

## 複式簿記理論の位相幾何学的考察（その8）

### －ネットワーク DEA における負値データ対処法－

日大生産工

○篠原 正明

情報システム研究所

篠原 健

#### 1.はじめに

DMU の内部構造を考慮せず、ブラックボックスとみなして入力項目と出力項目に注目して効率性を論じるブラックボックス DEA(あるいは単に、DEA)において、通常は、入力データ行列  $X = \{x_k\}$ 、出力データ行列  $Y = \{y_k\}$  として、 $X \geq 0$ 、 $Y \geq 0$  (さらには、 $X > 0$ 、 $Y > 0$ ) を仮定し、もし負値データを取り扱わなければならない時は、入出力項目分類を変換するか、あるいはデータ値を変換する等して応急対処している。

本論文では、複式簿記の取引ネットワークの枝値(取引額)に負値が発生した場合を想定し、ネットワーク DEA における負値データ対処法を提案する。

#### 2.ブラックボックス DEA の入出力データに対する負値対処法

例えばDMU<sub>k</sub>のi番目の入力項目データ $x_{ik}$ が負 ( $x_{ik} < 0$ ) としよう。その場合の対処法の1つはすべてのDMU<sub>k</sub>についてi番目の入力項目データ $x_{ik}$ に定数 $x_{io}$ を付加し、 $x_{ik} \leftarrow x_{ik} + x_{io}$ が正值となるように変換すればよい。又、もし、最初から $x_{ik}$ がすべてのDMU<sub>k</sub>について負値ならば、i番目の入力項目を削除し、新たなデータ値 $|x_{ik}|$ を持つt+1番目の出力項目として追加する対処法もある。入力項目から出力項目の変更が不都合ならば、 $x_{ik} \leftarrow 1/|x_{ik}|$ 等の変換による対処も考えられる。

以上に説明したように、ブラックボックス DEA における負値データ対処法は個別問題に対応した応急処置であり、確固たる理論枠組みにもとづく本質的な解決策からは遠いと考えられる。

#### 3. 複式簿記・取引ネットワークの負値データ

ブラックボックス DEA において、好ましくない (*undesirable*) 出力項目という概念がある。例えば、学校の効率性評価において、「退学者数」は結果として生じるので、出力項目と分類されるが、退学者1人と退学者5人では、当然ながら退学者1人の方が効率的であり「退学者数」は本来の好ましい (*desirable*) 出力項目には分類されず、このような出力項目を好ましくない出力項目と呼ぶ。考え方にも依存するが、-1、-5 と負値データを導入すれば、(大きな値ほど効率的と考える) 本来の好ましい出力項目として扱うことができる。同様にして、好ましい入力項目に関しても、負値データ導入により、(小さな値ほど効率的と考える) 本来の好ましくない入力項目として扱うことができる。複式簿記・取引ネットワークの有向枝には、本来は取引額が付与されているが、この取引額として、金額のみならず、人数、物量などの多属性ベクトル値を許容するアプローチ (例えば、多次元簿記 [1]) が存在する。例えば、ある企業会計を表す取引ネットワークにおいて、各取引枝としては本質的な枝の方向が存在するわけで、その方向性を基礎としてネットワーク DEA にもとづき、注目する企業会計の効率性評価を行う状況を考えよう。当然ながら、リンクデータ値には、例えば「利益額」、が赤字損失額となるように、DMU 毎に正值、負値が混合する場合も想定される。このような場合に、統一的に負値データを扱う方法として、次章では「枝反転処理法」を提案する。これは、複式簿記において、もし負値の取引額が存在するならば、方向を反転し、正 (非負) 取引額をもつ取引枝を新たに想定して、会計処理をするという思想にもとづいている。

## 4. ネットワーク DEA における負値データ枝反転処理法

文献 [2] の図 1 の 3 ノード 6 枝の取引ネットワークにおいて、リンクデータの一部（例えば、リンク 1 のデータ  $z_1$ ）に負値が混在する場合の対処法を、以下に例題を通して説明する。

**【例 1】** 図 1 の取引ネットワーク（[2] の図 1 と基本構造は同じ）において、表 1 で DMU5 のリンクデータ  $z_1$ （すなわち、 $z_{15}$ ）が負値（ $z_{15}=-2$ ）をとる場合を考える。 $z_{15}$  以外は、[2] の表 1 と同じである。

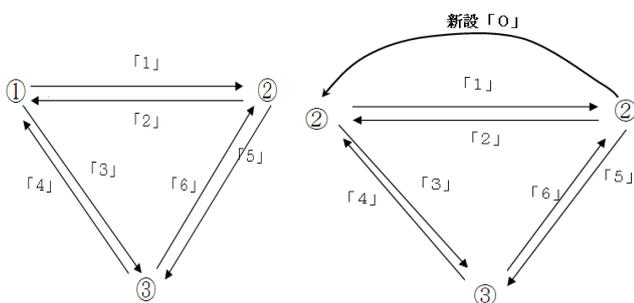


図 1: 例 1 の 3 ノード 6 枝 取引ネットワーク

負値データ枝反転処理法として、「1.逆方向枝合併法」と「2.新逆方向枝新設法」の 2 種の方法を提案する。

「1.逆方向枝合併法」は、負値データ枝のデータ値は 0 とし、既存の逆方向枝に負値データの絶対値を合算する方法であり、「2.新逆方向枝新設法」は、負値データ枝のデータ値は 0 とし、新設の逆方向枝に負値データの絶対値を付与する方法である。

表 4、表 5、表 6 に (1,2) - 2 段階離散評点ネットワーク DEA 適用時の評価結果を示す。表 4 は表 1 の負値データを含むリンクデータ表に直接適用した結果、表 5 は表 2 の逆方向枝合併法採用時のリンクデータ表に適用した結果、表 6 は表 3 の新逆方向枝新設法採用時のリンクデータ表に適用した結果である。

表 4～6 の評価結果より、3 つの負値データ処理法（「0.負値データ直接処理法」、「1.逆方向枝合併法」、「2.新逆方向枝新設法」）において、DEA 効率値= $\max R_k$  は、ほぼ同じ値となることが分かる。

なお、表 4 で適用した「0.負値データ直接処理法」は、

リンクデータと離散評点値によっては、一部計算値が零値あるいは負値となるので、注意を要する(例 2 参照)。

又、表 6 で適用した新逆方向枝新設法では、図 2 に示すように、新枝「0」を 1 つ設定したので合計で 7 つの枝が存在し、評価ベクトル  $w$  も 7 次元となる。従って、表 6 の「max 達成時評価ベクトル」の欄では表 4、表 5 と比較して評価ベクトル数が約倍増している。

**【例 2】** 図 1 の取引ネットワークの表 1 において、 $z_{15}$  を -2 から -10 に変化したリンクデータ表(表 7)を考える。

DMU5 において、 $g_1 + g_6 = w_1 z_1 + w_6 z_6$  が部門 2 の仮想入力値となるが、 $z_{65} = 8$  なので、 $w_1 = 2, w_6 = 1$  の時に、 $g_1 + g_6 = 2z_1 + 8$  となり、これを 0 と置くことにより、 $z_{15} = -4$  以下で部門 2 の仮想入力値が非正値となってしまい、「0.負値データ直接処理法」が適用できない。表 8 と表 9 に「1.逆方向枝合併法」と「2.新逆方向枝新設法」採用時のリンクデータ表を、表 10 と表 11 に評価結果を示すが、DEA 効率値= $\max R_k$  はほぼ同じ値となることがわかる。

例 1 の評価結果(表 4～表 6)と比較しても、DEA 効率値= $\max R_k$  の値はほとんど同じである。DMU5 についても例 1 と例 2 において、DEA 効率値= $\max R_k = 1.0$  であるが、max 達成時の評価ベクトル数が例 2 で約倍増している。 $z_{15} = -2$  (例 1) から  $z_{15} = -10$  (例 2) とより顕著な値をとることにより、DMU5 のネットワーク DEA としての効率性がより安定したと考えられる。なお、表 11 において DMU5 の max 達成時評価ベクトル数=123 であるが、この中の 8 個は DMU2、DMU3 の max 達成時評価ベクトルと重複している (123+9+4+8=128)。

## 5. 考察と課題

### 5.1 負値データを考慮した比率形効率値 DEA

ある部門に注目してその部門効率性を「仮想出力値/仮想入力値」と分数比率で評価する方法（比率形効率値にもとづく DEA）においては、負値データ混在時に、仮想出力値  $\geq 0$ 、仮想入力値  $\geq 0$  が保存されれば、比率形効率値 = 仮想出力値/仮想入力値は意味を持つ。しかし、評価ウェイト  $w$  によっては、仮想出力値、仮想入力値が非正値

(零値あるいは負値)となり、比率形効率値の解釈が問題となる。そこで、仮想出力値、入力値が非正值となる場合をも考慮した DEA 法を以下に提案する。

$$\text{差分形絶対効率値 } A_k = \text{仮想出力値} \cdot \text{仮想入力値} \\ = y_k^T u - x_k^T v \quad (1)$$

ここで、 $A_k$ の値は負値をもとりうるので、以下のように基準化する。

$$\text{基準化効率値 } N_k = \frac{A_k - \min\{A_j\}}{\max\{A_j\} - \min\{A_j\}} \quad (2)$$

この基準化効率値  $N_k(u,v)$  を  $(u,v)$  について最大化したのが差分形 DEA 効率値  $\max N_k$  である。

$$\text{差分形 DEA 効率値} = \max N_k = \max_{u,v} N_k(u,v) \quad (3)$$

## 5.2 DEA 効率値 = $\max R_k$ と $\max$ 達成時全体絶対効率値

本論文(その8)との表4、5、6、10、11と文献[2](その7)の表2、4の全ノード集合に対する効率性評価結果を検討すると、 $\max$  達成時全体絶対効率値

の両者は同傾向にあることがわかる。さらに、 $\max$  達成時全体絶対効率値は絶対効率値であるにもかかわらず、すべて1.0以下の値をとっている。通常のブラックボックス DEA ではこのような傾向は特に観察されない。なお、文献[2](その7)の表6、8など部分ノード集合に対する効率性評価結果では、上記傾向は必ずしも認められない。

## 6. おわりに

複式簿記・取引ネットワークの取引額にマイナスデータが混在する場合に、ネットワーク DEA 適用の立場からの負値データ対処法を提案した。部分ノード集合に注目する場合、等は今後の課題である。

## 参考文献

- [1] 井尻雄士：会計測定の理論、東洋経済新報社(1976)。
- [2] 篠原正明、篠原健：複式簿記理論の位相幾何学的考察(その7)、第43回日本大学生産工学部・学術講演会・数理情報部会(2010.12.4)。

表1：例1のリンクデータ表

	DMU 1	DMU 2	DMU 3	DMU 4	DMU 5
z1	1	2	5	1	<b>-2</b>
z2	2	3	1	6	2
z3	10	1	3	3	9
z4	1	1	3	3	0
z5	2	5	2	8	1
z6	3	3	2	1	8

表2：逆方向枝合併法採用時のリンクデータ表

	DMU 1	DMU 2	DMU 3	DMU 4	DMU 5
z1	1	2	5	1	0
z2	2	3	1	6	4
z3	10	1	3	3	9
z4	1	1	3	3	0
z5	2	5	2	8	1
z6	3	3	2	1	8

表3：新逆方向枝新設法採用時のリンクデータ表

	DMU 1	DMU 2	DMU 3	DMU 4	DMU 5
z0	0	0	0	0	2
z1	1	2	5	1	0
z2	2	3	1	6	2
z3	10	1	3	3	9
z4	1	1	3	3	0
z5	2	5	2	8	1
z6	3	3	2	1	8

表7：例2のリンクデータ表

	DMU 1	DMU 2	DMU 3	DMU 4	DMU 5
z1	1	2	5	1	<b>-10</b>
z2	2	3	1	6	2
z3	10	1	3	3	9
z4	1	1	3	3	0
z5	2	5	2	8	1
z6	3	3	2	1	8

表8：逆方向枝合併法採用時のリンクデータ表

	DMU 1	DMU 2	DMU 3	DMU 4	DMU 5
z1	1	2	5	1	0
z2	2	3	1	6	12
z3	10	1	3	3	9
z4	1	1	3	3	0
z5	2	5	2	8	1
z6	3	3	2	1	8

表9：新逆方向枝新設法採用時のリンクデータ表

	DMU 1	DMU 2	DMU 3	DMU 4	DMU 5
z0	0	0	0	0	10
z1	1	2	5	1	0
z2	2	3	1	6	2
z3	10	1	3	3	9
z4	1	1	3	3	0
z5	2	5	2	8	1
z6	3	3	2	1	8

表 4 : 表 1 の負値データを含むリンクデータ表に 2 段階離散評点ネットワーク DEA を直接適用した評価結果

k		1	2	3	4	5
DEA 効率値 = MaxR <sub>k</sub>		0.9878	1.0	1.0	0.8752	1.0
Max 達成時評価ベクトル		(121222)	(111111),他全部で 29	(111121),他全部で 5	(212212)	(121111),他全部で 30
Max 達成時 部門別絶対効 率値	f <sub>1k</sub>	1.833	0.75	2.0	0.667	1.75
	f <sub>2k</sub>	1.143	1.6	0.71	3.5	0.83
	f <sub>3k</sub>	0.571	0.67	0.71	0.571	0.8
Max 達成時 ノード重要度	x <sub>1k</sub>	0.265	0.242	0.292	0.392	0.264
	x <sub>2k</sub>	0.329	0.417	0.333	0.2	0.33
	x <sub>3k</sub>	0.406	0.341	0.376	0.408	0.406
Max 達成時全体絶対効率値		0.978	0.988	0.965	0.87	0.997

表 5 : 表 2 の逆方向枝合併法採用時のリンクデータ表に 2 段階離散評点ネットワーク DEA を適用した評価結果

k		1	2	3	4	5
DEA 効率値 = MaxR <sub>k</sub>		0.982	1.0	1.0	0.8752	1.0
Max 達成時評価ベクトル		(121212)	(111111),他全部で 27	(122221),他全部で 3	(212212)	(111121),他全部で 34
Max 達成時 部門別絶対効 率値	f <sub>1k</sub>	1.833	0.75	1.14	0.667	2.25
	f <sub>2k</sub>	0.587	1.6	0.71	3.5	0.75
	f <sub>3k</sub>	0.667	0.67	1.14	0.571	0.73
Max 達成時 ノード重要度	x <sub>1k</sub>	0.304	0.242	0.334	0.392	0.25
	x <sub>2k</sub>	0.314	0.417	0.3	0.2	0.375
	x <sub>3k</sub>	0.382	0.341	0.366	0.408	0.375
Max 達成時全体絶対効率値		0.982	0.988	0.992	0.87	0.976

表 6 : 表 3 の新逆方向枝新設法採用時のリンクデータ表に 2 段階離散評点ネットワーク DEA を適用した評価結果

k		1	2	3	4	5
DEA 効率値 = MaxR <sub>k</sub>		0.9849	1.0	1.0	0.8752	1.0
Max 達成時評価ベクトル		(1121212)	(1111111),他全部で 48	(1111221),他全部で 7	(1212212)	(1111121),他全部 73
Max 達成時 部門別絶対効 率値	f <sub>1k</sub>	1.833	0.75	1.14	0.667	2.25
	f <sub>2k</sub>	0.857	1.6	0.71	3.5	0.75
	f <sub>3k</sub>	0.667	0.67	1.14	0.571	0.73
Max 達成時 ノード重要度	x <sub>1k</sub>	0.304	0.242	0.334	0.392	0.25
	x <sub>2k</sub>	0.314	0.417	0.3	0.2	0.375
	x <sub>3k</sub>	0.382	0.341	0.366	0.408	0.375
Max 達成時全体絶対効率値		0.982	0.988	0.992	0.872	0.976

表 10 : 表 8 の逆方向枝合併法採用時のリンクデータ表に 2 段階離散評点ネットワーク DEA を適用した評価結果

k		1	2	3	4	5
DEA 効率値 = MaxR <sub>k</sub>		0.9917	1.0	1.0	0.8738	1.0
Max 達成時評価ベクトル		(121222)	(112112),他全部で 3	(121221),他全部で 2	(212212)	(111111),他全部 59
Max 達成時 部門別絶対効 率値	f <sub>1k</sub>	1.833	1.0	1.0	0.667	0.75
	f <sub>2k</sub>	1.143	1.0	0.857	3.5	1.625
	f <sub>3k</sub>	0.571	1.0	1.143	0.571	0.8
Max 達成時 ノード重要度	x <sub>1k</sub>	0.265	0.211	0.356	0.392	0.316
	x <sub>2k</sub>	0.329	0.421	0.307	0.2	0.342
	x <sub>3k</sub>	0.406	0.368	0.338	0.408	0.342
Max 達成時全体絶対効率値		0.978	1.0	0.998	0.872	0.999

表 11 : 表 9 の新逆方向枝合併法採用時のリンクデータ表に 2 段階離散評点ネットワーク DEA を適用した評価結果

k		1	2	3	4	5
DEA 効率値 = MaxR <sub>k</sub>		0.9917	1.0	1.0	0.8749	1.0
Max 達成時評価ベクトル		(2121222)	(1112112),他全部で 9	(1121221),他全部で 4	(2211112)	(1111111),他全部 123
Max 達成時 部門別絶対効 率値	f <sub>1k</sub>	1.833	1.0	1.0	0.556	0.409
	f <sub>2k</sub>	1.143	1.0	0.857	3.5	2.875
	f <sub>3k</sub>	0.571	1.0	1.143	0.455	0.8
Max 達成時 ノード重要度	x <sub>1k</sub>	0.265	0.211	0.356	0.344	0.324
	x <sub>2k</sub>	0.329	0.421	0.307	0.286	0.338
	x <sub>3k</sub>	0.406	0.368	0.338	0.37	0.338
Max 達成時全体絶対効率値		0.978	1.0	0.998	0.873	0.993