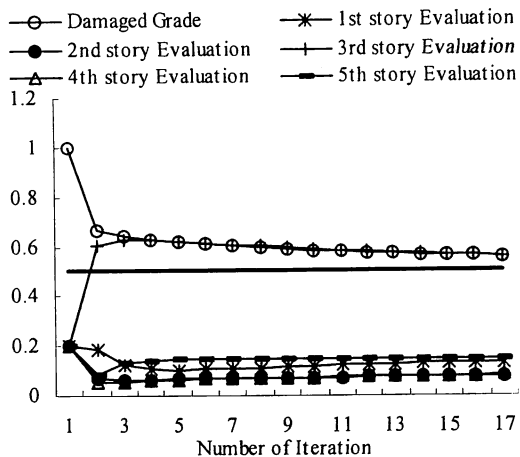
4.2 フレーム構造

Fig.1(b)に示した5層フレームモデルに対する計測データとしての固有振動数を、固有方程式(5)を用いることなく、実測値を採用する立場から行った構造損傷同定解析結果を示す。

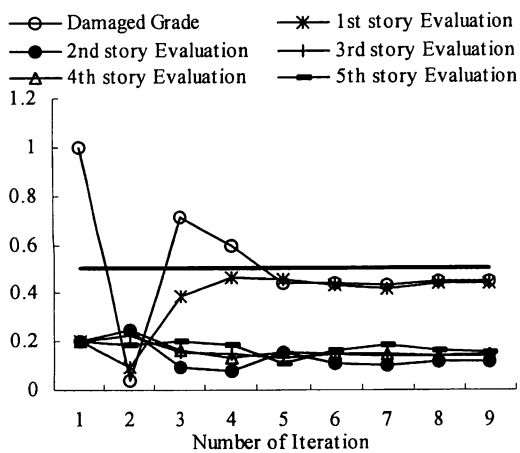
モデルの諸元を Table1 に、インパクトハンマー加振によって実測された各固有モードに対応する固有振動数を Table2 に示す。なお、Table2 の実測値から得られた標準偏差を Table3 に示しておく。



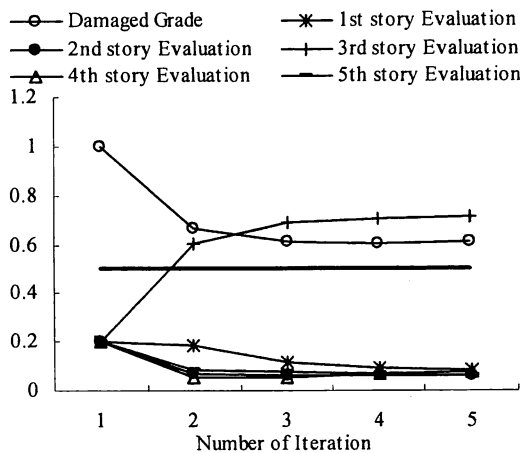
Wiener フィルタ



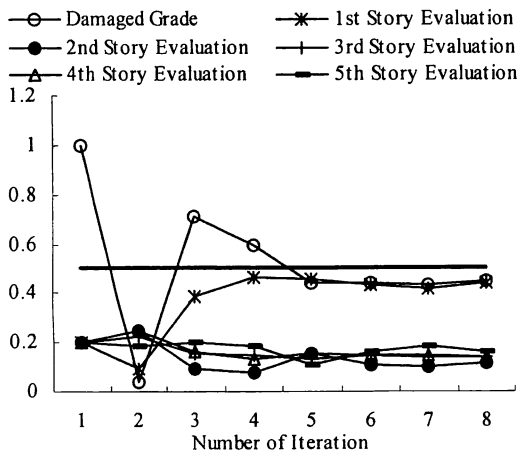
Wiener フィルタ



射影フィルタ

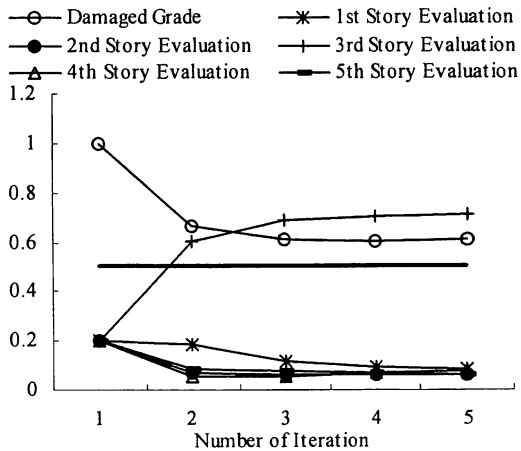


射影フィルタ



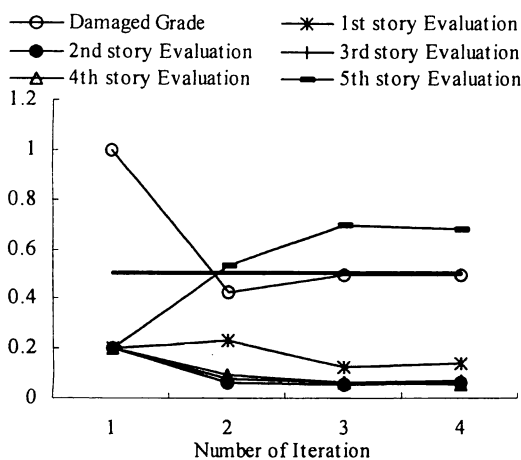
パラメトリック射影フィルタ($\gamma:1.0$)

Fig.3 構造損傷同定解析結果 (フレーム構造, 1層に50%剛性低下を仮定)

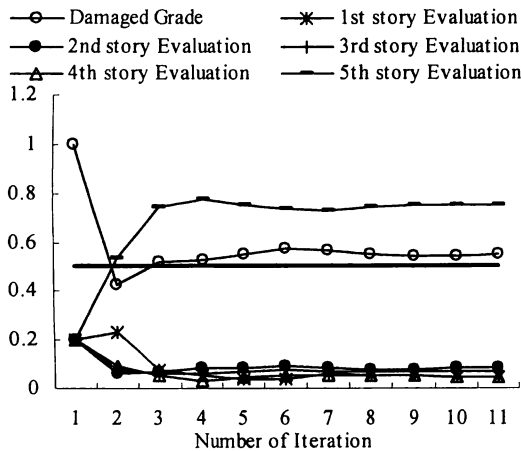


パラメトリック射影フィルタ($\gamma:1.0$)

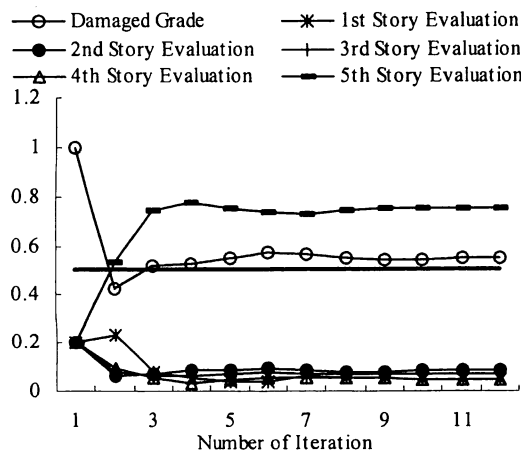
Fig.4 構造損傷同定解析結果 (フレーム構造, 3層に50%剛性低下を仮定)



Wiener フィルタ



射影フィルタ



パラメトリック射影フィルタ($\gamma:1.0$)

Fig.5 構造損傷同定解析結果 (フレーム構造, 5層に50%剛性低下を仮定)

このフレーム構造の構造損傷同定解析では, Table2,3 に示した実測値及び標準偏差から与えられた観測誤差の共分散量を逆解析のコンピュータシミュレーションに用いることができる。

Fig.3~5に第1層,第3層および第5層の柱が50%剛性低下した場合を対象とした損傷同定解析結果を各フィルタリングアルゴリズムに対して示す。グラフの表示の方法はトラス構造の場合と同様である。評価値に関しては0.2から始まる値が1.0に最も近い値を示す層が損傷層になる。

中間層である3層の同定精度は他の層に比べて若干劣るが,フレーム構造の場合は,総じてWienerフィルタフィルタによる同定解析が比較的少ないフィルタリング回数によって損傷位置と損傷程度を精度良く同定していることが明かである。また,塔状トラス構造の損傷同定解析の考察でも述べたことと同様に,フレーム構造の損傷同定解析においても,正則化パラメータ γ として比較的小さな値を設定したことにより,射影フィルタによる結果とパラメトリック射影フィルタによる結果が極めて類似していることがわかる。

5. おわりに

建造物の保全や安全を確保する上で必要となる非破壊検査的なアプローチとして,コンピュータシミュレーションによる逆解析法からの損傷同定解析システムを示した。その解析システムの適応性を,トラス構造やフレーム構造に対して順解析による計算値と計測された固有振動数のみを用いた損傷同定解析結果を通して検証した。今後は限定されたヘルスマニタリングデータの利用や多くの部材数を有する建造物への適応性を検討していきたい。

参考文献

- 1)登坂宣好,大西和榮,山本昌弘,逆問題の数理と解法,東京大学出版会,(1999)
- 2)村上章,登坂宣好,堀宗朗,鈴木誠,有限要素法・境界要素法による逆問題解析,コロナ社,(2002)
- 3)登坂宣好,遠藤龍司,武藤俊広,フィルタ理論を用いた塔状トラスの構造損傷解析,応用力学論文集,土木学会,Vol.7,pp155-165,(2004)
- 4)R. Endo, N. Tosaka, Structural Damage Analysis of a Frame Structure Models using Filtering Algorithms, 7th Civil-comp., Paper241,(2004)