

## 空間移動を考慮したマラリア伝搬の数値シミュレーション

日大生産工 (学部)      ○根本隆志      日大生産工 (卒業生)      藤野陽平  
日大生産工 (卒業生)      久保井一明      日大生産工      野々村真規子

## 1 はじめに

マラリアはマラリア原虫による感染症で、蚊によって媒介されることで知られる。主に熱帯・亜熱帯地域で流行し毎年多くの死者をだしており、マラリアがどのように伝搬するかを知ることは医学的にも非常に重要である。

マラリア伝搬を表すモデルとして有名なのは、Ross モデル(RR)と Macdonald モデル(MC)と Anderson and May モデル (AM) の3つである [1]。RR は人と蚊の感染率の時間変化を常微分方程式で表したモデルで、それに蚊の潜伏状態を取り入れたのが MC である。AM は MC に人の潜伏状態も取り入れたモデルである。

藤野と久保井らは、粒子のランダムウォークする粒子を蚊や人に見立て、感染した人と未感染の蚊が接触した場合と未感染の人と感染した蚊が接触した場合での感染を考えた数値計算を行なっている[2][3]。その結果、潜伏期間を全く考慮しない場合は RR の結果に相当する結果を、蚊のみの潜伏を考えた場合は MC の結果に相当する結果を得ることができている。しかしながら、人と蚊の両方で潜伏期間を考えた場合は、同じ状況を考えているはずの AM では見られない時間的な振動が起こった [3]。

そこで本研究では、久保井らの結果を検証するために、RR と MC と AM の3つの常微分方程式のモデルに、空間拡散項を追加した偏微分方程式の拡散モデルを考え、空間的な感染の広がり、時間的な感染者数の変化にどのような影響を与えるかを数値的に調べた。

## 2 マラリアの伝播数理モデル

まず、マラリアの伝播数理モデルとして有名なRRとMCとAMを紹介する[1]。RRでは感染している人の割合を  $I_h$ 、感染している蚊の割

合を  $I_m$  とし、それぞれの時間変化を以下の常微分方程式で表す。

$$\frac{dI_h}{dt} = abmI_m(1-I_h) - rI_h \quad (1)$$

$$\frac{dI_m}{dt} = acI_h(1-I_m) - \mu_2 I_m \quad (2)$$

ここで、 $a$  は人が蚊に刺される確率、 $b$  は蚊に刺された時に人が感染する確率、 $c$  は感染しやすい蚊の割合、 $m$  は1人あたりのメスの蚊の比、 $r$  は人の回復力、 $\mu_2$  は蚊の死亡率を表している。

MCは、RRに潜伏期間中の蚊  $E_m$  を加えた場合で、以下の常微分方程式で表される。

$$\begin{aligned} \frac{dE_m}{dt} = & acI_h(1-E_m-I_m) \\ & - acI_h(t-\tau_m)[1-E_m(t-\tau_m) \\ & - I_m(t-\tau_m)]e^{-\mu_2\tau_m} - \mu_2 E_m \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \frac{dI_m}{dt} = & acI_h(t-\tau_m)[1-E_m(t-\tau_m) \\ & - I_m(t-\tau_m)]e^{-\mu_2\tau_m} - \mu_2 I_m \end{aligned} \quad (4)$$

ここで  $\tau_m$  は蚊の潜伏期間を表している。

MCに潜伏期間中の人の割合  $E_m$  を加えたものがAMで、以下の常微分方程式で表される。

$$\begin{aligned} \frac{dE_h(t)}{dt} = & abmI_m(t)(1-E_h(t)-I_h(t)) \\ & - abmI_m(t-\tau_h)[1-E_h(t-\tau_h) \\ & - I_h(t-\tau_h)]e^{-(r+\mu_1)\tau_h} \\ & - rE_h(t) - \mu_1 E_h(t) \end{aligned} \quad (5)$$

---

Numerical simulation of malaria propagation considering spatial distribution

Takashi NEMOTO, Youhei FUJINO, Kazuaki KUBOI, Makiko NONOMURA

$$\frac{dI_h(t)}{dt} = abmI_m(t - \tau_h)[1 - E_h(t - \tau_h) - I_h(t - \tau_h)]e^{-(r+\mu_1)\tau_h} - rI_h(t) - \mu_1E_h(t) \quad (6)$$

$$\frac{dE_m(t)}{dt} = acI_h(t)[1 - E_m(t) - I_m(t) - acI_h(t - \tau_m)[1 - E_m(t - \tau_m) - I_m(t - \tau_m)]e^{-\mu_2\tau_m} - \mu_2E_m(t) \quad (7)$$

$$\frac{dI_m(t)}{dt} = acI_h(t - \tau_m)[1 - E_m(t - \tau_m) - I_m(t - \tau_m)]e^{-\mu_2\tau_m} - \mu_2I_m(t) \quad (8)$$

ここで  $\tau_h$  は人の潜伏期間を、 $\mu_1$  は人の死亡率を表している。

### 3 ランダムウォークモデル

図1は久保井らが行った数値計算結果である。右はRR(青)、MC(緑)、AM(オレンジ)の結果で、左はそれぞれに対応するランダムウォークモデルの結果である。オレンジの曲線で表されている蚊と人の両方に潜伏状態を入れている時の感染率の時間変化が右と左の図で大きく異なることがわかる。

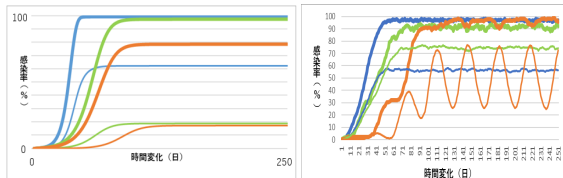


図1：ランダムウォークモデルの結果 (文献[3]からの抜粋)

### 4 拡散モデル

本研究では、RRとMCとAMに拡散項を追加した拡散モデルの数値計算を行った。図2はMCの式(1)(3)(4)に拡散項を追加したMC拡散モデルの結果である。システムサイズは  $500 \times 500$ 、時間刻みは0.1とした。左からそれぞれ  $I_h$  (赤)、 $E_m$  (緑)、 $I_m$  (黄色)の空間分布を示す。右端の図は、各時刻での  $I_h$  (赤)、 $E_m$  (緑)、 $I_m$  (黄色)の空間変化を表している。 $I_h$ の値が最も大きな値をとることがわかる。

### 5 まとめ

ここでは、MC拡散モデルの結果を紹介した。ポスターではAM拡散モデルの結果とランダムウォークモデルの結果を比較し、空間的な広がりや時間的な感染率の変化に与える影響について議論する。

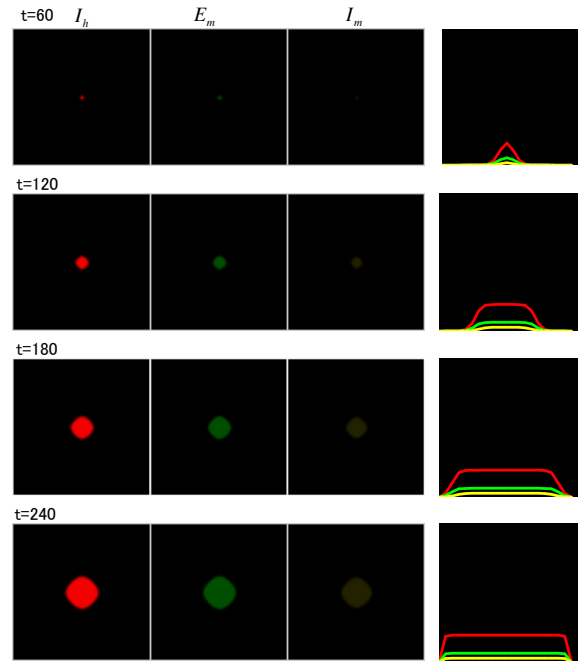


図2：拡散モデルの数値計算結果

#### 「参考文献」

- [1] Sandip Mandal, Ram Rup Sarkar and Somdatta Shinda : Mathematical models of malaria – a review, Malaria Journal, vol.10, 202, 2011.
- [2] 藤野陽平, ”蚊を媒介とした感染症の伝搬数理モデル”, 平成26年度卒業論文.
- [3] 久保井一明, ”昆虫媒介感染の伝搬数理モデル”, 平成28年度卒業論文.