

## MPS 法による液封式ポンプ内流れのシミュレーション

日大生産工(院) ○細川 裕貴 日大生産工 角田 和彦  
日大生産工 豊谷 純 (株)鶴見製作所 井上 亮志

### 1. はじめに

液封式ポンプ<sup>1)</sup> (図1参照) とは, 気体の圧送または排除に用いられる装置であり, 建設・土木分野や上・下水道分野など多岐に渡って用いられている. 液封式ポンプの性能は, 吸込量と吸入圧力からなる性能曲線によって決まるが, インペラーの形状による性能の良し悪しなどの要素が細部まで解明されておらず, どのような形状で回転させるのが最適であるのか分かっていない. また, 実際にポンプを製造して検証すると, 多大なコストがかかるためシミュレーションを用いる必要がある. シミュレーションの手法として粒子法<sup>2)</sup>と格子法がある. 格子法は計算対象の空間を格子によって分割するオイラー的手法である. 粒子法は連続体を有限個の粒子によって表すラグランジュ的手法であり, 計算格子を用いないため水が複雑に変形するような大変形問題にも対応する. 液封式ポンプは, 回転させると中心にウォーターリングと呼ばれる空気の層ができ, その層の形状は大変形するため粒子法を用いて検証する. 粒子法には MPS (Moving Particle Semi-implicit) 法<sup>2)</sup>と SPH (Smoothed Particle Hydrodynamics) 法<sup>3)</sup>があるが, 本研究では非圧縮性流れを解く MPS 法を用いる. また, 粒子法では壁境界を扱う際, 一般的に壁境界を粒子に変換して計算を行う. そのため, 壁境界において滑らかな斜面を表現する事が難しく計算結果に影響を与えてしまう. そこで, 原田らが提案したポリゴン壁境界計算モデル<sup>4)</sup>を適用する. 本手法は壁境界に粒子を用いず, ポリゴン (平面) を壁境界として用いるため滑らかな斜面を表現する事ができる. また, CAD データを読み込み境界形状として直接利用できる点から複雑境界形状のモデルも表現することができる.

そこで本研究では, 水中崩壊問題を用いてのポリゴン壁境界モデルの検証と, ポリゴン壁境界を液封式ポンプに適用し, 従来の壁境界モデルを用いた結果との比較する事を目的とする.

本来の液封式ポンプは気体と液体の2相流であるが, 今回は液体のみを対象とする.

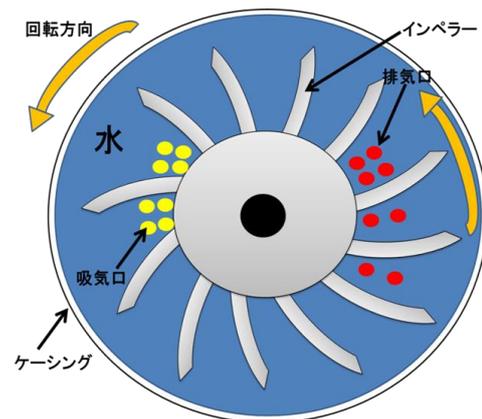


図1 液封式ポンプ構造

### 2. 支配方程式

非圧縮性流れの支配方程式は以下の式で示され, 半陰的アルゴリズムを用いて解く.

$$\frac{D\rho}{Dt} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{Du}{Dt} = -\frac{1}{\rho}\nabla P + \nu\nabla^2 u + g \quad (2)$$

式(1)は質量保存則で, 連続の式と呼ばれる. 連続の式は密度が時間に対して一定である事を意味している. 式(2)は運動量保存則で, ナビエーストークス方程式と呼ばれる.  $\nu$  は動粘性係数である. ナビエーストークス方程式の左辺は, 速度ベクトルに対するラグランジュ微分である. 右辺第1項は圧力勾配項, 第2項は粘性項, 第3項は重力項である.

Flow Simulation in Liquid Ring Pump by MPS Method

Hiroki HOSOKAWA, Kazuhiko KAKUDA, Jun TOYOTANI, Ryouji INOUE

### 3. MPS法

MPS法は粒子法の1つであり,勾配,発散,ラプラシアンといったベクトル解析の微分演算子に対してそれぞれ粒子間作用モデル(図2参照)を用意し,これらを用いて微分方程式を離散化する.重み関数 $w$ を導入し,粒子間作用モデルにはこの重み関数を利用する.本研究では解の安定性のために重み関数に対数関数を適用する<sup>5)</sup>.対数型重み関数の式を以下に示す.

$$W(r) = \begin{cases} \log \frac{r_e}{r} & (0 \leq r < r_e) \\ 0 & (r_e \leq r) \end{cases} \quad (3)$$

ここでの $r$ は粒子間距離である.したがって,式(3)の重み関数を用いると,粒子間距離がパラメータ $r_e$ より短い場合のみ粒子間で相互作用することになる.式(4)は発散モデル,式(5)はラプラシアンモデルである.式(4)の $w$ は重み関数, $n^0$ は式(6)で表す粒子数密度を表す.粒子数密度は粒子 $i$ およびその近傍粒子 $j$ の位置ベクトルをそれぞれ $r_i, r_j$ とした際,粒子 $i$ の位置における重み関数の和をとったものである.式(5)の $\lambda$ はラプラシアンモデルの係数を表す.

$$\langle \nabla \cdot u \rangle_i = \frac{2d}{n^0} \sum_{j \neq i} \left[ \frac{u_{ij} \cdot (r_j - r_i)}{|r_j - r_i|^2} (r_j - r_i) w(|r_j - r_i|) \right] \quad (4)$$

$$\langle \nabla^2 \varphi \rangle = \frac{2d}{\lambda n^0} \sum_{j \neq i} [(\varphi_j - \varphi_i) w(|r_j - r_i|)] \quad (5)$$

$$n_i = \sum_{j \neq i} w(|r_j - r_i|) \quad (6)$$

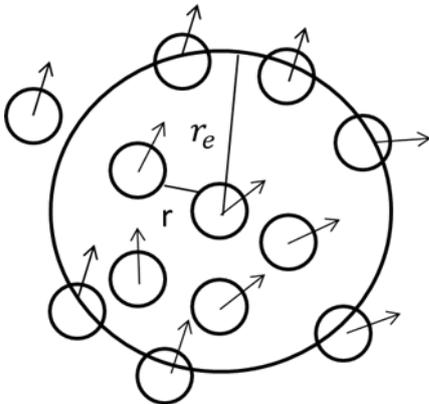


図2 粒子間作用モデル

### 4. ポリゴン型壁境界モデル

壁境界をポリゴンで表現し,そのポリゴンを用いて粒子法の境界条件を定式化する.利点として,壁粒子を圧力ポアソン方程式に組み込まず計算するため計算の高速化が可能になる点,壁境界において滑らかな斜面の表現が可能になる点が挙げられる.従来の壁粒子を用いた壁境界とポリゴン壁境界のモデル図を以下に示す.(図3参照).従来の粒子の配置によって表された壁境界は壁の形状は粒子に依存するため滑らかではない.これは見た目だけでなく計算上問題がある.例えば,壁粒子の中間に流体粒子が入っていく場合,粒子数密度の値が大きな値にならない.したがって,流体粒子を押し戻す力が働かず流体粒子が壁をすり抜けてしまう場合があり,計算の正確性が損なわれる.

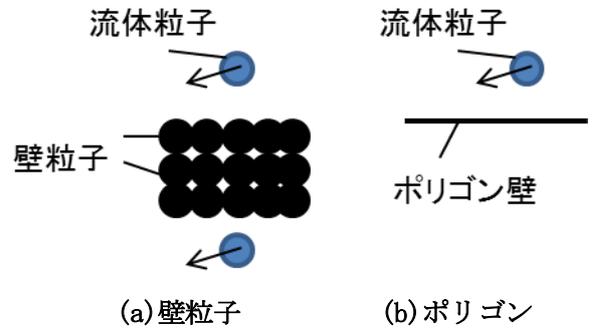


図3 壁境界の比較

ポリゴン壁境界モデルでは壁粒子を用いないために,式(6)で定義した粒子数密度,圧力,粘性の計算の際,粒子の影響範囲内に存在する壁の寄与を計算する必要がある.粒子数密度の計算式を以下に示す.式(7)のように近傍粒子に壁境界を含む場合の流体粒子 $i$ の粒子数密度 $n_i$ は,流体粒子における寄与と壁境界における寄与に分けられる.この壁境界による粒子 $i$ の粒子数密度への寄与を壁重み関数と定義し式(8)で示す.圧力,粘性においても同様に流体粒子における寄与と壁境界における寄与に分けられる.

$$n_i = \sum W(r_{ij}) \quad (7)$$

$$= \sum_{j \in \text{fluid}} W(r_{ij}) + \sum_{j \in \text{wall}} W(r_{ij})$$

$$Z(r_{iw}) = \sum_{j \in \text{wall}} W(r_{ij}) \quad (8)$$

## 5. 数値解析

### 5-1. 水中崩壊問題

ポリゴン壁境界モデルを用いて水中崩壊問題の数値解析を行う。解析結果を図4に示す。また、従来の壁粒子を用いたモデル、ポリゴン壁境界モデル、実験値<sup>6)</sup>のデータで水中先端比較を行う。水中先端比較とは、水中が崩壊した右先端の長さを時間ごとに測定したものである。実験値より若干早い移動を示したが、壁粒子モデルの結果とよく一致しており、ポリゴン壁境界モデルの計算手法の妥当性を確認できた。さらに、ポリゴン壁境界モデルは壁粒子を用いないため総粒子数が従来の半分であった。

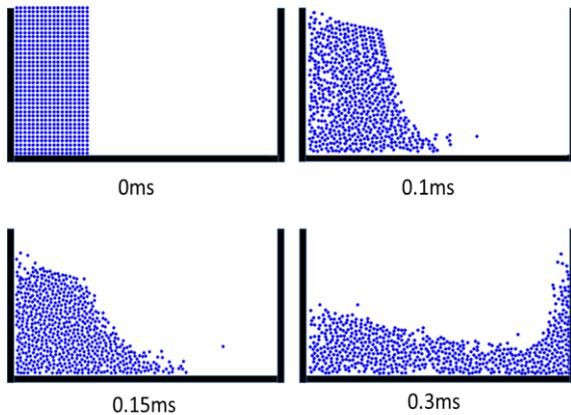


図4 ポリゴン壁境界モデルを用いた水中崩壊

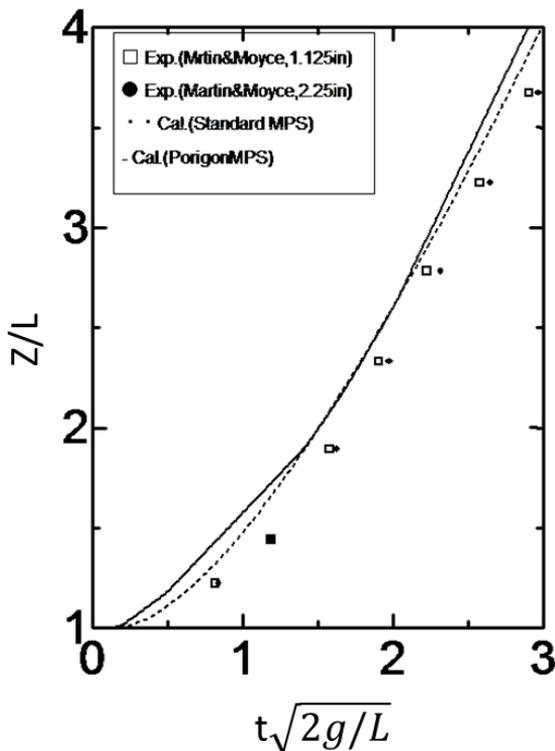


図5 先端比較

### 5-2. 液封式ポンプ

液封式ポンプの数値解析を行う。ポリゴン壁境界モデルと従来の壁粒子モデルの挙動と水粒子の速度を比較する。本研究では、液封式ポンプを数値解析する上で、ポリゴン壁境界モデル適用の初期段階として、壁重み関数を適用せず壁境界であるインペラー (CADモデルインポート) とケーシング (図1参照) のポリゴンを従来のモデルに重ね合わせた。したがって、インペラーとケーシングは滑らかな斜面を表現できるが粒子を持つ。そのため、ポリゴン壁境界モデルの利点である計算時間短縮の恩恵を受ける事ができない。

数値解析の解析条件を表1、液封式ポンプの解析モデルを図6で示す。2次元シミュレーション(a)(b)の時間変化によるポンプの挙動を図7、速度ベクトルの可視化を図8に示す。図7の(a)(b)は $t=500\text{ms}$ の時中心にウォーターリングが形成されている。図8の速度ベクトルを比較すると $t=500\text{ms}$ の時(b)のモデルでは速度ベクトルが水粒子全体に広がっているのに対し(a)のモデルでは全体に広がっていない。理由として、壁粒子モデルでは流体粒子が壁をすり抜ける場合がありインペラーが回転した際与える力が水粒子に伝わり切っていないと考える。本来液封式ポンプは速度ベクトルが水粒子全体に広がっているため(b)のモデルの方が工業分野において適していると考えられる。

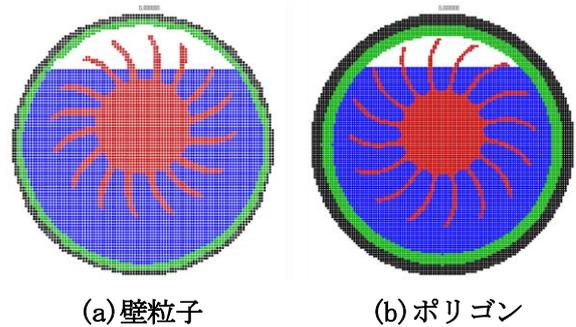


図6 解析モデル

表1 解析条件

総粒子数	(a)7217(b) 10655
粒子間距離	(a)(b)0.002913m
密度	(a)(b)1,000kg/m <sup>3</sup>
重力加速度	(a)(b)9.8m/s <sup>2</sup>
動粘性係数	(a)(b)1.0 × 10 <sup>-6</sup> m <sup>2</sup> /s
回転数	(a)(b)1500rpm
羽枚数	(a)(b)16枚

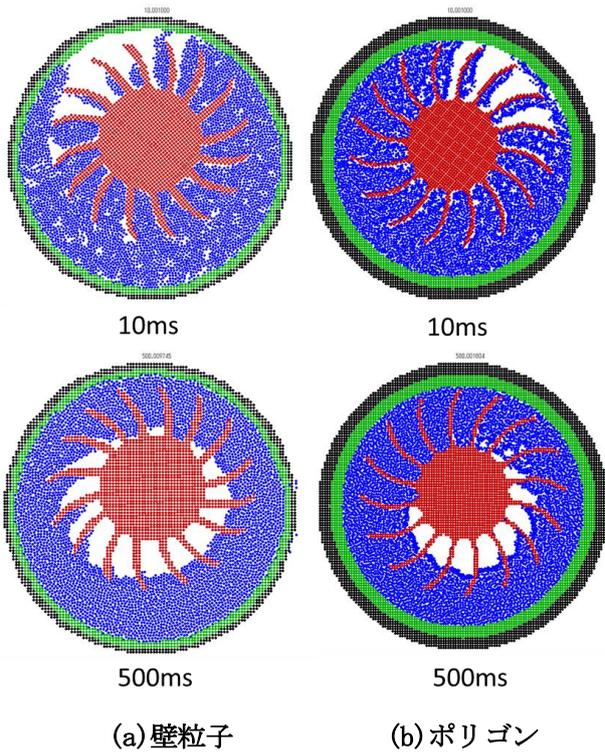


図7 時間変化によるポンプの挙動

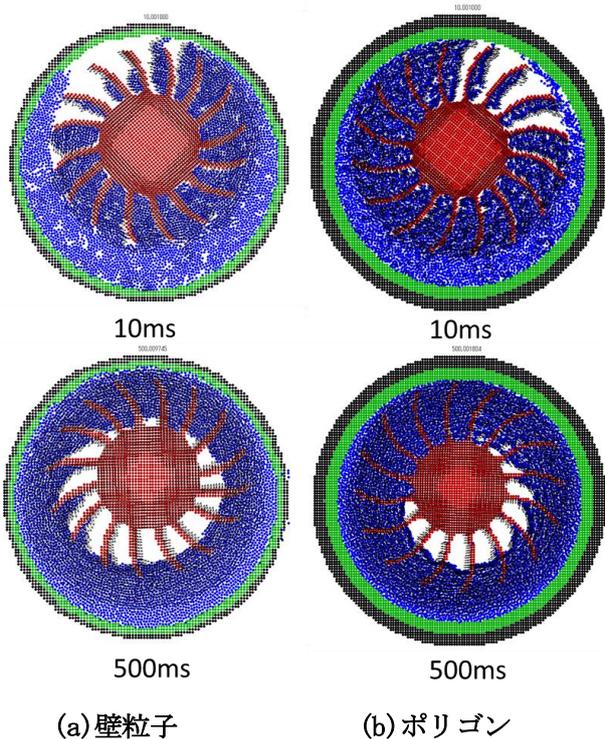


図8 速度ベクトルの可視化

## 6. おわりに

本研究では、ポリゴン壁境界を液封式ポンプに適用し、従来の壁境界モデルを用いた結果との比較を行った。ポリゴン壁境界モデルは複雑形状に対応でき、滑らかな斜面を表現できるため工業分野において適していることが分かつ

た。

今後の課題として液封式ポンプシミュレーションにおいても壁重み関数を導入し、計算速度を上げたい。2D シミュレーションと実験値との比較を行いたい。また、今回は液体のみを対象としたが今後は液体と気体を対象とし、解析結果を比較したい。

### 「参考文献」

- 1) 藤田優, 石井進, 山崎智史, 由永達郎 「一作動型液封式ポンプにおける気液界面の可視化」 日本機械学会講演論文集 (2003), 40-41
- 2) S. Kosizuka and Y. Oka, "Moving-Particle Semiimplicit Method for Fragmentation of Incompressible Fluid", NUCLEAR SCIENCE AND ENGINEERING, 123, pp. 421-434, (1996)
- 3) Monaghan, J. J., Smoothed particle hydrodynamics, Annual review of astronomy and astrophysics, 30, 1992, pp. 543-4
- 4) 原田隆宏, 越塚誠一, 島崎克教, 「MPS法における壁境界計算モデルの改良」, 日本計算工学会論文集, Paper No. 2008006, 2008.
- 5) 小原俊介, 角田和彦, 豊谷純, 「MPS法による圧力安定化手法及び液封式ポンプへの適用」, 第25回流体力学シンポジウム講演論文集 (2011)
- 6) J. C. Martin and W. J. Moyce, An Experimental Study of the Collapse of Liquid Columns on a Rigid Horizontal Plane, The Royal Society, 1952, vol. 244, no. 882, pp. 312-324