

物体まわりの流れの並列有限要素解析

日大生産工(院) 酒井 将之
日大生産工 角田 和彦
都立産技高専 三浦 慎一郎

1. はじめに

近年の高度情報化により、PC(Personal Computer)の性能は向上してきたが、一方で演算クロック周波数の限界ともいわれている。その様な状況において、現在ではマルチコア CPU が主流となりつつある。また、PC クラスタなどの分散メモリ型並列計算システムも注目されてきている [1]。

数値流体シミュレーション [2] の分野において、並列計算システムを利用することにより、高速に演算処理を終えることが可能となることから、並列化技術を用いることは不可欠である [3][4]。

本論文では、3次元物体まわりの流れの問題に対し、直列に配列された2円柱モデル (Model1) [5] とビルモデル (Model2) [6] に対する流れ現象を解析するための数値解析手法として、指数関数型 Petrov-Galerkin 並列有限要素法を適用し、時間積分の高精度化を図るために2次精度 Adams-Bashforth 法を導入する [2][3]。

また、PC クラスタを行う際の並列化手法として領域分割法 [4][7] によるモデル解析を導入し、MPI による並列化ライブラリを利用している [8]。

2. 基礎微分方程式

非圧縮粘性流体に対する微分方程式として、Navier-Stokes 方程式と連続の式を用いる。また、得られた式の時間微分項に対し、Fractional step 法を利用し、圧力場と速度場に分解すると、次式を得る。

$$\dot{u}_i(\tilde{u}_i, u_i^n) + u_j u_{i,j} = \frac{1}{Re} u_{i,jj} \quad (1)$$

$$\dot{u}_i(u_i^{n+1}, \tilde{u}_i) = -p_i^{n+1}, \quad u_i^{n+1} = 0 \quad (2)$$

ただし、Re は Reynolds 数、 u_i^n は n 時間 step での u_i の値、 p_i^{n+1} は (n+1)step での圧力を表わす。

3. 指数関数型 Petrov-Galerkin 有限要素法

高レイノルズ数の流れ解析に対しても安定した数値解を得るために、式 (1) に指数関数を重み関数とした Petrov-Galerkin 法に基づく有限要素スキームを適用する。式 (1) の重み付き残差法を適用し、未知関数の近似により積分形式の有限要素方程式が得られ、時間進行スキームとして2次精度の Adams-Bashforth 法を適用すると次式を得る。

$$M_{\alpha\beta} \frac{\tilde{u}_{i\beta} - u_{i\beta}^n}{\Delta t} = \frac{1}{2}(3F_{i\alpha}^n - F_{i\alpha}^{n-1}) \quad (3)$$

ただし、 $F_{i\alpha}$ は次式で定義される。

$$F_{i\alpha} = -(K_{\alpha\beta} + D_{\alpha\beta})u_{i\beta} + f_{i\alpha} \quad (4)$$

4. 並列計算ライブラリ

PC クラスタで用いられる並列計算ライブラリとして、MPI(Message Passing Interface) がある [8]。

MPI は C または Fortran 77 の並列プログラミング用ライブラリであり、分散メモリ型の並列計算機による解析として、商用ベンダなどでも標準的に用いられる。

本研究では、並列有限要素法を行うにあたり、MPICH を利用している。

5. 計算例及び結果

5-1. 解析条件

Table1 に本研究で用いた計算条件を示す。Model1(2円柱モデル)の流れで用いた有限要素メッシュは、総節点数 76,342、総要素数 68,536 であり、Model2(ビルモデル)の流れで用いた有限要素メッシュは、総節点数 473,964、総要素数 448,109 である。

Table1. A summary of the parameter

Model	Re	Nodes	Elements	Δt	α_i
Model1	10^3	76,342	68,536	0.01	0.20
Model2	7,900	473,964	448,109	0.01	0.20

Parallel Finite Element Analysis of Flows around 3D Bodies

Masayuki SAKAI, Kazuhiko KAKUDA and Shinichiro MIURA

また、Table2 に本研究でのシステム環境を示す。

Table2. System requirements

CPU	Core2DUO 2.4GHz
Memory	1024MB
Cache Size	4MB × 2
OS	Fedora Core5

5 - 2 . 解析モデル

Metis により分割されたモデルを、PMVIS^[9] を用いて Fig.1 と Fig.2 に示す。

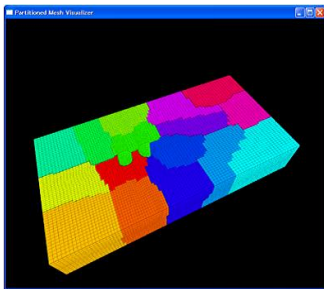


Figure1.Domain division by metis (Model1,division into 16)

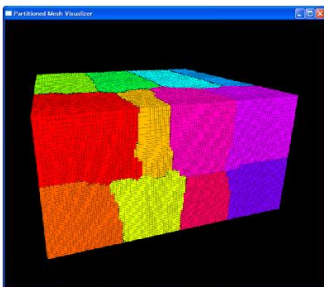


Figure2.Domain division by metis (Model2,division into 16)

5 - 3 . 計算時間

分割数による計算時間の比較を、Fig.3 と Fig.4 に示す。

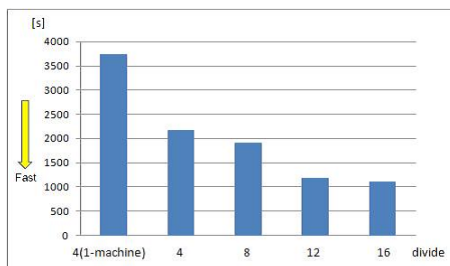


Figure3.Comparison of computational time(Model1)

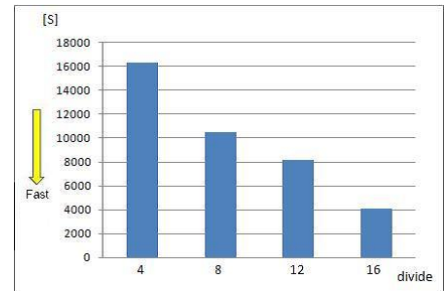
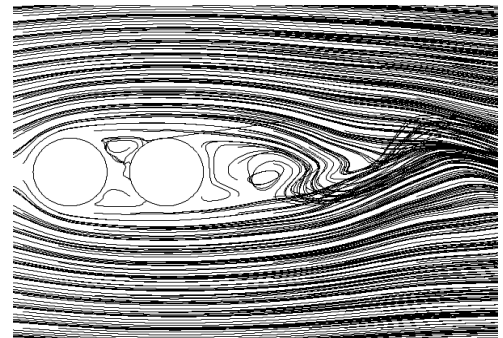


Figure4.Comparison of computational time(Model2)

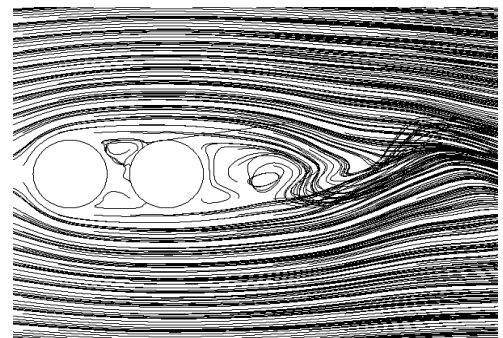
5 - 4 . 解析結果

Fig.5 と Fig.6 において、Case1 は 4 分割のデータを 1 台で計算し、Case2 と Case3 は 4 分割と 16 分割のデータを、4 台で並列化した流線及び圧力を可視化した図である。

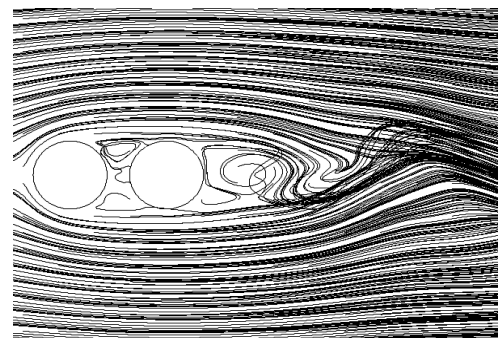
Fig.5 では、MODEL1 における流れ場を示す。



(a) Case1



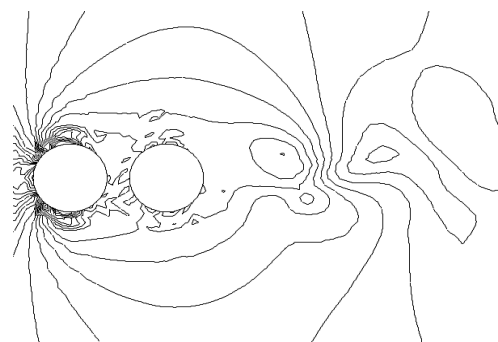
(b) Case2



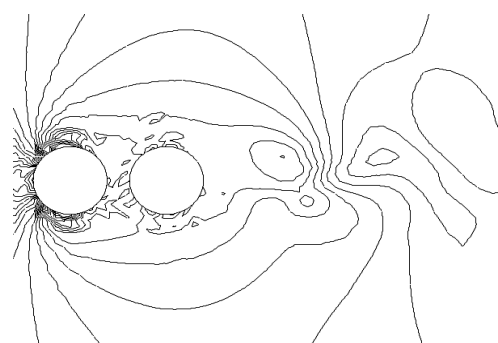
(c) Case3

Figure5. Instantaneous streamlines(Model1)

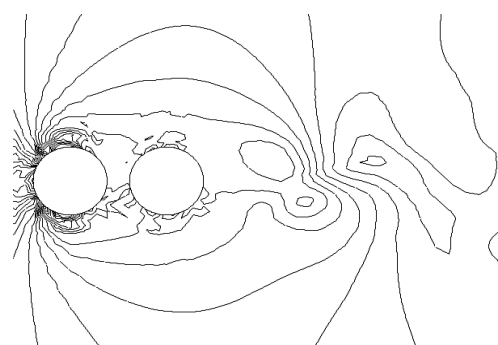
また、Fig.6 では MODEL1 における圧力場を示す。



(a) Case1



(b) Case2

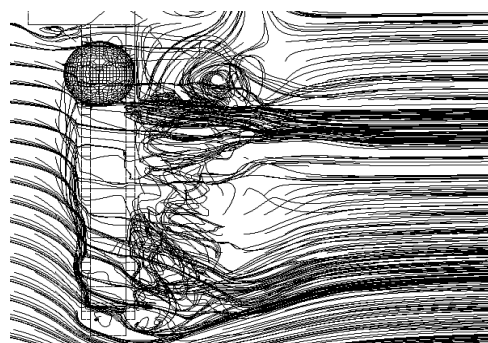


(c) Case3

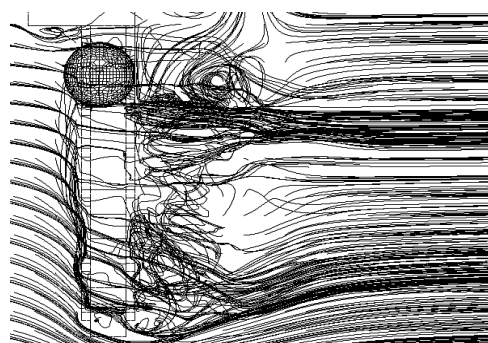
Figure6. Instantaneous pressure fields(Model1)

Fig.7 と Fig.8 において、Case1 と Case2 は 4 分割と 16 分割のデータを、4 台で並列化した流線及び圧力を可視化した図である。

Fig.7 では、MODEL2 における流れ場を示す。



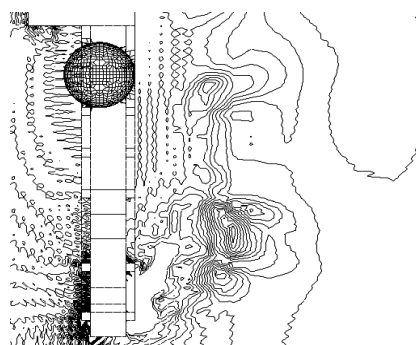
(a) Case1



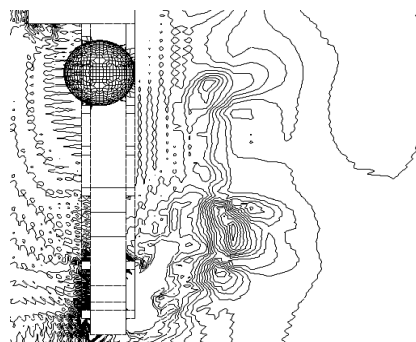
(b) Case2

Figure7. Instantaneous streamlines(Model2)

また、Fig.8 では MODEL2 における圧力場を示す。



(a) Case1



(b) Case2

Figure8. Instantaneous pressure fields(Model2)

MODEL1 における、4 台並列化した時の分割数による円柱後方部分の主流方向 (X 方向) への速度を Fig.9 に示す。

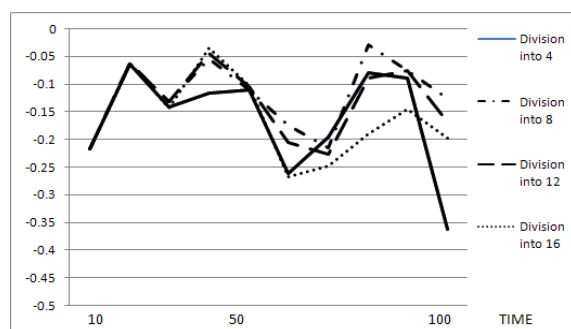


Figure9. Flow to the mainstream direction(Model1)

MODEL2 における、4 台並列化した時の分割数による階段付近の主流方向 (X 方向) への速度を Fig.10 に示す。

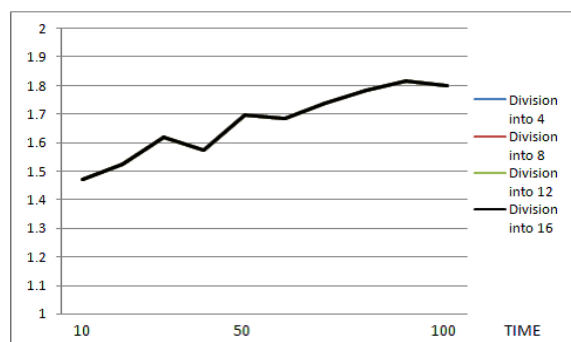


Figure10. Flow to the mainstream direction(Model2)

6 . おわりに

並列有限要素解析として、領域分割による数値計算法を導入し、分割数による計算時間の効率化などを示してきた。計算する PC の台数や分割数を増やすことで、より効率的に計算を行うことができ、得られた結果から以下の点が明らかとなった。

- ・ Fig.3 から、Model1 における計算時間として、1 台から 4 台に増えた場合、約 1.9 倍の速さとなった。4 台の 4 分割を基準とする分割数による計算時間として、8 分割で約 1.1 倍、12 分割で約 1.8 倍、16 分割で約 1.9 倍の速さとなった。

- ・ Fig.4 から、Model2 における 4 台の 4 分割を基準とする分割数による計算時間として、8 分割で約 1.6 倍、12 分割で約 2.0 倍、16 分割で約 4.0 倍の速さとなった。Model2 の場合、節点数が多いため、1 台

では計算がオーバーフローしてしまうことから、並列化の優位性が確認された。

- ・ Fig.5 から Fig.8 によって、MODEL1,2 の流れ場と圧力場は、分割数によって大幅に変化することはないことが確認された。

- ・ Fig.9 から、並列化する台数を変えても、分割数が同数であれば解析結果は変わらないということが確認された。

- ・ Fig.10 から、分割の仕方によって、分割数を変えても解析結果は変わらないということが確認された。

今後の課題として、実験値との比較を行ったり、より大規模な解析を行うことを検討する。

参考文献

- [1] 檜山和男・西村直志・牛島省, "並列計算入門", 丸善,(2003)
- [2] 角田和彦・登坂宣好, "非定常非圧縮粘性流れ問題の指数関数型 Petrov-Galerkin 有限要素法", 日本建築学会構造系論文報告集,439,(1992),189-198
- [3] 三浦慎一郎, "並列有限要素法による乱流の LES 解析", 第 39 回日本大学生産工学部学術講演概要 ,(2006),81-84
- [4] 奥田洋司・中島研吾, "並列有限要素解析 [1] クラスタコンピューティング", 培風館,(2004)
- [5] 田中裕一, "直列に配列した 2 円柱まわりの流れに関する研究", 法政大学大学院工学研究科紀要 ,(2005)
- [6] 村松良浩, "フジテレビ本社ビル周辺の流れの有限要素解析", 平成 18 年度卒業研究論文,(2007)
- [7] 矢川元基, 奥田洋司, "計算力学 [4] 計算力学における超並列計算法", 養賢堂,(2002)
- [8] P・パチェコ, "MPI 並列プログラミング", 培風館,(2001)
- [9] PMVIS, Partitioned Mesh Visualizer
"http://www-users.cs.umn.edu/~oztekin/pmvis/"