

相互作用力による自己推進粒子の集団特性に関する研究

日大生産工 ○池内 祐太 日大生産工 野々村 真規子

1 まえがき

Boidモデルとは鳥の群れを「衝突回避」「整列」「接近」の3つのルールに従って動くモデルだ。自己推進粒子はこのBoidモデルの一種で、自身の内部方針に従って動く粒子のことで自己駆動粒子とも呼ばれる。この粒子を用いたモデルは開発者からVicsekモデルと呼ばれ、動物の群れや細胞、細菌、人や車を粒子として表現しシミュレーションすることができる。

D'Orsognaらは、粒子間相互作用をモースポテンシャルとして数値計算することで、ポテンシャルのパラメータによって粒子の集団性が変化することを報告している¹⁾。粒子間相互作用を別の形にしたときに、集団性がどのように変化するかを調べるために、モースポテンシャルと同じような特徴をもつレナード=ジョーンズ・ポテンシャルを用いて、自己推進粒子は集団性の違いを数値的に研究を行った。

2 実験方法

文献[1]で用いられる運動方程式は次のとおりである。

$$\frac{\partial \vec{x}_i}{\partial t} = \vec{v}_i \quad (1)$$

$$m \frac{\partial \vec{v}_i}{\partial t} = (\alpha - \beta |\vec{v}_i|^2) \vec{v}_i - \vec{\nabla}_i U(\vec{x}_i) \quad (2)$$

$$U(\vec{x}_i) = \sum_{j \neq i} W(|\vec{x}_i - \vec{x}_j|) \quad (3)$$

ここで、第*i*番目の粒子の位置と速度ベクトルをそれぞれ \vec{x}_i と \vec{v}_i とした。式(2)からわかるように、 α, β を変えると粒子の速度が変化する。式(3)の $W(r)$ はモースポテンシャルで、

$$W(r) = C_r e^{-r/l_r} - C_a e^{-r/l_a} \quad (4)$$

である。ここで、 C_r, l_r, C_a, l_a は定数である。

本研究ではこのポテンシャルを次のレナード=ジョーンズ・ポテンシャルとして数値計算を行った。

$$W(r) = 4\epsilon \left[\left(\frac{\sigma}{r} \right)^{12} - \left(\frac{\sigma}{r} \right)^6 \right] \quad (5)$$

ここで、 m, α, β は正の定数、 ϵ はポテンシャルの最小値、 σ は衝突直径を表すパラメータである。

p と q は斥力項と引力項の次数で、 $p=12, q=6$ の(12,6)ポテンシャルがレナード=ジョーンズ・ポテンシャルの代表例としてよく用いられる。本研究でもこの(12,6)ポテンシャルを用いることにした。レナード=ジョーンズ・ポテンシャルは $\sigma = r$ のときに0となる。図1はモースポテンシャル、図2はレナード=ジョーンズ・ポテンシャルのグラフをそれぞれ示す。

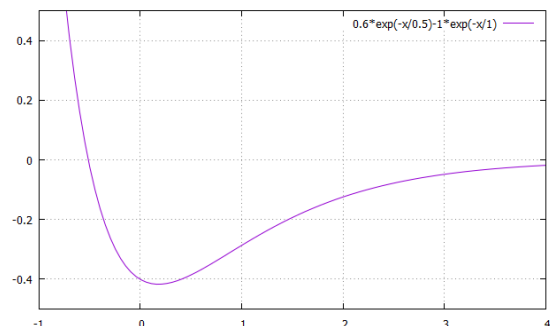


図1 モースポテンシャル

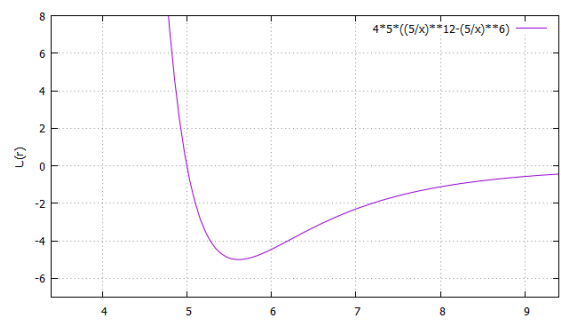


図2 レナード=ジョーンズ・ポテンシャル

シミュレーションでは、定数を $m = 1.0, \alpha = 1.0, \beta = 0.5$ 、初期速度は0とした。自己推進粒子は三角形で表示し、進行方向を表す。 σ と ϵ を変化させた場合、粒子はどのように動くのか実験した。

4 実験結果

ここでは $\sigma = 10$ と固定して、 ϵ を変えた時の数値計算結果を紹介する。図3、図4、図5は

それぞれ $\varepsilon = 15$ 、 $\varepsilon = 5$ 、 $\varepsilon = 1$ とした結果である。左のパネルから100dt後の結果を右のパネルに示している。

図3と図4から、 $\varepsilon = 15$ とした場合と $\varepsilon = 5$ とした場合は、粒子は小規模な集団を形成することがわかる。小規模集団は2~10個程度の粒子で構成されており、集団の中心に誘引され、粒子同士が接近すると斥力により離れるという、付かず離れずの動きを繰り返していた。粒子数を増やすと小規模集団の構成粒子数は増えるが、より大きな集団を構成しようとはしなかった。

図5は $\varepsilon = 1$ の結果である。 ε を小さくしすぎると集団的な動きは見られず、粒子はバラバラに動くようになることがわかる。

図6と図7に、集団的な動きをする場合($\varepsilon = 5, \sigma = 10$)とバラバラに動く場合($\varepsilon = 1, \sigma = 10$)のポテンシャルのグラフを示す。図6と図7を比較すると、図6のほうがより遠方まで引力相互作用が効いていることがわかる。

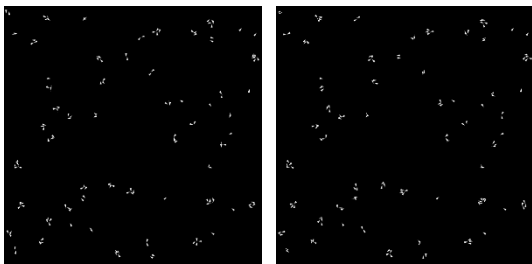


図3 $\varepsilon = 15 \sigma = 10$

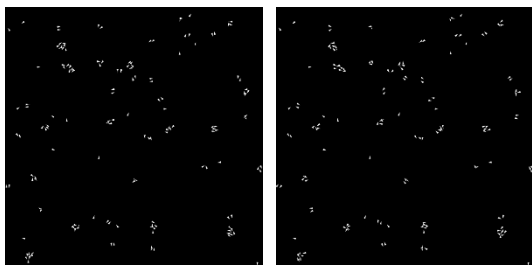


図4 $\varepsilon = 5.0 \sigma = 10$

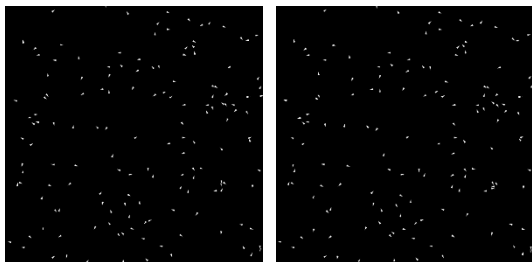


図5 $\varepsilon = 1.0 \sigma = 10$

5 まとめ

数値計算により、集団的な振る舞いには、 ε の値をある程度大きくとる必要があることがわかった。モースポテンシャルの場合と異なり、他の粒子と付かず離れずの動きをすることが、レナード=ジョーンズ・ポテンシャルを用いた場合の特徴といえる。

ここでは σ を10に固定して、 ε の値と集団的なふるまいの関係を調べた数値計算を紹介した。学術講演では、 ε と σ の値で振る舞いを変えるかを表した相図を見つけ、発表したいと考えている。

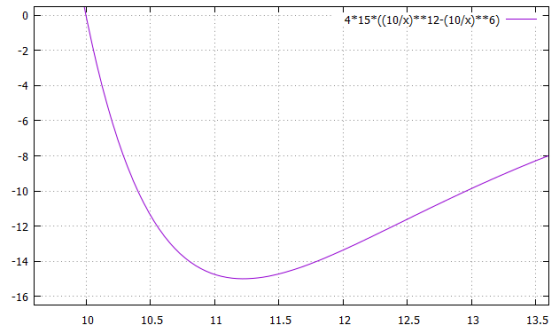


図6 $\varepsilon = 15 \sigma = 10$ でのポテンシャル

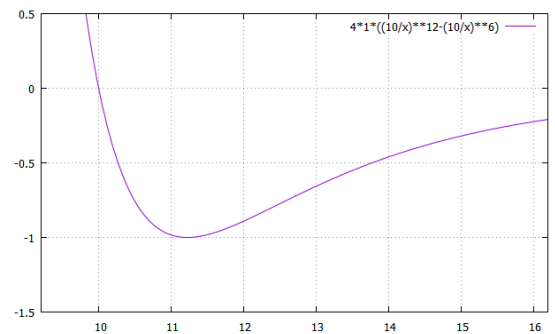


図7 $\varepsilon = 1 \sigma = 10$ でのポテンシャル

「参考文献」

- 1) M. R. D'Orsogna, Y. L. Chuang, A. L. Brtozsi, L. S. Chayes, "Self-Propelled Particles with Soft-Core Interactions: Patterns, Stability and Collapse", Phys. Rev. Lett., 96 104302 (2006).