

履歴復元力モデルによる車両のステアフィール特性 とサスペンションばねの振動特性解析 (非線形の復元力特性を持つ構造物の地震応答解析手法の車両への応用)

柴田 耕一 (数理情報工学科)

1. 序 論

本論で示す、べき関数型モデルの解析手法は、履歴曲線が連続で簡単のために、最初、構造物の非線形の履歴を示す振動応答に必要な振動特性(剛性・減衰)を求める過程で用いられた(1986年)。この手法を用いると振動特性が振幅や振動数に依存して変化する場合にも応用できた。そのために、ランダムな入力に対しても応答が容易に求めやすいことから、次に車両の防振ゴムの振動特性を求めることに応用された(1993年)。さらに、構造物に用いられる免震用積層ゴムの振動応答にも応用された(1995年)。この手法は連続的な履歴曲線を仮定しているために、車のステアリングの特性にも応用されて(2002年)、ステアフィールングをハンドルの剛性と減衰に置き換えることを可能にした。

最初にトラック等の非線形系ばねの振動応答解析を可能にするために、応答解析を行う際のばねの振動特性を把握することを目的とする。本論では、実験から得られた履歴曲線をもとに変位振幅・周波数に依存する、べき関数型履歴モデルを決定し、これにより、ばね定数・減衰係数を算出する。これらを用いれば、精度の良い車体の振動応答計算を行うことが出来るが、最初の段階としてこの新しい履歴モデルを用いてばね定数・減衰係数を算出し、実験結果と比較することにより、本手法の妥当性を検証した。

次の研究として、ドライバー自身が感じるステアフィールを解析する上では、入力操舵角及び転舵周波数に依存する操舵トルク応答の非線形特性を把握することが必要であると考えられるが、従来の手法では、これらを検討するには至っていない。

そこで、変位振幅及び周波数に依存する振動系の非線形振動特性を解析する手法として「べき関数型復元力モデルを用いた等価線形系解析手法」を車両の操舵トルク特性解析へ応用した。

本手法によれば、ヒステリシスカーブの基本的な特性を二つの指標値で表現する為、操舵トルクと舵角に対する非線形性の簡潔な把握が可能となり、ステアフィール応答解析への応用が可能となる。

2. 非線形の履歴を示すテーパリーフスプリングに対するべき関数型等価線形系解析手法

強制外力 $p_0 \cos \omega t$ が作用するばね質点系の運動方程式は次の(1)式で表わすことができる。

$$m\ddot{x} + f(x, \dot{x}) = p_0 \cos \omega t \quad (1)$$

(x: 変位 p_0 : 外力振幅 ω : 外力の円振動数)

(1)式に無次元化パラメータを導入したものが次の(2)式となる。

$$\frac{d^2 X}{d\tau^2} + F(X, \dot{X}) = P_0 \cos \eta \tau \quad (2)$$

$\left(\begin{array}{l} X = x/x_s, X_0 = x_0/x_s, \omega_s^2 = F_s/(x_s \cdot m) \\ \eta = \omega/\omega_s, \tau = \omega_s t, P_0 = p_0/F_s, k_s = F_s/x_s \end{array} \right)$
 $F(X, \dot{X})$: 無次元化した復元力
 x_s, F_s : 線形領域における変位と荷重
 ω_s : 線形領域における固有振動数
 x_0 : 変位振幅

(2)式の定常応答解を平均法を使って求めると次式となる。

$$[S(X_0, \eta)]^2 + [C(X_0, \eta) - \eta^2]^2 = \frac{P_0^2}{X_0^2} \quad (3)$$

ここで、 $S(X_0, \eta)$, $C(X_0, \eta)$ は次の(7), (8)式による。

(2)式を等価な線形振動系に置換すると次式となる。

$$\frac{d^2 X}{d\tau^2} + 2H_{eq} \frac{dX}{d\tau} + K_{eq} X = P_0 \cos \eta \tau \quad (4)$$

上式は線形であるから、(3)式と同様に次式で表される。

$$[-2H_{eq}\eta]^2 + [K_{eq} - \eta^2]^2 = \frac{P_0^2}{X_0^2} \quad (5)$$

(4)式が(2)式の履歴系と振動特性が一致するための条件は(3)式と(5)式が恒等的に等しいことであるから、等価ばね定数、等価減衰係数を求めれば次式で表される。

$$K_{eq} = C(X_0, \eta), \quad H_{eq} = -\frac{S(X_0, \eta)}{2\eta} \quad (6)$$

$$S(X_0, \eta) = -\frac{1}{\pi} \left(\frac{1}{X_0} \right)^2 A(X_0, \eta) \quad (7)$$

$$C(X_0, \eta) = \frac{2}{\pi} \left(\frac{1}{X_0} \right)^2 \int_0^{X_0} P(X) R(X, \eta) dX \quad (8)$$

$A(X_0, \eta)$: 変位振幅 X_0 に対応する履歴曲線の囲む面積

$P(X)$: $X/\sqrt{X_0^2 - X^2}$

$R(X, \eta)$: 各変位での加力線と減力線を加えた曲線 (和曲線)

$A(X_0, \eta), R(X, \eta)$ を算定するための履歴曲線の基本モデルとしてべき関数型復元力モデルを適用する。(図1, 2)その基本式は,

$$\text{骨曲線: } F(X, \eta) = kX^\alpha \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \text{加力線: } F(X, \eta) &= \pm 2k \left[\frac{1}{2}(X_0 \pm X) \right]^\alpha \mp kX_0^\alpha \\ \text{減力線: } F(X, \eta) &= \pm 2k \left[\frac{1}{2}(X_0 \pm X) \right]^\alpha \mp kX_0^\alpha \end{aligned} \quad (10)$$

この復元力モデルに対して履歴曲線の囲む面積 $A(X_0, \eta)$ は次のように計算でき

$$\begin{aligned} \text{る. } A(X_0, \eta) &= \int_{-X_0}^{X_0} \{F(X, \eta)_{\text{加力線}} - F(X, \eta)_{\text{減力線}}\} dX \\ &= 4k \frac{1-\alpha}{1+\alpha} X_0^{\alpha+1} \end{aligned} \quad (11)$$

加力線と減力線を加えた和曲線 $R(X_0, \eta)$ は,

$$R(X_0, \eta) = 2k \left[\left\{ \frac{1}{2}(X_0 + X) \right\}^\alpha - \left\{ \frac{1}{2}(X_0 - X) \right\}^\alpha \right] \quad (12)$$

ゆえに(11), (12)式から $S(X_0, \eta), C(X_0, \eta)$ が求まる。

したがって、等価減衰係数 H_{eq} ・等価ばね定数 K_{eq} も求められる。

ここで、ソフトニング型復元力モデルの骨曲線と加力線、減力線の形状パラメータ α, k は履歴曲線の囲む面積 $G_0(X_0, \eta)$ と履歴曲線の頂点を結んで得られる骨曲線 $F_0(X_0, \eta)$ を用いて次式で求めることができる。

$$\alpha(X_0, \eta) = \frac{4F_0(X_0, \eta)X_0 - G_0(X_0, \eta)}{4F_0(X_0, \eta)X_0 + G_0(X_0, \eta)} \quad (13)$$

$$k(X_0, \eta) = \frac{F_0(X_0, \eta)}{X_0^\alpha} \quad (14)$$

Table 1 Shape of test piece

	Spring A No.1 Leaf	Spring A No.2 Leaf	Spring B No.1 Leaf	Spring B No.2 Leaf
Length(mm)	1700.0	1700.0	1300.0	1300.0
Width(mm)	89.0	89.0	69.0	69.0
Thickness(mm)	27.6~14.5	29.0~14.5	19.5~10.5	20.9~11.0

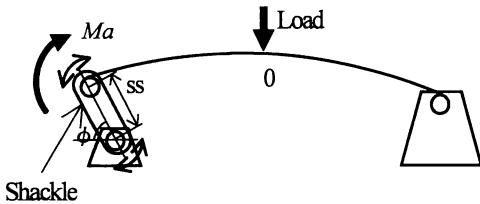


Fig.1 Load which affects the spring

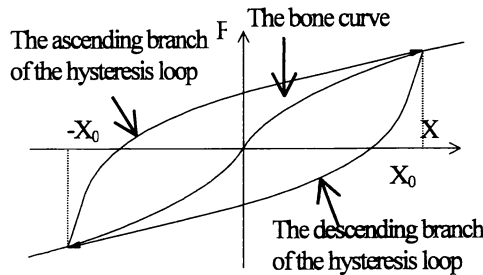


Fig.2 Restoring force model of power function type

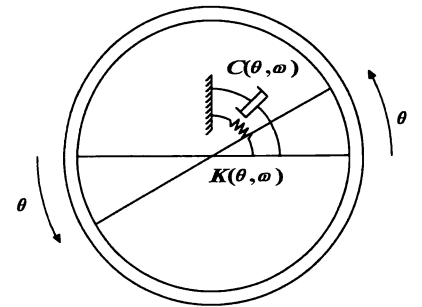


Fig.3 Steering Vibration Model

すなわち形状パラメータ α, k が求まれば H_{eq}, K_{eq} が定まり、減衰特性 $C(x_0, \omega)$, ばね特性 $K(x_0, \omega)$ を次式で求めることができる。

$$C(x_0, \omega) = \frac{2F_s}{\omega_s \cdot X_s} \cdot H_{eq} \quad (15)$$

$$K(x_0, \omega) = k_s \cdot K_{eq} \quad (16)$$

これらの C, K を用いて(1)式を逐次以下の等価線形系の(1)式に置き換えながら非線形系の応答計算を行うことができる。(図4～図9)

$$m\ddot{x} + C(x_0, \omega_0)\dot{x} + K(x_0, \omega_0)x = p_0 \cos \omega t \quad (1)$$

3. べき関数型復元力モデルを用いた等価線形系によるステアリングの運動モデルによる解析手法

一般に強制外力が作用するばね質点系の運動方程式は、(図3)

$$I\ddot{\theta} + m(\theta, \dot{\theta}) = Q(t) \quad (17)$$

となる。ここで、 $m(\theta, \dot{\theta})$ は復元力、 $Q(t)$ は強制外力 (モーメント)、 I は慣性モーメント、 θ は角度を示す。また、強制外力として $m_0 \cos \omega t$ が作用する場合、次式の運動方程式で表すことができる。

$$I\ddot{\theta} + m(\theta, \dot{\theta}) = m_0 \cos \omega t \quad (18)$$

ここで、 m_0 は操舵トルク振幅、 ω は操舵トルクの角速度、 t は時間を表す。

次式の無次元化パラメーターを導入する。

$$\left(\begin{aligned} \phi &= \frac{\theta}{\theta_s}, \quad \phi_0 = \frac{\theta_0}{\theta_s}, \quad \eta = \frac{\omega}{\omega_s}, \quad \tau = \omega_s t, \\ M_0 &= \frac{m_0}{m_s} \quad \text{ただし} \quad \omega_s^2 = \frac{m_s}{\theta_s \cdot I} \end{aligned} \right)$$

ここで、 m_s, θ_s は線形限界における操舵トルクと操舵角、 ω_s は線形領域における固有振動数、 θ_0 は操舵角度を示す。

この無次元化パラメーターを導入し、復元力関数 $m(\theta, \dot{\theta})$ を角速度で無次元化し、 ϕ' は τ に関する微分を示すと、式(18)の運動方程式は次の式(19)で表すことができる。

$$\frac{d^2 \phi}{d\tau^2} + M(\phi, \phi') = M_0 \cos \eta \tau \quad (19)$$

ここで、 $A(\phi_0, \eta), R(\phi_0, \eta)$ を算定するための履歴曲線の基本モデルとして、べき関数型復元力モデルを適用する。その基本式は次式で表すことができる。

$$\left. \begin{aligned} \text{骨曲線} \quad M(\phi, \eta) &= k\phi^\alpha \\ \text{加力線} \quad M(\phi, \eta) &= 2k\left[\frac{1}{2}(\phi_0 + \phi)\right]^\alpha - k\phi_0^\alpha \\ \text{減力線} \quad M(\phi, \eta) &= -2k\left[\frac{1}{2}(\phi_0 - \phi)\right]^\alpha + k\phi_0^\alpha \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

ただし、 α, k は ϕ_0 と η の関数である。(図10～図13)

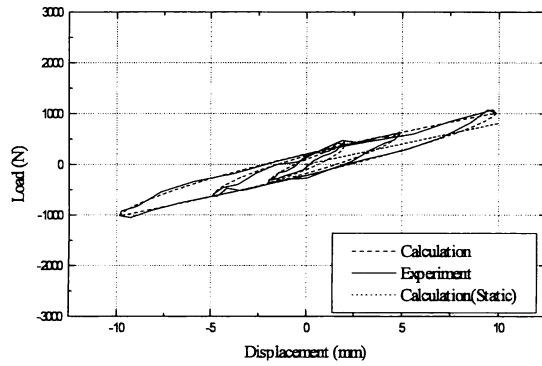


Fig.4 Dynamic hysteresis loop
(One leaf of spring A of shackle hold 1Hz)

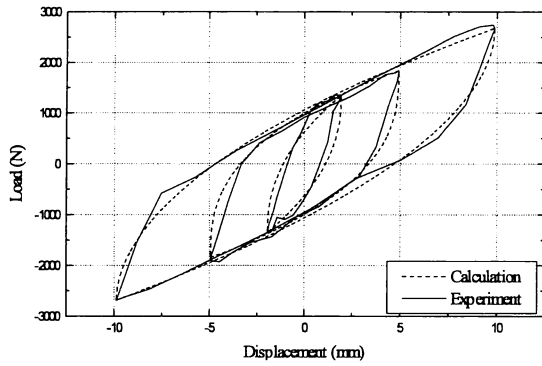


Fig.5 Dynamic hysteresis loop
(Two leaves of spring A of shackle hold 1Hz)

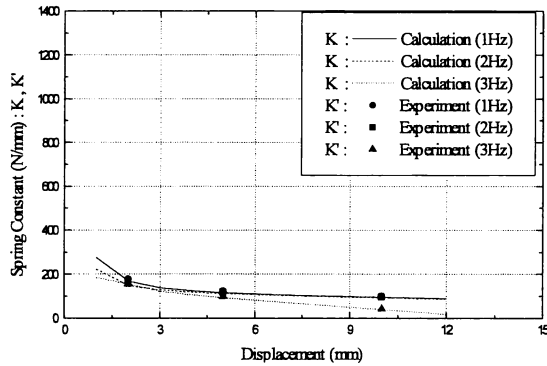


Fig.6 Spring constant dependent on amplitude
(One leaf of spring A of shackle hold)

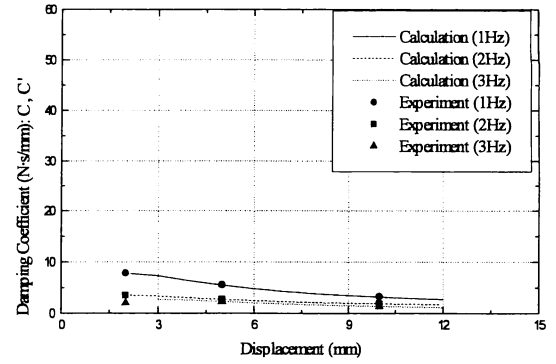


Fig.7 Damping coefficient dependent on amplitude
(One leaf of spring A of shackle hold)

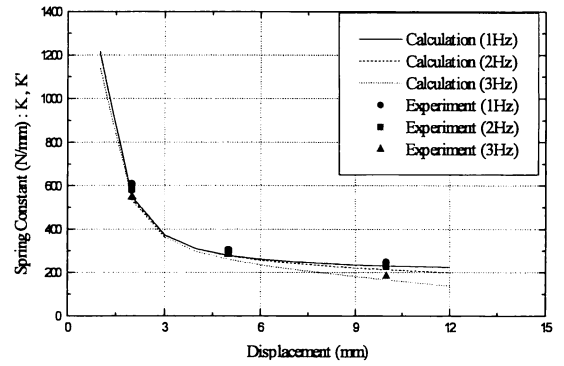


Fig.8 Spring constant dependent on amplitude
(Two leaves of spring A of shackle hold)

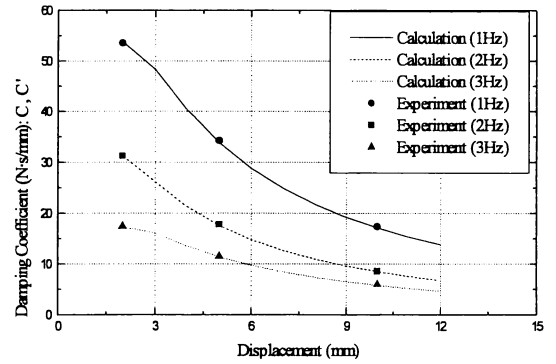


Fig.9 Damping coefficient dependent on amplitude
(Two leaves of spring A of shackle hold)

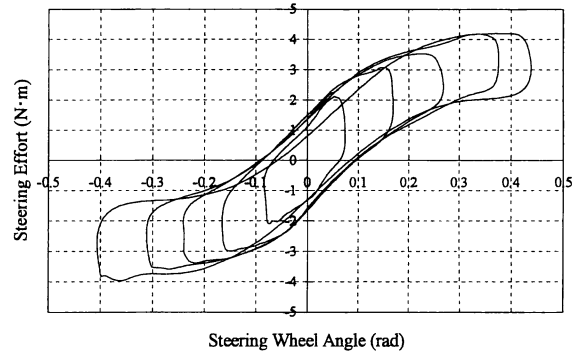


Fig.10 Steering Wheel Angle-Steering Effort
Hysteresis Curves at 0.5Hz (Vehicle A)

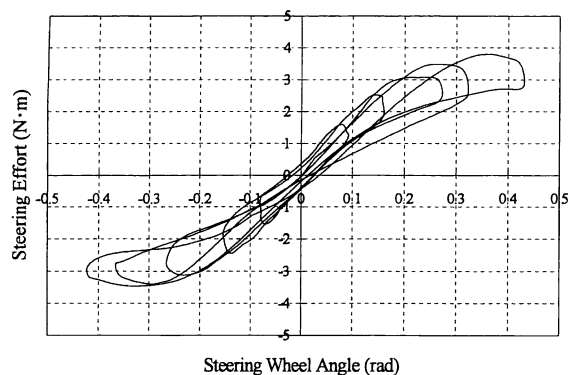


Fig. 11 Steering Wheel Angle-Steering Effort Hysteresis Curves at 0.5Hz (Vehicle B)

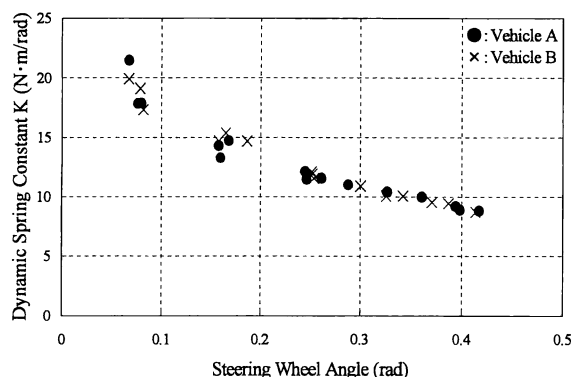


Fig. 12 Dynamic Spring Constant at 0.5Hz

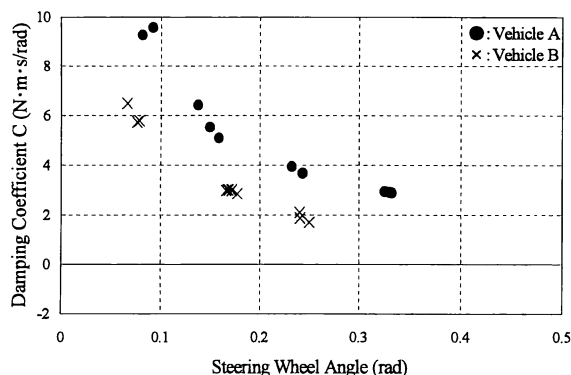


Fig. 13 Damping Coefficient at 0.25Hz

4. 結論

4.1. 車両用サスペンションバネの振動特性

本論では動的加力試験による履歴曲線からべき関数型履歴復元力モデルを用いて振動特性を解析し、周波数と振幅に依存した減衰特性・ばね特性を得ることが出来た。本手法の妥当性を実験値との比較により確かめることが出来た。

- 1) シャックル支持の1枚ばねとローラー支持の2枚ばねの解析結果から、簡単な梁理論と荷重分担の条件によるたわみの解析結果は、実験結果と一致し、静的解析手法が有効であることを示している。

- 2) 1枚ばね・2枚ばねの振動特性について、ばね定数は振幅の依存性が大きく、減衰係数は振幅依存性と周波数依存性があり2枚ばねはその特性が顕著に表れることがわかった。
- 3) べき関数型復元力モデルの履歴の形状の特徴を示す α, k は変位振幅 X_0 と周波数 η の関数で表わすことが出来た。その力-変位関係を示す履歴曲線の形状は、変位振幅と周波数に依存しているにも関わらず、本論の解析モデルによる値と実験値とがよく対応した形を示すことが出来た。
- 4) 本研究で用いたべき関数型履歴モデルによる解析手法により、変位振幅と周波数に依存する板ばねの振動特性（減衰・剛性）を精度良く求めることが出来るようになった。

これらの手法をもとに今後は非線形ばねを用いた車両の振動応答解析(等価系又は履歴系解析手法)が可能となり、車両の振動応答を制御することも可能となる。さらに、必要な減衰とばねをあらかじめ選択し運動性能の良い車両を製造することが可能となる。

4.2. ステアフィール解析

本論文では、車両走行時のステアリングホイール上の操舵角-操舵トルクヒステリシスカーブの測定値から転舵周波数依存でのステアリング系の非線形振動特性（ばね定数、減衰係数）を求める手法として、べき関数型復元力モデルを用いた等価線形系解析手法を示し、その手法を用いてステアフィールの異なる車両を解析した。その結果次のことが明らかになった。

- 1) 本解析手法により、転舵周波数および操舵角に大きく依存するステアリング系の非線形振動特性を求めることができた。

- 2) 本解析手法を用いて解析した結果から、従来手法では困難であった操舵力特性の非線形性を定量的に把握することが可能になり、ステアフィールの違う車両特性を明確に比較及び表現ができた。

以上より、ステアフィールを定量的に解析する手法として新たな解析手法が提案できた。

これらの研究結果をふまえて、次の段階で本手法を用いて車両の新たな数理モデルによる応答解析を行い、より良いステアフィールの追究が可能となった。

6. 参考文献

- 1) 見坐地一人, 徳永裕之, 清水康夫, 魚井玲, 柴田耕一: べき関数型復元力モデルを用いた等価線形系解析手法によるステアフィール評価, 機論 C, 70-697, (2004-9), P. 129-136
- 2) 及川貴俊, 村松一浩, 甲斐和憲, 初山富士男, 柴田耕一: 車両用サスペンションばねの振動特性に関する研究, 機論 C, 71-701, (2005-1), P. 145-151