

歩行に関する人体の数理モデル化研究

日大生産工(学部) ○荒井 美紗子 日大生産工(院) 高橋 亜佑美
日大生産工 見坐地 一人

1. はじめに

人間は二足歩行をするようになり、様々な体の悩みを持つようになった。その一つに腰痛がある。腰痛の原因にもあらゆるものがあるが、今回は歩行の際に足・腰に負荷がかかることが原因だと考えました。

近年、高齢化社会が問題視されていることもあり、お年寄りの方々に長く健康でいてもらうためにも、足・腰に負荷のかからない歩行の仕方を明確にする必要がある。

人間の足の動きを一番シンプルなモデルで表すと振り子に似ていることから (Fig. 1)、本論は足の動きを振り子として数理モデル化し、線形加速度法を用いてシミュレーションで出力した解析値と実験で求めた実測値を比較し、考察することで、足の動きを振り子として数理モデル化した手法の妥当性を検証した。

そして、この手法が、足・腰に負荷のかからない歩行の仕方を明確にし、腰痛の解消・予防、足・腰に負荷のかからないシューズの開発に、将来的につながるのではないだろうか、と考えました。

足の動きを振り子に例えると二重振り子となるが、本論では考えやすいようにまず単振り子で考えました。



Fig.1 足と振り子

2. 運動方程式

粘性減衰を含む単振り子の運動方程式を求める。

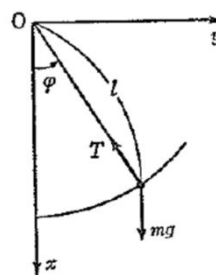


Fig.2 振り子モデル

Fig.2 のように角度を ϕ [rad]としたときの角加速度 $\ddot{\phi}$ [rad/ Δt]は、物体の質量を m [kg]、重力加速度を g [m/s²]、張力を T [N]、紐の長さを l [m]、粘性減衰を c [N/(m/s)]とすると式(1)のようになる。

$$\ddot{\phi} = -\frac{c}{m}\dot{\phi} - \frac{g}{l}\sin\phi \quad (1)$$

3. 解析手法

足の角度変化は常に微小ではないので、本論は角度の算出手法として線形加速度法を使用する。

Study on Mathematical Modeling for the Human Body of the Walking

Misako ARAI, Ayumi TAKAHASHI and Kazuhito MISAJI

3.1. 線形加速度法

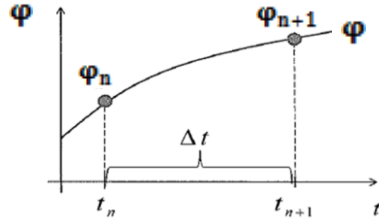


Fig. 3 線形加速度法

線形加速度法の式は、テーラー展開を利用した公式であり、式(2)のようになる。

$$\varphi_{n+1} = \varphi_n + \frac{\dot{\varphi}_n}{1!} \Delta t + \frac{\ddot{\varphi}_n}{2!} (\Delta t)^2 + \frac{\ddot{\varphi}_n}{3!} (\Delta t)^3 + \frac{\varphi_n^{(4)}}{4!} (\Delta t)^4 \dots \quad (2)$$

Fig. 3 と式(2)より、線形加速度法とは、前の値 φ_n 、刻み時間 Δt から次の値 φ_{n+1} を予測する手法である。

用いる式は主に3式ある。まず、式(2)から式(3)(4)を求める。

$$\varphi_{n+1} = \varphi_n + \dot{\varphi}_n \Delta t + \frac{(2\ddot{\varphi}_n + \ddot{\varphi}_{n+1}) \Delta t^2}{6} \quad (3)$$

$$\dot{\varphi}_{n+1} = \dot{\varphi}_n + \frac{(\ddot{\varphi}_n + \ddot{\varphi}_{n+1}) \Delta t}{2} \quad (4)$$

この式(3)(4)、そして求解したい運動方程式の3式を用いて、式(2)を解くことで、次の値を予測する手法が線形加速度法である。

式(1)の変数を φ に変えると式(5)のようになる。

$$\ddot{\varphi}_{n+1} = -\frac{c}{m} \dot{\varphi} - \frac{g}{l} \sin \varphi \quad (5)$$

本論の運動方程式は、式(5)を用いる。

3.2. 線形加速度法 妥当性・価値

運動方程式で理論解を求めるとき、大変形の変形非線形の式は解くことが出来ない。しかし、角度変化が微小であれば、線形の式になるので値を求めることが出来る。

角度変化が微小で線形の時、運動方程式(式(6))で求めた理論解と、式(3)(4)そして式(6)

を用いて線形加速度法で求めた解析解のグラフがFig. 4である。諸量は $g=9.8\text{m/s}^2$, $l=0.44\text{m}$, $\varphi = \frac{\pi}{20}\text{rad}$, $\dot{\varphi} = 0\text{rad/s}$ とし、刻み時間 0.01sec で、 0sec から 5sec まで求めた。

$$\ddot{\varphi}_{n+1} = -\frac{l}{g} \sin \varphi \quad (6)$$

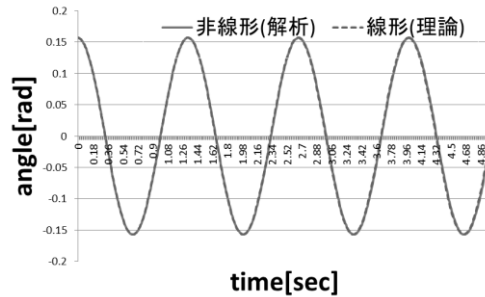


Fig. 4 微小変化時の角度変化

Fig. 4 より理論解と解析解の値はおおよそ等しくなることから線形加速度法の妥当性が言える。

では、角度変化が大きく非線形の時、運動方程式(式(6))で求めた理論解と先ほどと同様にして線形加速度法で求めた解析解のグラフがFig. 5である。諸量は $g=9.8\text{m/s}^2$, $l=0.44\text{m}$, $\varphi = \frac{\pi}{2}\text{rad}$, $\dot{\varphi} = 0\text{rad/s}$ とし、刻み時間 0.01sec で 0sec から 5sec まで求めた。

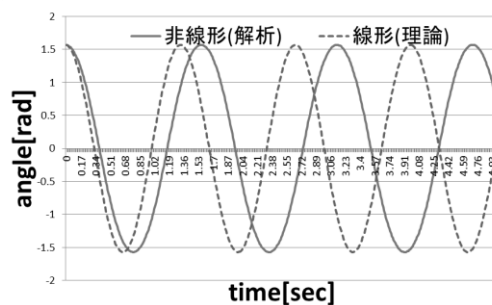


Fig. 5 大変形時の角度変化

Fig. 5 より角度変化が大きい時は線形微分方程式を解いた値の精度が低いことが分かる。すなわち、大変形の時においては線形加速度法が有用であることがわかった。

4. 実験手法

次の 4.1 から 4.3 の手順に従って歩いた時の足の動きから角度 φ を求める.

4.1. 原点の決定

Fig. 6 で示したキャリブレーションスケールを撮影することで座標の原点を決定する.

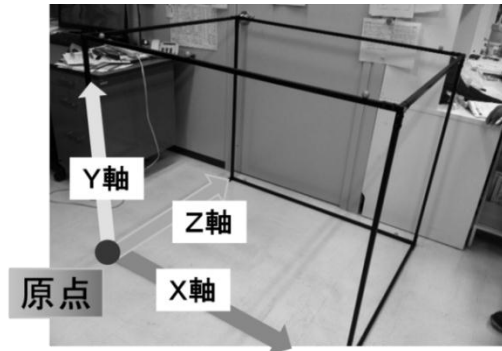


Fig. 6 キャリブレーションスケール

4.2. 計測用反射マーカの貼り付け

Fig. 7 のように測定したい部位に計測用反射マーカを貼り付ける.

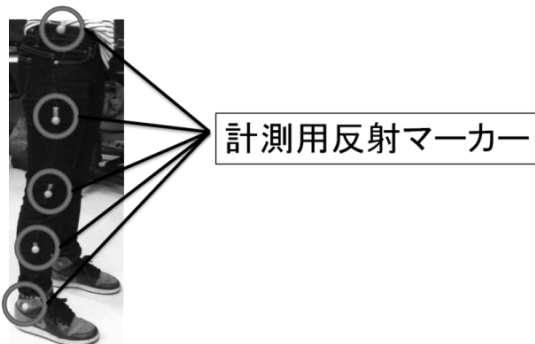


Fig. 7 マーカ貼り付け

4.3. 歩行の撮影

4.2 でマーカを貼り付けた被験者の歩行を, Ditect 社のハイスピードカメラ (HAS-220Basic) を用いて 1 秒間に 200 コマ撮影する. 更に, 解析ソフト DippMotionPro を用いて 4.1 で求めた原点をもとに, Fig. 8, Fig. 9, Fig. 10 のように 3 次元座標で表現する.

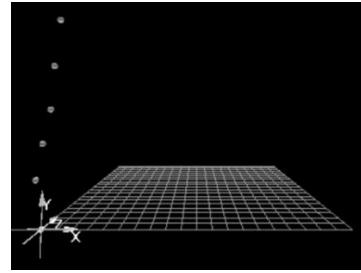


Fig. 8 三次元座標 1

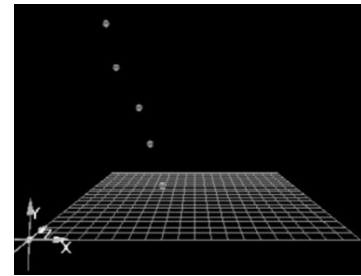


Fig. 9 三次元座標 2

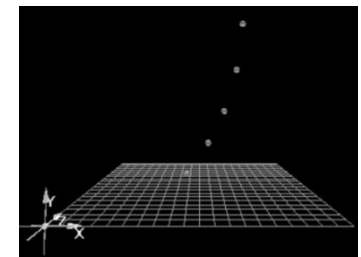


Fig. 10 三次元座標 3

4.4. 角度の算出

4.3 で求めた三次元座標から 4.2 でマーカを貼りつけた部位の座標を 1 秒間に 200 コマ分ずつ出力する.

Fig. 11 は X-Y 平面であり, 図 A は t_n 時の腰と膝の位置であり, 図 B は t_{n+1} 時の腰と膝の位置を表している. 図 A, B の腰の座標を原点に移動させた図が図 C であり. 腰の座標を原点に移動させることで基準が揃い, 間の角度 φ を算出することが出来る. この手法を使い, 時系列で変化する角度 φ をそれぞれ算出する.

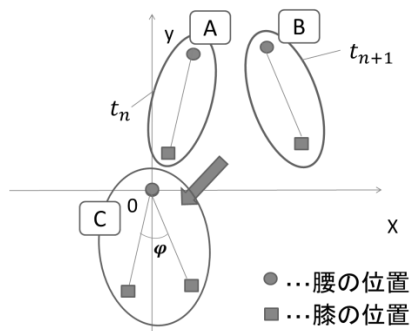


Fig.11 座標変換した足の振り子

5. 解析値と実測値の比較

本論では足が踏み出す Fig. 8 から着地する Fig. 9 までの腰から膝までを、線形加速度法で求めた解析値と、実験で求めた実測値を比較することで足の動きを振り子として数理モデル化した手法の妥当性を検証する。

諸量は $g=9.8\text{m/s}^2$, $l=0.44\text{m}$,

$\varphi = -0.12901\text{rad}$, $\dot{\varphi} = -0.02115\text{rad/s}$,

$k = 0.2\text{N/(m/s)}$, $m=5.0\text{ kg}$ とし、線形加速度法で求めた解析値 φ と実験で求めた実測値 φ を比較したものを Fig. 12 に示す。

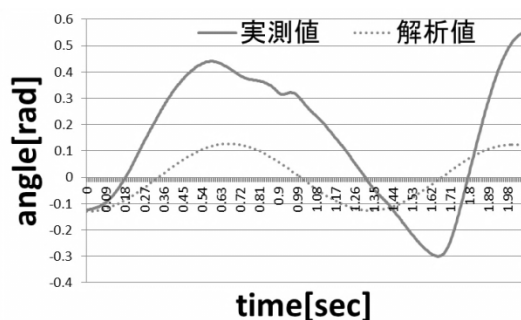


Fig. 12 解析値，実測値の角度比較

Fig. 12 より考察すると、解析値の周期が実測値の周期に近いことが判明した。振幅に差が出てしまったのは、足を上げようとするものの力、床を蹴る力、そして膝下の動きが作用していることが原因だと考えられる。

6. 結論

本論は、人間の足の動きを一番シンプルなモデルである振り子として数理モデル化し、線形加速度法を用いてシミュレーションで出力した解析値と実験で求めた実測値を比較し、足の動きを振り子として数理モデル化した手法の妥当性を検証した。

その結果から以下のことがわかった。

- 1) 周期はおおよそ近いことがわかった。
- 2) 振り子の動きだけでなく、外力として、ものの力、床を蹴る力、そして膝下の動きが作用していると考えられる。

この結果から、今回考案した足の数理モデル化手法は、おおむね妥当であることがわかった。ただし、今後更なる数理モデル化の妥当性を検証するためには、ものの力、床を蹴る力、そして膝下の動きを研究していく必要があると考えられる。その研究を行う上で、今後は二重振り子の研究を進め、足の数理モデル化手法の妥当性を検証していく。

そして、将来的には、構築したモデルを用いて足・腰に負荷のかからない歩行の仕方を明確にし、腰痛の解消・予防、足・腰に負荷のかからないシューズの開発等につなげていきたい。

参考文献

- (1) 青木貴伸，蔵本一峰，森口肇：最新使える！MATLAB
- (2) 田治見宏：建築振動学

謝辞

ハイスピードカメラの提供ならびに測定方法の指導等 Ditect 社の菅沼さんのご協力に感謝いたします。