

# 所望の周波数を有するスイッチングL1フィルタを用いた ロバストな画像処理

日大生産工（院）  
日大生産工

○川島佑太  
目黒光彦

## 1 はじめに

画像からの雑音の除去には荷重メディアンフィルタや順序統計フィルタ等の非線形フィルタが有効であることが知られている。しかしながら、それら非線形フィルタに所望の周波数特性を持たせることは困難である。

FIRフィルタに代表される線形フィルタは、インパルス性雑音の除去を行えないものの、所望の周波数特性を有するフィルタの構築は容易である。そこで線形フィルタであるFIRフィルタと、順序統計フィルタの両方の仕組みを併せ持ったL1フィルタが提案されている[1]。L1フィルタはそのフィルタ構成から、線形フィルタの有する周波数選択性と、非線形フィルタの有する高い雑音除去性を有している。

画像信号に対してL1フィルタ処理を実行する場合、画像信号の位置に応じて信号成分が大きく異なることから、場所ごとに適したフィルタ係数が大きく異なる。そこで、画像信号の処理対象領域ごとに、形状特徴量  $K$  [2] 値を算出することで、平坦な領域か、詳細な成分の信号領域またはエッジ部かを判定し、それぞれの領域毎に、適したL1フィルタを構築する手法も提案されている[3]。

そこで本研究では、形状特徴量  $K$  の値に応じて、局所信号が平坦部分であるかエッジ等であるかの判定を行い、それぞれの領域に対して最適化済みのサブフィルタをソフトスイッチングさせるフィルタ手法を提案する。本手法は、雑音に対しロバストな平滑フィルタを実現するのは当然のこと、雑音の影響を抑えながらバンドパス、ハイパス特性を有するエッジ抽出フィルタも構築される。適用例を通じて、本手法の有効性を明らかにする。

## 2 FIR, OSフィルタとL1フィルタ

### 2.1 FIRフィルタ

FIR(Finite Impulse Response)フィルタは、処理対象画素とその近傍画素を含んだフィルタ窓の画素に、その位置に対応した係数を乗じ、その合計を出力するものである。入力信号を  $[x_1, x_2, \dots, x_N]$  とし、係数を  $h_1, h_2, \dots, h_N$  としたとき、FIRフィルタの出力  $y_{FIR}$  は

$$y_{FIR} = \sum_{i=1}^N h_i \cdot x_i \quad (1)$$

と与えられる。

### 2.2 OSフィルタ

OSフィルタ(Order Statistics Filter)はフィルタ窓内の入力信号  $[x_1, x_2, \dots, x_N]$  を輝度値順にソートした  $x_{(1)} \leq x_{(2)} \leq \dots \leq x_{(N)}$  の順序統計量に対応した係数  $a_j$  を乗じ、その合計を出力する。フィルタ出力  $y_{OS}$  は

$$y_{OS} = \sum_{j=1}^N a_j \cdot x_{(j)} \quad (2)$$

と与えられる。OSフィルタは雑音信号の分布に応じて最適な雑音除去性能を有するフィルタの構成が可能である。しかしながら、所望の周波数特性を有するように設計することは難しい。

### 2.3 L1フィルタ

L1フィルタは、FIRフィルタにおける入力信号の窓内の位置情報  $i$  と、順序統計量の順位  $j$  の2つを同時に考慮した係数  $W_{i,j}$  を用いたフィルタであり、

$$y_{L1} = \sum_{i=1}^N W_{i,j} \cdot x_{i(j)} \quad (3)$$

と与えられる[1]。 $x_{i(j)}$  は入力信号  $[x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_N]$  の内、注目画素  $x_i$  のソート後順位が  $j$  番目である信号値を示す。

### 2.4 クロネッカーL1フィルタ

クロネッカーL1フィルタは入力信号の窓内の位置を考慮した係数  $\alpha_i$  と、順序統計量を考慮した係数  $\beta_j$  の積によって、係数を決定するL1フィルタである。クロネッカーL1フィルタは以下の式で表現される[1]。

$$y_{KLI} = \sum_{i=1}^N \alpha_i \beta_j x_{i(j)} \quad (4)$$

なお、フィルタ窓長  $N$  のL1フィルタの係数の数は  $N^2$  であるが、クロネッカーL1フィルタの係数の数は  $2N$  と、より少ない係数で実現される。



図 1: 原画像とラプラシアン出力画像

## 2.5 形状特徴量を用いたスイッチングフィルタ

2つのL1フィルタの出力をソフトスイッチングするフィルタを提案する．低域用フィルタ出力  $f_L(\mathbf{X})$  と高域用フィルタ出力  $f_H(\mathbf{X})$  の2つを組み合わせたスイッチングフィルタの出力を

$$y_{SWITCH} = Kf_H(\mathbf{X}) + (1 - K)f_L(\mathbf{X}) \quad (5)$$

と求める．なお， $\mathbf{X}$  は，フィルタ入力信号とする．本研究では  $K$  の値は以下の式で求まるロバスト形状特徴量を用いる [2]．

$$K_{(T,S)}(i, j) = \frac{\theta_{(T,S)}^2(i, j)}{\theta_{(T,S)}^2(i, j) + \theta_n^2}. \quad (6)$$

このとき  $\theta_{(T,S)}^2(i, j)$  は， $\theta_{(T,S)}^2(i, j) = \max[\text{Var}_{(T,S)}(i, j) - \theta_n^2, 0]$  で与えられる． $\text{Var}_{(T,S)}(i, j)$  は窓内信号のうち値の大きさが上位  $S$  個，下位から  $T$  個分の信号を除外した値から算出される分散値であり，以下の式で表現される．

$$\text{Var}_{(T,S)}(i, j) = \frac{1}{N - T - S} \sum_{m=1+T}^{N-S} \{x_{(k)}(i, j) - \text{Ave}_{(T,S)}(i, j)\}^2. \quad (7)$$

ここで，

$$\text{Ave}_{(T,S)}(i, j) = \frac{1}{N - T - S} \sum_{m=1+T}^{N-S} x_{(k)}(i, j). \quad (8)$$

$x_{(m)}$  は窓内信号のうち  $m$  番目に小さな値である．本研究では  $\theta_n^2$  の値には任意の定数を用いる．

## 3 LMS アルゴリズム

LMS (Least Mean Square) アルゴリズムは線形フィルタを最適化するためによく用いられるアルゴリズムである．LMS アルゴリズムで用いる瞬時誤差  $\epsilon_k$  の値は以下の式で求まる [4]．

$$\epsilon_k = d_k - \mathbf{X}_k^T \mathbf{W}_k. \quad (9)$$

$d_k$  は理想信号であり  $\mathbf{X}_k$  は入力信号， $\mathbf{W}_k$  は線形フィルタの係数である． $\nabla_k$  の推定量  $\hat{\nabla}_k$  は

$$\hat{\nabla}_k = \begin{bmatrix} \frac{\partial \epsilon_k^2}{\partial w_0} \\ \vdots \\ \frac{\partial \epsilon_k^2}{\partial w_L} \end{bmatrix} = 2\epsilon_k \begin{bmatrix} \frac{\partial \epsilon_k}{\partial w_0} \\ \vdots \\ \frac{\partial \epsilon_k}{\partial w_L} \end{bmatrix} = -2\epsilon_k \mathbf{X}_k \quad (10)$$

となり，係数  $W_k$  を  $W_{k+1}$  に更新する LMS アルゴリズムは以下の式で表せる．

$$W_{k+1} = W_k - \mu \hat{\nabla}_k = W_k + 2\mu \epsilon_k \mathbf{X}_k. \quad (11)$$

このとき  $\mu$  は任意に定めるステップ数である．

## 4 スwitching L1 フィルタ及びその最適化

### 4.1 スwitching L1 フィルタ

スイッチング L1 フィルタは，高域用フィルタの係数を  $W_{(i,j)}$  と，低域用フィルタの係数を  $W'_{(i,j)}$  とすると，以下の式で表現される．

$$y_{SLI} = K \sum_{i=1}^N (W_{(i,j)} x_{i(j)}) + (1 - K) \sum_{i=1}^N (W'_{(i,j)} x_{i(j)}). \quad (12)$$

$K$  は式 (6) で表現されるロバスト形状特徴量を用いる．

このとき，理想の信号  $d(n)$  と出力信号の差  $\epsilon$  を

$$\epsilon = d(n) - K \sum_{n=1}^N (W_{(i,j)}(n-1) x_{i(j)}(n)) - (1 - K) \sum_{n=1}^N (W'_{(i,j)}(n-1) x_{i(j)}(n)) \quad (13)$$

とすると， $\nabla_{(W,i,j)}(n)$  の推定量  $\hat{\nabla}_{(W,i,j)}(n)$  は

$$\begin{aligned} \hat{\nabla}_{(W,i,j)}(n) &= \frac{\partial \epsilon(n)^2}{\partial W_{i,j}(n-1)} \\ &= 2\epsilon(n) K x_{i(j)} \end{aligned} \quad (14)$$

となり，係数  $W_{(i,j)}(n)$  に更新する式は以下のように表現される．

$$\begin{aligned} W_{(i,j)}(n) &= W_{(i,j)}(n-1) + \mu(-\hat{\nabla}_{W,i,j}(n)) \\ &= W_{(i,j)}(n-1) + 2\mu \epsilon(n) K x_{i(j)}. \end{aligned} \quad (15)$$

同様にして係数  $W'_{(i,j)}(n)$  を更新する式は以下のように表現される．

$$W'_{(i,j)}(n) = W'_{(i,j)}(n-1) + 2\mu \epsilon(n-1)(1 - K) x_{i(j)}. \quad (16)$$

## 4.2 スイッチングクロネッカー L1 フィルタ

スイッチングクロネッカー L1 フィルタは、高域用フィルタの係数を  $\alpha_i, \beta_j$  と、低域用フィルタの係数を  $\alpha'_i, \beta'_j$  とすると、以下の式で表現される。

$$y_{SLI} = K\alpha_i\beta_jx_{i(j)} + (1-K)\alpha'_i\beta'_jx_{i(j)}. \quad (17)$$

このとき、理想の信号  $d(n)$  と出力信号の差  $\epsilon$  を

$$\epsilon = d(n) - K\alpha_i\beta_jx_{i(j)} - (1-K)\alpha'_i\beta'_jx_{i(j)} \quad (18)$$

とすると、 $\nabla_{(\alpha,i,j)}(n)$  の推定量  $\hat{\nabla}_{(\alpha,i,j)}(n)$  は

$$\begin{aligned} \hat{\nabla}_{(\alpha,i)}(n) &= \frac{\partial \epsilon(n)^2}{\partial \alpha_i(n-1)} \\ &= -2\epsilon(n)K\beta_j(n-1)x_{i(j)}(n) \end{aligned} \quad (19)$$

となり、係数を  $\alpha_i(n)$  を更新する式は、

$$\begin{aligned} \alpha_i(n) &= \alpha_i(n-1) + \mu(-\hat{\nabla}_{\alpha,i}(n)) \\ &= \alpha_i(n-1) + 2\mu\epsilon(n)K\beta_j(n-1)x_{i(j)}(n) \end{aligned} \quad (20)$$

と示し、同様に  $\beta_j, \alpha'_i, \beta'_j$  の更新式は以下のよう定義される。

$$\beta_j(n) = \beta_j(n-1) + 2\mu\epsilon(n)K\alpha_i(n-1)x_{i(j)}. \quad (21)$$

$$\alpha'_i(n) = \alpha'_i(n-1) + 2\mu\epsilon(n)(1-K)\beta'_j(n-1)x_{i(j)}. \quad (22)$$

$$\beta'_j(n) = \beta'_j(n-1) + 2\mu\epsilon(n)(1-K)\alpha'_i(n-1)x_{i(j)}. \quad (23)$$

スイッチングクロネッカー L1 フィルタの最適化は、スイッチング L1 フィルタを最適化する際の係数の初期値とする。

## 5 評価法

### 5.1 MSE

出力画像を評価するために MSE (Mean Square Error) を用いる。MSE は以下の式で求める。

$$MSE = \frac{1}{M} \sum_i^M (d_i - y_i)^2. \quad (24)$$

このとき  $M$  は画像全体の信号数であり  $d_i$  は理想画像の信号値であり  $y_i$  はフィルタ出力画像の信号値である。MSE は値が小さいほど理想の信号に近いことを示す。

### 5.2 相関係数

ハイパス特性を有する出力画像を評価するために相関係数を用いる。相関係数  $COR$  は以下の式で求める。

$$COR = \frac{\sum_{i=1}^M (y_i - \bar{y})(d_i - \bar{d})}{\sqrt{\sum_{i=1}^M (y_i - \bar{y})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^M (d_i - \bar{d})^2}}. \quad (25)$$

このとき  $M$  は画像の信号数であり  $d_i$  は理想画像の信号値、 $y_i$  は比較画像の信号値である。相関係数は値が 1 に近いほど相関があり、-1 に近いほど負の相関がある。



図 2: 劣化画像  
(インパルス性雑音 6%)



図 3: エッジ分割



図 4: ローパス  
スイッチング  
クロネッカー L1 5×5



図 5: ハイパス  
スイッチング  
クロネッカー L1 5×5

## 6 適用例

図 1(a) の画像に 6% のインパルス性雑音を加した図 2 に示す劣化画像を用意する。図 2 を処理対象としてローパスフィルタでは図 1(a) を、ハイパスフィルタでは図 1(b) のラプラシアンフィルタ出力を理想の出力画像とし、評価する。図 4、図 5 は本研究で提案した各フィルタの出力画像である。

既存の各フィルタ及び提案したフィルタをローパスフィルタとハイパスフィルタで  $3 \times 3, 5 \times 5$  の窓サイズで MSE 評価を行った結果を表 1 に示す。ハイパスフィルタは相関係数を用いた評価も加えて行う。相関係数の評価ではエッジ部の評価と平坦部の評価を分けておこなう。図 1 の  $3 \times 3$  の窓内の分散  $\sigma^2$  が  $\sigma^2 < 300$  のときに平坦部、 $\sigma^2 \geq 300$  のときにエッジ部とする。エッジ部と平坦部を分割した画像を図 3 に示す。ハイパスフィルタの出力画像の相関係数による評価を表 2 で示す。表 1 と図 2 から FIR フィルタや OS フィルタより、クロネッカー L1 フィルタ、L1 フィルタのほうが MSE が低く相関係数は 1 に近く理想信号に近い出力信号になっていることがわかる。さらに画像の低周波部と高周波部で係数を使い分けるスイッチングクロネッカー L1 フィルタ、スイッチング L1 フィルタは非常に係数が多いのでクロネッカー L1 フィルタの係数を示しその特徴を述べる。

ローパスの特性をもたせたクロネッカー L1 フィルタの係数  $\alpha$  を表 3、 $\alpha'$  を表 4 に、 $\beta$  を図 6 に、 $\beta'$  を図 7 に示す。 $\alpha'$  は平均化フィルタ、 $\beta'$  はメディアンフィルタに近い構造となり低周波部ではノイズを除去することを優先する係数となる。 $\beta, \beta'$  は信号を強調する係数となる。これによりノイズを低減しつつエッジの強調を組み合わせボケをおさえることを実現している。

ハイパスの特性をもたせたクロネッカー L1 フィルタの係数  $\alpha$  を表 5、 $\alpha'$  を表 6 に、 $\beta$  を図 8 に、 $\beta'$

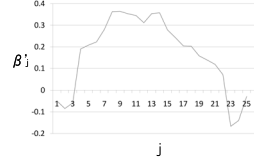
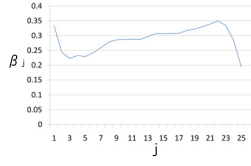


図 6: ローパススイッチングクロネッカー L1  $\beta$  図 7: ローパススイッチングクロネッカー L1  $\beta'$

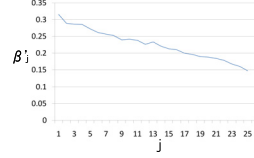
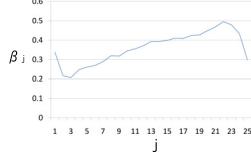


図 8: ハイパススイッチングクロネッカー L1  $\beta$  図 9: ハイパススイッチングクロネッカー L1  $\beta'$

を図 9 に示す.  $\alpha, \alpha'$  はラプラシアンに近い係数となる.  $\beta'$  は信号を平坦化,  $\beta$  は信号を強調しつつもノイズは低減する係数となる. これよりソフトスイッチングを利用した周波数選択性を効果的に使った L1 フィルタを実現することを示す.

## 7 むすび

L1 フィルタをスイッチング L1 フィルタに拡張し, LMS アルゴリズムを用いて最適化することで, 低周波域および高周波域に対応し, ロバストな L1 フィルタを実現することを示した. また構築した L1 フィルタの出力画像を MSE および相関係数を用いた評価により従来のフィルタより, 理想の出力画像に近い出力を出せることを示した.

## 参考文献

- [1] F. Palmieri and C. G. Boncelet, “L1-Filters-A New Class of Order Statistic Filters”, IEEE Trans. Signal Process., Vol.37, No.5, pp.691–701, May 1989.
- [2] 田口 亮, 目黒 光彦, “ロバスト性の高い適応型順序統計フィルタ”, 電子情報通信学会論文誌, Vol.J80-A No.11, pp.2049–2053, Nov., 1997.
- [3] 田口 亮, 根岸 英知, “データ依存型 L1-フィルタによる画像処理”, 電子情報通信学会論文誌, Vol.J79-A No.8, pp.1485–1487, Aug., 1996.
- [4] B. Widrow and Samuel D. Stearns, Adaptive Signal Processing, Printice Hall, 1985.
- [5] Qin Liu, J. Astola and Y. Neuvo, “An Improved Kronecker L1 Filtering Algorithm”, Systems Engineering, 1991.

表 1: 各フィルタ出力画像の MSE 評価

|                 | MSE     |        |          |        |
|-----------------|---------|--------|----------|--------|
|                 | Lowpass |        | Highpass |        |
| Window Size     | 3 × 3   | 5 × 5  | 3 × 3    | 5 × 5  |
| FIR             | 119.92  | 115.41 | 729.36   | 639.01 |
| OS              | 51.71   | 112.14 | 685.22   | 692.40 |
| Kronecker L1    | 51.29   | 93.83  | 660.70   | 577.85 |
| L1              | 40.53   | 63.43  | 529.10   | 481.62 |
| SW Kronecker L1 | 49.67   | 63.22  | 550.30   | 473.85 |
| SW L1           | 32.83   | 45.831 | 436.27   | 390.39 |

表 2: ハイパス出力画像の相関係数による評価

|                 | 相関係数  |       |       |       |
|-----------------|-------|-------|-------|-------|
|                 | 3 × 3 |       | 5 × 5 |       |
|                 | 平坦    | エッジ   | 平坦    | エッジ   |
| FIR             | 0.202 | 0.659 | 0.278 | 0.737 |
| OS              | 0.189 | 0.562 | 0.236 | 0.518 |
| Kronecker L1    | 0.442 | 0.708 | 0.428 | 0.774 |
| L1              | 0.487 | 0.728 | 0.517 | 0.776 |
| SW Kronecker L1 | 0.560 | 0.704 | 0.547 | 0.780 |
| SW L1           | 0.598 | 0.783 | 0.606 | 0.816 |

表 3: ローパスクロネッカー L1  $\alpha$

|         |        |        |        |         |
|---------|--------|--------|--------|---------|
| 0.0306  | 0.0187 | 0.039  | 0.0425 | -0.0045 |
| 0.0024  | 0.2371 | 0.5045 | 0.1359 | -0.0287 |
| -0.0962 | 0.3054 | 1.0972 | 0.2988 | -0.1016 |
| -0.0409 | 0.1389 | 0.5217 | 0.2514 | -0.0230 |
| -0.0248 | 0.0339 | 0.0248 | 0.0342 | 0.0446  |

表 4: ローパスクロネッカー L1  $\alpha'$

|        |        |        |        |        |
|--------|--------|--------|--------|--------|
| 0.2396 | 0.2404 | 0.2412 | 0.2410 | 0.2376 |
| 0.2419 | 0.2378 | 0.2316 | 0.2392 | 0.2370 |
| 0.2395 | 0.2370 | 0.2066 | 0.2340 | 0.2418 |
| 0.2406 | 0.2385 | 0.2334 | 0.2386 | 0.2360 |
| 0.2401 | 0.2401 | 0.2424 | 0.2393 | 0.2387 |

表 5: ハイパスクロネッカー L1  $\alpha$

|         |         |         |         |         |
|---------|---------|---------|---------|---------|
| 0.0413  | -0.1426 | -0.2353 | -0.0387 | 0.0513  |
| -0.0698 | 0.0140  | 0.2838  | -0.1943 | -0.0443 |
| -0.3150 | -0.1397 | 1.653   | -0.1701 | -0.3333 |
| -0.069  | -0.1938 | 0.2692  | 0.0464  | -0.1228 |
| 0.0165  | -0.0245 | -0.2605 | -0.1032 | 0.0595  |

表 6: ハイパスクロネッカー L1  $\alpha'$

|         |         |         |         |         |
|---------|---------|---------|---------|---------|
| -0.0296 | 0.0242  | 0.0728  | -0.0185 | -0.0428 |
| -0.0464 | 0.0457  | 0.2238  | 0.0546  | -0.0602 |
| 0.06394 | 0.2507  | -1.0225 | 0.2640  | 0.0539  |
| -0.0658 | 0.0309  | 0.2313  | 0.0407  | -0.0510 |
| -0.0539 | -0.0127 | 0.0540  | 0.0195  | -0.0404 |