

有限要素法による青銅製ガムラン用鍵盤の3次元固有値解析 —その4 音板を削ることによる固有値の変化—

日大生産工(院) ○原澤 悠 日大生産工 塩川 博義
日大生産工 豊谷 純

1 はじめに

本研究では、既報^{1),2)}に続き、インドネシア・バリ島における民族楽器ガムランの青銅製音板に対して、その形状と音響特性との関係を明らかにする事を目的としている。

ガムランの音板は音階に応じて厚みや音板の長さ、また断面形状も台形のものから丸くかまぼこ型になるものなど様々な形状のものが存在する。さらに、ガムランの音板は西洋の鉄琴などの音板と違い長手方向に直線ではなく、山なりに反った独特の形状をしているという特徴がある。既報²⁾において、ガムランの台形型の断面形状が長方形断面形状のものよりも固有値を高めるということを明らかにした。また、前報¹⁾において、反りを付けることにより固有値が高くなることを明らかにした。

屋外で演奏されるガムランは、大きな特徴として、鍵盤楽器は2台一組を成しており、それらの対の鍵盤が音の高さをお互いに少しずらしてうなりが生じるように調律されている。このうなりを発生させるために、ガムランの調律師は、音板の裏側を削ることにより調律を行うことが知られている。固有値を高める際には音板の端部を、固有値を下げる際には音板の中央部分を削ることにより調律を行っている。しかしこの調律は、調律師の経験と能力任せであり、具体的に音板の削る個所や、削る量による固有値の変化は、今まで検証されてきていない。そこで、本報では、このガムラン特有の音板を削ることによる固有値の影響を検証する。



Fig.1 異なる音高の音板

2 解析モデルの作成

まず、本報で検証する解析モデルを Fig.1 及び Table.1 に示すような3種類の基本周波数の異なる音板を元に、Fig.2 に示すような3Dモデルを複数個作成し、3次元有限要素解析を行う。そして、3種類の基本周波数の異なる音板のモデルにおいて、ANSYS による有限要素解析を行う際に、境界条件としてモデルを固定するための穴を長手方向の長さ 1/4 の地点と 3/4 の地点の所に設定し作成を行う。その後、Fig.3 に示すように中音の音板の両端部を長手方向に 10mm 幅ずつ、中央部を 10mm 幅で 0.1mm ずつ削ったモデルを作成する。この時、両端部を 10mm 幅で削ると長手方向における削る長さの割合は約 10%であり、中央を 10mm 幅で削ると長手方向における削る長さの割合は約 5%である。長手方向における削る長さの割合が同じであれば、長さが違う音板であっても固有値の変化量は同じになるのではないかと予測し、Fig.4 に示すように、高音の音板は両端部を削る場合は 8.5mm 幅で削り、中央部を削る場合は 8.6mm 幅で削る。低音の音板は、Fig.5 に示すように、両端部を削る場合は 12.6mm 幅で削り、中央部を削る場合は、12.6mm 幅で削る。モデルはすべて 0.1mm ずつ削っていき、削る深さが 2mm になるまで行う。中音の音板のみ両端部を削る場合との比較を行うため端部片方 10mm 幅で削ったモデルを用意する。

3 基礎方程式

本報では、有限要素法でモード解析を行い、様々な形状のガムラン用音板の固有値を算出する。ガムラン用音板も青銅で造られた連続体であり、他の固有値解析と同様に次式から求める事が出来る。 ρ は密度、 A は断面積、 E はヤング率、 l は音板の長さ、たわみの変位 γ とする。

Three-Dimensional Eigenvalues Analysis by Finite Element Method of Keyboard for Gamelan
Eigenvalues Change
- by Sharpen of The Sound Board, -
Yu HARASAWA, Hiroyoshi SHIOKAWA, and Jun TOYOTANI.

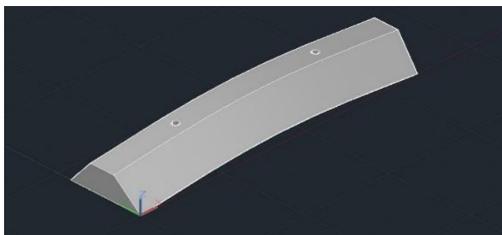
$$\rho A \frac{\partial^2 \gamma}{\partial t^2} + EI \frac{\partial^4 \gamma}{\partial x^4} = 0 \quad (1)$$

4 境界条件と数値計算法

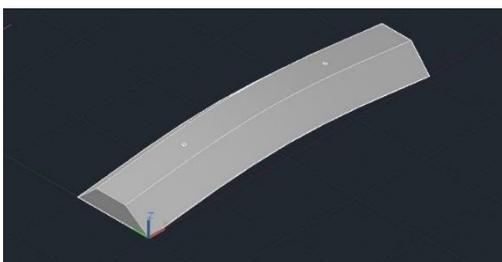
境界条件は Fig.6 に示すように音板の最下部分の節点を固定した。既報¹⁾と同様に本報でも全自由度とする。3次元のメッシュ分割はデータ作成が非常に煩雑になるために、有限要素計算には、著名な ANSYS を用いて、要素分割と数値解析、結果表示を行う。

Table 1 各音板の実物時の寸法(mm)

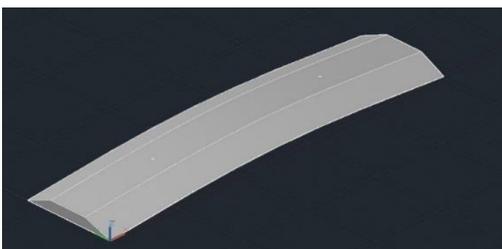
	高音	中音	低音
長手方向	169.0	204.0	252.0
短手方向	42.0	51.0	62.0
厚さ	18.0	14.0	9.5
反り高さ	7.0	9.5	10.5
固定穴 1(1/4)	42.3	51.0	63.0
固定穴 2(3/4)	126.8	153.0	189.0



(a)高音の音板

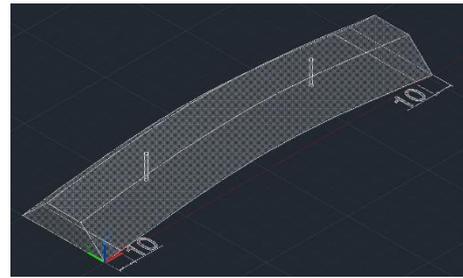


(b)中音の音板

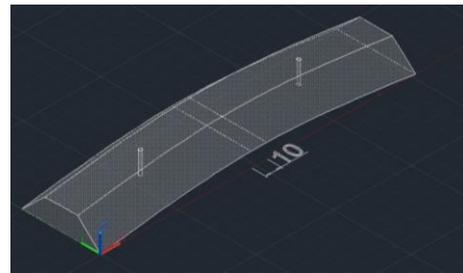


(c)低音の音板

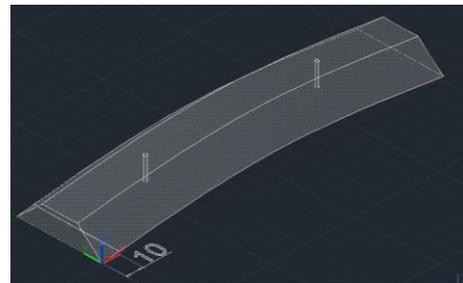
Fig.2 各基本周波数の音板の 3D モデル



両端 10mm

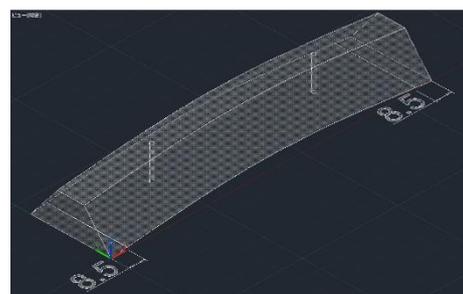


中央 10mm

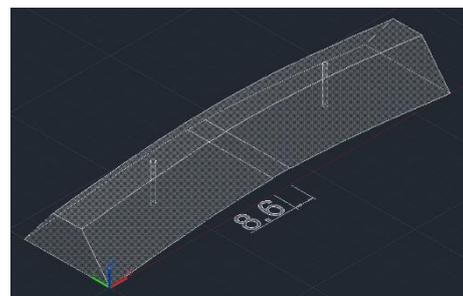


片方 10mm

Fig.3 中音の音板

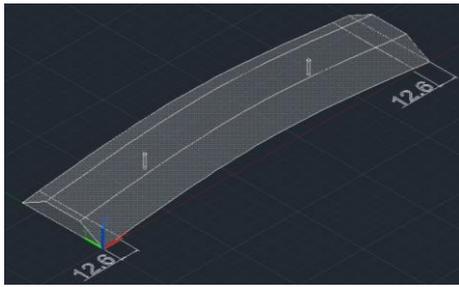


両端 8.5mm

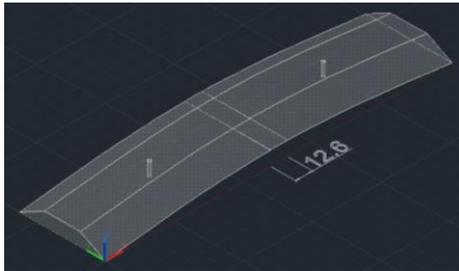


中央 8.6mm

Fig.4 高音の音板



両端 12.8mm



中央 12.8mm

Fig.5 低音の音板

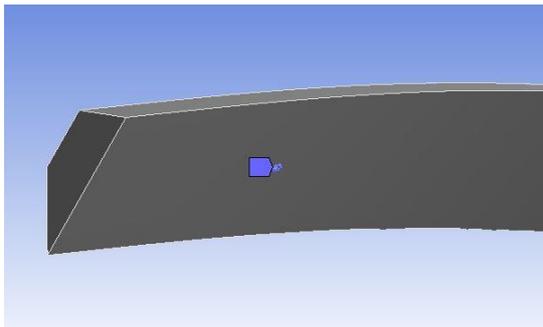


Fig.6 モデルの固定位置

5 数値計算例

前報¹⁾において、3Dモデルを有限要素法によるモード解析を行うと2次モードにおいて、実験値解析値が近似することを確認している。しかし、本報では計算に用いる材料データを見直し、実物の音板から蛍光X線分析を用いて得られたデータを新たに用いて計算を行った。以下に中音域音板の基本形状における計算に用いた緒元を表記する。

ポアソン比：0.35

ヤング率： 8.0×10^{10}

密度：8400.0 kg/m³

要素形状：3次元六面体1次要素

節点数：217276 要素数：48510

3つの音域の違う音板の基本形状のモデリングを上記の緒元に基づき行い、ANSYSによる固有値の解析結果と実験値の誤差をTable 2に

Table 2 固有値解析値における実験値との相対誤差(Hz)

	高音	中音	低音
実験値	2296.0	1126.0	558.0
解析値	2210.2	1169.8	594.0
誤差	4%	-4%	-6%

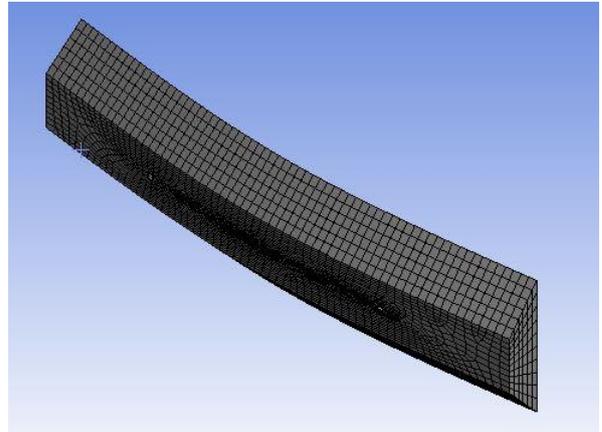


Fig.7 要素分割図

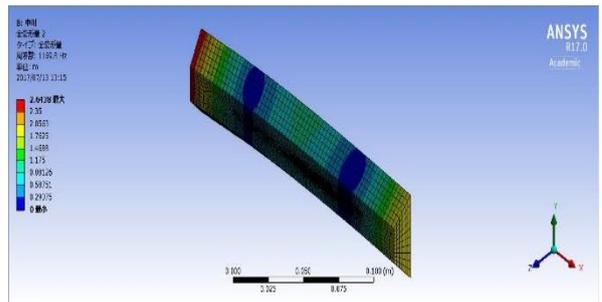


Fig.8 実物モデルの中音域音板

示す。これらにより固有値解析結果と実験値がほぼ一致したため上記のポアソン比、ヤング率、密度、要素形状の緒元を用いてモデルの解析を行う。

6 数値計算結果及び考察

6.1 数値解析結果についての考察

各音板の裏側を削った際の固有値解析の結果をFig.9に示す。実線が解析した結果であり、点線がそれらの回帰直線である。結果は変化の割合が比べ安いように0.1mm削ったものを変化0となるようにすべて調整をしている。グラフに示す通り3つの音域の違う音板すべてにおいて、音板の端部を削ると固有値が上がり、中央部を削ると固有値が下がる事が確認できる。以下中音域の音板を例にとると、回帰直線から

音板両端部を削る場合、10Hz 固有値を上げるため 0.9mm の削減を要する。また、片方端部のみ削っても固有値が上昇することが確認でき、10Hz 固有値を上げるために 1.5mm の削減を要する。このことから、両端部を 10mm 幅で削るよりも片方端部を 10mm 幅で削る方が、上昇率が低いということも確認できる。中央部を削る場合では、10Hz 固有値を下げるために、1.3mm の削減を要する。

長手方向による削る長さの割合については、両端部、中央部ともに高音の音板が一番変化の割合が大きく、低音の音板が一番変化の割合が小さいことが確認できる。このことから、長手方向における削る量の長さの割合では、長さの違う音板を同様の変化量で調律することは難しいということが確認できた。

6.2 調律についての考察

Fig.9 の結果から実際に調律を行うことを考える。固有値を上げる際には端部を削ることで上げる事ができる。また、ガムランの音板は通常台座にひもで吊るされており、調律の頻繁に分解することは困難であるが、片方のみを削る場合においても固有値の上昇が確

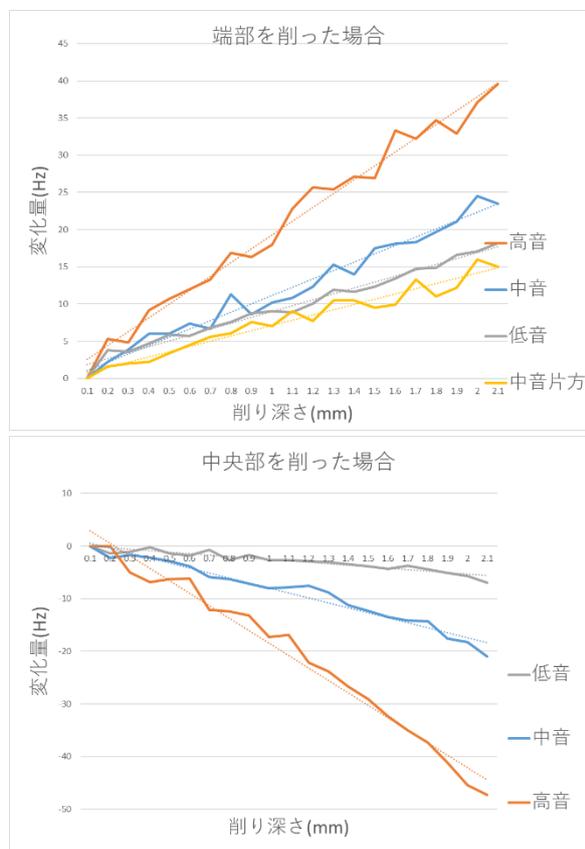


Fig.9 各音板を削ることによる固有値の変化

認できたため、小さな音高のずれにおける調律において、固有値を上げる場合に限り簡易的に調律ができると考えられる。固有値を下げる際には中央部を削ると下げることができる。

3種類すべての音板において、上げる際も下げる際も削る幅が同じであれば一定の変化量で調律をすることが可能であることが確認できる。このことから、最初に削る幅を決めておけば、その後一定の変化量で固有値が変化するため、安定した調律を行うことができると考えられる。

7 まとめ

本論では、ガムラン用音板の音板を削ることによる固有値への影響を解明するために 3D モデルを作成し、3次元有限要素法を用いてモード解析を行った。その結果、音板の端部を削ると固有値が上がり、中央部を削ると固有値が下がる事が確認できた。また、長手方向において、削る長さの割合を同じにしても変化量は異なることも確認できた。今後は、実際の音板を用いてこれらの解析結果を検証する予定である。

謝辞

本研究は、国の科学研究費補助金制度による助成（基盤研究(C)，研究代表者：塩川博義，課題名：音響解析を用いたインドネシア・バリ島のガムランの変遷，研究課題番号：17K02292，平成 29～32 年度）を受けて実施している。

参考文献

- 1) 原澤、塩川、豊谷、有限要素法による青銅製ガムラン用鍵盤の3次元固有値解析 その3、日本音響学会 2016 年秋季研究発表会公演論文集，日本音響学会，1-8-4，(2016)687-690，
- 2) 豊谷、塩川、有限要素法による青銅製ガムラン用鍵盤の3次元固有値解析 その2、日本音響学会 2013 年秋季研究発表会公演論文集，日本音響学会，2-3-10，(2013) 895-896，