7-16

# すべり摩擦を含んだ振動応答解析に関する研究 (線形理論との比較、2質点系振動解析)

日大生産工(院)	〇内田	基城	日大生産工(院)	髙橋 亜佑美
株式会社ブリヂストン	藤沢	佳孝	日大生産工	境 孝祐
			日大生産工	柴田 耕一

### 1. 序論

本論はすべり摩擦を持つ振動系の解析手法について追究 したものである。すなわち、すべり摩擦型振動系の数値解析 と理論解等を比較することで手法の妥当性を検証し、より進 んだ手法の構築を目指して研究を行った。

すべり摩擦型免震システムの研究では、FAF(フリーアクセ スフロア)<sup>1)</sup>(1987年)や建築物用積層ゴムとの組み合わせ等の 研究が行われている。またその解析手法も、1 質点系において 理論解の導出および応答解析、さらには多質点系に対しての 応答解析等様々な研究<sup>2),3)</sup>が行われている。

我々の研究はこれまで、すべり摩擦型免震に関する基礎的 研究<sup>4).5)</sup>(1990年)として過去に得られた地震波による各種地 震応答解析から、免震構造の応答値の最小値を示す固有周期 や摩擦係数の最適値を求めることができた。さらに、上部は 構造物、下部はすべり摩擦とする2質点系のすべり摩擦支承 の実用方法を提案し、FAFに対し、すべり支承を組み合わせ た振動台上実験結果<sup>5)</sup>から、解析手法の有効性を示した

次に、既に乾燥状態で低摩擦係数が得られる無潤滑材料の 中から下部摩擦材と上部摩擦材の 6 種類の組み合わせによ り振動実験を行い、動的摩擦特性を検討した<sup>6)</sup>(1991年)。

さらに、摩擦係数の速度依存性、面圧依存性に注目し、より精度の高いシミュレーションが可能となった<sup>7)</sup> (2001 年)。 同時に、摩擦係数変動型のシステムが初めて可能となった。

我々はすべり現象を物理的に捉え、短い刻み時間内におけ る運動状態を分類し、各状態毎に計算処理を行うことにより、 新しいすべり現象のシミュレーション手法を構築した。さら に、この手法を実験と比較することにより、その手法の有効 性を立証してきた<sup>4),5),7)</sup>。これによりすべり摩擦型免震シス テムの課題である残留変位や実地震波に対する挙動を容易 に確認できるようになった。また、運動状態を分類し計算処 理を行うため、摩擦係数の速度依存性、面圧依存性などの影 響を簡単に反映することも可能になった。

一方ここで、すべり現象の運動状態を刻み時間毎に判定し、 計算処理すると、実現象では起こり得ない不連続が応答加速 度に生ずる。さらに、刻み時間をより細分化すると、これに 伴い計算時間がより増大してしまうことは明らかである。

そこで本論では、応答加速度の不連続を解決するため、応

答過程による運動状態の分類方法と計算処理方法について 追究した。

すでに、簡単には文献<sup>1)</sup>にも示されているが、ここであ らためて線形加速度法でさらに詳細に計算方法を展開し、理 論解及び他手法と比較し、本手法の妥当性を示した。

初めに、新たに提案する運動状態の分類による計算処理方 法についての説明、次に他手法(ここで、比較のために用い た刻み時間のみを細分化した場合)の説明をする。そしてす べり摩擦を持つ1質点系に、初期変位を与えた場合の自由振 動の理論解に対して、提案手法(新手法)と刻み時間後に判定 する他手法の応答解析結果を比較し提案手法の妥当性を検 証する。そして2質点系の応答解析結果を他手法と比較し、 不連続応答が解消されたことを確認する。さらに他の解析手 法には、例えばルンゲ・クッタ、平均加速度法等あるが、我々 はここでは線形加速度法を中心に述べ、提案手法の有効性を 確認することができた。

#### 2. すべり摩擦を持つ1質点系の運動方程式

質点にすべり摩擦力、バネの復元力、速度に比例する粘性 抵抗が作用する系(図 1)に外力が加わる場合の運動方程式は 以下のように示す。

(I) すべりが生じていない場合

$$x = \text{constant}$$
,  $\dot{x} = 0$ ,  $\ddot{x} = 0$  (1)  
(II) すべりが生じている場合

 $m(\ddot{x} + \ddot{y}) + c\dot{x} + kx + \gamma \operatorname{sgn}(\dot{x}) = 0$ <sup>(2)</sup>

$$\gamma = \mu m \mathbf{Q} \tag{3}$$

$$\begin{aligned} \dot{x} &> 0 \to \operatorname{sgn}\left(\dot{x}\right) = +1 \\ \dot{x} &< 0 \to \operatorname{sgn}\left(\dot{x}\right) = -1 \end{aligned}$$

$$\tag{4}$$

(I)、(Ⅱ)の切りかえ条件は、以下の式を満たすとき質点 はすべり、それ以外は静止とする。

$$\left|m\ddot{y} + c\dot{x} + kx\right| > \gamma \tag{5}$$

質点のすべり現象の場合分けに関しては、他手法と提案手法を下記で述べる。この運動方程式を線形加速度法により解析した。またモデルの諸量は一例として、質量m=10.0[kg]、減衰係数 $c=0.0[N\cdot sec/m]$ 、ばね剛性k=735.0[N/m]、摩擦係数 $\mu=0.1$ とする。

Study on Vibration Analysis Method of Sliding Friction Type -Comparison with Liner Theory, Analysis of Two Degree of Freedom System-Motoki UCHIDA, Ayumi TAKAHASHI, Yoshitaka FUJISAWA, Takasuke SAKAI and Koichi SHIBATA

## 3. 提案手法

本解析手法では、 *Δt* 間で質点がどのような運動状態を示 すか、次の 6 つの場合に分けて解析を行った。

- ① 質点が静止していて、 $\Delta t$ 間ですべり出さない。
- ② 質点が静止していて、 $\Delta t$ 間ですべり出す。
- ③ 質点がすべっていて、 $\Delta t$ 間すべり続ける。
- ④ 質点がすべっていて、 Δt 間で速度の向きが逆転する。
- ⑤ 質点がすべっていて、*Δt*間で静止する。
- ⑥ 質点がすべっていて、Δt間で静止して再びすべり出す。

### 4. 他手法

提案手法に対し他手法では、刻み時間 Δt 後の質点の挙動 を、以下の5つの場合に分けて解析を行った。

- ① 質点が静止していて *Δt* 後も静止している。
- ② 質点が静止していて *Δt* 後すべり出す。
- ③ 質点がすべっていて  $\Delta t$  後もすべり続ける。
- ④ 質点がすべっていて *Δt* 後速度の向きが逆転する。
- ⑤ 質点がすべっていて *Δt* 後静止する。

この他手法を1 質点系に適用した場合 x<sub>2</sub>の解析結果を用いて提案手法と比較する。なお、提案手法、他手法ともに Δt 毎の計算は線形加速度法を適用している。

#### 5. 提案手法と他手法について

## 5.1. 自由振動の理論<sup>8),9)</sup>

提案した解析手法の妥当性を検証するため、すべり摩擦を 持つ1質点系に初期変位を与えて、自由振動させたときの理 論式を次式に示す。

$$x_0 > 0 \mathcal{O} \geq \mathbb{E}$$

$$x_t = \{x_0 - (2n+1)\Delta\} \cos \omega t + (-1)^n \Delta \qquad (6)$$

 $x_0 < 0 obe$ 

$$x_{t} = -\{x_{0} - (2n+1)\varDelta\}\cos \omega t + (-1)^{n+1}\varDelta$$
(7)  
$$\frac{n}{2}T < t < \frac{n+1}{2}T \quad (n = 0, 1, 2...)$$

 $x_0$ :初期変位  $\omega$ :固有振動数 k:バネ合成 T:周期  $\Delta = \frac{\gamma}{r}$ 

すべり、静止の判定は変位の折り返し時に、以下の式を満たすとき 質点はすべり、それ以外は静止とする。

$$|x| > \Delta \tag{8}$$

5.2. すべり摩擦を持つ2質点系について

4項で記述したすべり摩擦を持つ1質点系の運動方程式を 拡張し図2に示すような2質点系のモデルについて述べる。 本モデルは、1層目と地盤との間に摩擦面があり、2層目と 1層目、及び1層目と地盤には、線形のばね剛性を持つバネ、 速度に比例する粘性抵抗が接続されている。本モデルに強制 外力が加わる場合の運動方程式を次式に示す。 (I)すべりが生じていない場合

 $x_1 = \text{constant}$   $\dot{x}_1 = 0$   $\ddot{x}_1 = 0$  (9) (II) すべりが生じている場合

$$m(\ddot{x}_{1}+\ddot{y})+c_{1}\dot{x}_{1}+k_{1}x_{1}-c_{2}(\dot{x}_{2}-\dot{x}_{1})-k_{2}(x_{2}-x_{1})+\operatorname{sgn}(\dot{x}_{1})F=0$$
(10)

$$m_2(\ddot{x}_2 + \ddot{y}) + c_2(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + k_2(x_2 - x_1) = 0$$
(11)

$$F = \mu \left( m_1 + m_2 \right) g \tag{12}$$

$$\dot{x}_1 > 0 \rightarrow \operatorname{sgn}(\dot{x}) = +1 \dot{x}_1 < 0 \rightarrow \operatorname{sgn}(\dot{x}) = -1$$
 (13)

(I)、(Ⅱ)の切りかえ条件は、以下の式を満たすとき質点は すべり、それ以外は静止とする。

## $|m\ddot{y}+c_{1}\dot{x}_{1}+k_{1}x_{1}-c_{2}(\dot{x}_{2}-\dot{x}_{1})-k_{2}(x_{2}-x_{1})| > \mu(m_{1}+m_{2})g \qquad (14)$



図2 すべり摩擦を持つ2質点系モデル図

#### 6. 解析結果

6.1. 自由振動時における理論解と数値解(1 質点系)

他手法で生じていた応答加速度の不連続を解消するために提案した解析手法の妥当性を検証する。すべり摩擦を持つ質点(図1)に初期変位を与えたときの自由振動時における理論解と提案した新しい手法による数値解、そして他手法による数値解を比較した。図3に初期変位20[cm]を与え、*Δt*を0.01としたときの理論解と数値解における応答変位波形図を示す。提案手法は、理論解に対し、精度よく応答結果を得ることができた。しかし応答加速度波形(図4、図5)では、他手法による応答加速度に理論解にない不連続が生じている。提案手法による応答加速度では、この不連続を解消できていることがわかる。

6.2. すべり摩擦系を持つ 2 質点系に強制外力を与えた場合の他手法と提案手法の比較

5.2 で示した 2 質点系線形モデルについて述べる。他手法 と提案手法により正弦波(図 6 を入力した場合の解析、及び 実地震波(図 7)を入力した場合の解析を行った。また 1 質点 系モデルと同様に、他手法は刻み時間 *Δt* 内での運動判定は 無しとして計算し、提案手法は刻み時間を 0.01[sec]として計 算している。 すべり摩擦を持つ1層目の絶対応答加速度波形(図8、図 10)から、提案手法は他手法によって生じる不連続が解消さ れていることがわかる。さらに実地震波を入力したときの応 答変位波形(図9)から、変位が多少異なる結果を得ることが できた。2層目の相対応答変位波形(図11、図12)についても、 地震波応答は、多少異なった応答を示している。また、提案 手法における6つの場合分けの内、⑥を抜いた状態で解析を 行い、解析結果にどのような影響があるのか確認した(図13)。







図4 応答加速度波形 (質点を自由振動させたとき)



(質点を自由振動させたとき)



図 9 相対応答変位波形 (1 層目、JMA Kobe 1995[EW])



図 10 絶対応答加速度波形 (1 層目、JMA Kobe 1995[EW])





図 12 相対応答変位波形 (2 層目、JMA Kobe 1995[EW])





## 7. 結論

本論は他手法により生じていた不連続な応答を解消する ため、初めに、1 質点系に対する新しい手法を提案し、理論 解、他手法による数値解と比較することで検証を行った。さ らに提案手法を2 質点へ拡張し、上部を線形系、下部をすべ り摩擦系としたモデルに対しても本手法の妥当性を検証し た。

(1)刻み時間の間隔が大きくても解析可能である。

(2)どの時刻で速度の向きが変化しているか、逐次確認することができた。

(3)刻み時間内での運動の変化も細かく解析するため、現象を より正確に捉えることができた。

(4)クーロン摩擦のような摩擦係数一定によらず、例えば速度 依存、または面圧依存等の摩擦係数変動型でも、提案手法は 解析可能である。

(5)線形加速度法のみならず、ルンゲ・クッタ法、平均加速度 法等でも、本手法を用いた数値解析は可能である。

(6)上部非線形構造物でも本手法は適用可能である。

(7)構造物の免震のみの解析に限らず、タイヤ、免震用積層ゴム等のゴム系のすべり摩擦運動でも本手法を適用できると考えられる。

すでにロ頭発表論文<sup>1)</sup>において概略を示したが、すでに分 かっている理論解等との比較を行い、精度を確認できたこと、 また詳細に解析手法を示したのは今回が初めてである。今後、 面圧依存性、速度依存性の解析例が少ないので、この事項を 発展していく予定である。

#### 参考文献

- 摩擦型免震に関する研究(その 1.解析手法),日本建築学会大会学術講演梗 概集,pp.827-828,1987.10
- 2) 銭志偉,小林淳彦:免震床の地震応答解析,日立金属技報,vol.22, pp.57-60,2006.1
- 3) 栗田哲,千葉大輔,杉村義広:剛滑り支承免震建物のせん断多質点系応 答解析法,日本建築学会構造系論文集,574 号,pp.69-76,2003.12
- 4) 富田秀之,山田隆夫,柴田耕一:すべり摩擦型免震に関する基礎的研究(摩擦 係数,剛性,上下動等の影響について),第8回日本地震工学シンポジウム,pp.1761-1766,1990.12
- 5) 山田隆夫,柴田耕一,富田秀之:すべり摩擦型免震に関する実験的研究(実用 床免震システムの水平振動実験),第8回日本地震工学シンポジウ ム,pp.1767-1772,1990.12
- 6) 山田隆夫,富田秀之,柴田耕一:すべり摩擦型免震に関する基礎的研究(摩擦材の組合せと動特性),日本建築学会構造工学論文集 (Vol.37B),pp165-172,1991.3
- 7) 柴田康弘,奥岳史,坂田利文,岡本修一,柴田耕一: すべり摩擦型免震構造の 振動応答解析に関する研究(摩擦係数の分布とディンプルすべり支承上の 地震応答解析),日本建築学会構造系論文集,第545号,pp.63-69 2001.7

8) Lydik S.Jacobsen, Robert S.Ayre:機械と構造物のための「振動工学」, 丸 善,pp.204-206,1961.5

- 9) S. P. Timoshenko, D. H. Young, W. Weaver, Jr.原:新版「工業振動学」, コロ ナ社, pp.167-171, 1977.8
- 10) 田治見宏:建築振動学,コロナ社, pp.178-185,1965.5
- 11) 大崎順彦:建築振動理論,彰国社, pp.178-185,1996.11

12) 高橋亜佑美、中根彰人、橋上聡、藤沢佳孝、柴田耕一: すべり摩擦を含 んだ振動応答解析に関する研究 -その 1.各種滑り現象に基づく解析モデルの 構築-(平成 21 年度学術講演会)

13) 中根彰人、高橋亜佑美、橋上聡、藤沢佳孝、柴田耕一: すべり摩擦を含 んだ振動応答-解析に関する研 -その 2.従来手法との解析結果-(平成 21 年 度学術講演会)