有限要素法による CFRP アイソグリッド円筒殻の非線形解析と実験

日大生産工（院） ○竿尾 周太郎　　日大生産工　邉 吾一　　日大生産工（院） 岸谷 直美

1. 緒　　言

現在，CFRP などの複合材料が航空宇宙分野に用いられており，その主な使用目的としては次世代の航空宇宙システムに必要とされる航空宇宙構造の軽量化や高効率化を容易に達成させるためである．また，航空宇宙構造のデザインについても，軽量で高効率の機能を提供するために様々な補強シェル構造が提案され使用されてきた．その補強シェル構造の一つに，薄い外板と三角形の繰り返しパターンの補強リブからなるアイソグリッド構造がある．

アイソグリッド構造の多くは金属材料が用いられており，ペイロードフェアリングやエンジンダクト，宇宙ステーションモジュールなどに使用されていた．その製造方法としては，厚板を三角形補強リブが残るよう機械加工し，化学研磨技術を用い表面を研磨する．この製造工程は多くの時間を要し，材料の使用効率が悪く，高コストとなる．また，アイソグリッド補強した薄肉円筒殻（アイソグリッド円筒殻）を製造するには，更に曲げ加工や接合などの工程を要するため，非常に手間がかかり，接合部で強度的不安定になることか懸念される．そこで，Thomas D. Kim は使用材料に CFRP を用い FRP 一体成形技術を用いることで継ぎ目のない CFRP 製のアイソグリッド円筒殻の製造の開発を行い，成功を収めている[1]．また，Thomas D. Kim によるとアイソグリッド構造に CFRP を用いることにより，金属材料を用いた場合に生じる製造方法の問題点を解消できるだけでなく，アイソグリッド構造の更なる可能性に繋がることを示唆している．その主な理由としては，更なる軽量化や高剛性化を図れると共に，補強リブに生じる応力が補強材長さに沿って指向性がある場合，剛性及び強度が大きい CFRP を用いることで，材料特性を十分に発揮出来ることによる．

本研究では，Thomas D. Kim によって報告された成形法について，改良を施し成形した CFRP アイソグリッド円筒殻の静的軸圧縮試験を行った．静的軸圧縮試験を行う目的としては，補強リブの座屈，表面層の座屈，または構造全体の不安定現象などの様々な破壊モードを確認することと，補強効果を確認するためである．本報では，FEM 解析により実験との比較・評価を行い，その結果について報告する．

2. 静的軸圧縮試験方法

試験は 2 種類の CFRP アイソグリッド円筒殻（表面層の巻き角 60°の試験体を Iso-60，90°を Iso-90 とする）を各々5 体ずつ行った．試験体の寸法平均値を Table 1 に示す．尚，CFRP アイソグリッド円筒殻の成形方法は文献 2)に示す．端部割れ防止のために試験体両端部を外側から GFRP で補強した．

静的軸圧縮試験は，オートグラフ試験機を用い負荷速度は 0.5mm/min で行った．ひずみは試験体外表面の胴部に二軸ゲージを 180°間隔に 2 箇所，試験体外表面以外に，一軸ゲージをヘリカル方向補強材に 3 箇所，フープ方向補強材に 2 箇所貼り，計 9ch でひずみを計測した．

Table 1 Average Sizes of Test Specimens

	Iso-60	Iso-90
Shell Length [mm]	135.1	137.5
Inner Diameter [mm]	110.8	108.5
Plate Thickness [mm]	0.6	0.8
Stiffener Width [mm]	2.2	2.0
Stiffener Height [mm]	3.2	2.5

3. F E M 解 析

3.1 解析モデル　解析には汎用有限要素法プログラムである ANSYS ver.11.0 を用いた．CFRP アイソグリッド円筒殻のモデル化については，2 通りの手法が考えられる．一つの手法として，表面層と補強リブの節点を共有することで，単一の積層シェルもしくは積層ソリッド要素のみでモデル化する手法である．もう一つの手法は，表面層と補強リブを個別に積層シェルもしくは積層ソリッド要素でモデル化し，両者を接触要素やインターフェース要素などで重ね合わせる手法である．前者の手法では，層間の挙動は表現できないがモデル化は非常に容易となり，モデル規模も抑えることが出来るため解析は少ない計算時間で実行できる．一方，後者の手法では，層間の挙動を表現できるがモデル化が非常に複雑になり，また層間での非線形挙動を考慮すると計算時間が増大する傾向となる．本研究では，層間は固着状態で剥離は生じないと仮定し，表面層，補強リブとも単一の積層シェル要素でモデル化した．使用要素は 4 節点有限ひずみシェル要素 SHELL181 を用いた．また，解析モデルについて，試験体の CFRP アイソグリッド円筒殻は 45°おきに周期対称性を持つ構造で，更に，境界条件も周期対称性を有していることから，解析モデルは基本セクタだけをモデル化する周期対称モデルとした(Fig. 1)．周期対称モデルとすることで，360°モデル化するフルモデルに対し 1/8 領域のモデルとなり，解析時間を短縮できる．使用材料の物性値は Table 2 に示すカタログ値を用い，円筒殻両端境界条件は単純支持とした．この解析モデルにおける節点数は 5,531 で要素数は 5,064 である．

Nonlinear Analysis and Experiment of CFRP Isogrid Cylindrical Shells by Finite Element Method

Shutaro SAO, Goichi BEN and Naomi KISHITANI

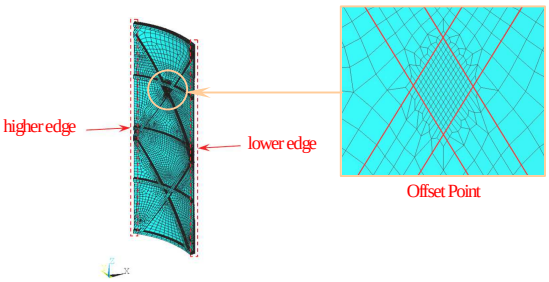


Fig.1 CFRP Isogrid Cylindrical Shells Model in FEM Analysis.

Table 2 Material Properties of CFRP

		Tensile	Compressive
Longitudinal Modulus [GPa]	E_X	142	129
Transverse Modulus [GPa]	E_Y	8.8	9.3
	E_Z	8.8	9.3
Shear Modulus [GPa]	G_{XY}	4.2	
	G_{YZ}	3.3	
	G_{XZ}	4.2	
Poisson's Ratio	ν_{XY}	0.32	
	ν_{YZ}	0.40	
	ν_{XZ}	0.32	

今回，上述した解析モデルを用いて周期対称固有値座屈解析と周期対称幾何学的非線形解析を行った．また，幾何学的非線形解析の結果から，複合材料の破損則を用いて破壊基準を満たす荷重及び破損箇所の特定を行った．用いた破損則は最大応力説と Tsai-Wu 則である．ここで，双方の破損則について面内応力成分のみで破壊の判定を行うため，面外方向に対応する強度値 F_{ZT}, F_{ZC}, F_{YZ}, F_{XZ} に対し非常に大きな値を適用した．破壊判定に使用した材料強度値を Table 3 に示す．また，二次元応力状態における Tsai-Wu 則を式 (1)，(2) に示す．

$$\zeta = F_{11}\sigma_X^2 + F_{22}\sigma_Y^2 + F_{44}\sigma_{XY}^2 + C_{XY}F_{12}\sigma_X\sigma_Y + F_1\sigma_X \tag{1}$$

$$\left.\begin{aligned} F_{11} &= \frac{-1}{F_{XT}F_{XC}},\ F_{22} = \frac{-1}{F_{YT}F_{YC}},\ F_{44} = \frac{1}{F_{XY}{}^2} \\ F_{12} &= \sqrt{F_{11}F_{22}},\ F_1 = \frac{1}{F_{XT}} + \frac{1}{F_{XC}} \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

式 (1)，(2) より，面内連成係数 C_{XY} の決定を行わなければならないことが分かる．今回，Tsai-Wu 則による破損評価を行う際，最も適用されることが多い相互干渉項 F^*_{XY}=−0.5 に対応させるため，面内連成係数の値に−1 を適用した．

Table 3 Failure Criteria Information of CFRP

		Tensile	Compressive
Longitudinal Strength [MPa]	F_X	2950	1570
Transverse Strength [MPa]	F_Y	79	190
Shear Strength [MPa]	F_{XY}	140	

3.2 周期対称解析　周期対称解析の解法について重合セクタ法を使用した．重合セクタ法では，Fig. 1 に示す基本セクタと同一座標に要素を複写して重合セクタを生成し，基本セクタと重合セクタの下位エッジと上位エッジ上の節点を，式 (3) に示す拘束方程式により結合することで，それぞれの節直径数に対応した周期対称適合境界条件を適用する．

$$\begin{Bmatrix} u'_A \\ u'_B \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos k\alpha & \sin k\alpha \\ -\sin k\alpha & \cos k\alpha \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_A \\ u_B \end{Bmatrix} \tag{3}$$

ここで，u'_A 及び u'_B はそれぞれ基本セクタ及び重合セクタの下位エッジ上の節点変位で，u_A, u_B は基本セクタ及び重合セクタの上位エッジ上の節点変位である．α はセクタ角で，セクタ数 N と $\alpha = 2\pi/N$ の関係がある．また，k は調和インデックスであり，セクタ数 N と次式の関係がある．

$$k = 0,1,2\cdots \begin{cases} N/2 & \text{if N is even} \\ (N-1)/2 & \text{if N is odd} \end{cases} \tag{4}$$

また，節直径数 d とセクタ数 N，調和インデックス k との間には次式の関係がある．

$$\begin{aligned} &d = m\cdot N \pm k \\ &\text{where} \quad m = 0,1,2,\cdots,\infty \end{aligned} \tag{5}$$

本研究で扱う CFRP アイソグリッド円筒殻の解析モデルについては，セクタ角は $\pi/4$ であるからセクタ数は N=8 となり，周期対称固有値座屈解析では式 (3)，(4) より，k=0~4 のそれぞれの調和インデックスに対し，周期対称適合境界条件を適用し求解を行う．ここで、式 (5) から，それぞれの調和インデックスごとの変形モード形状を調べると，k=0 では周期対称変形モード形状，k=4 では周期逆対称変形モード形状となることが分かる．しかし，k=1~3 の周期対称適合境界条件では退化した変形モード形状が現れ，CFRP アイソグリッド円筒殻の幾何形状を考慮すると，k=1~3 の解は無視することが出来る．したがって，周期対称固有値座屈解析では調和インデックス 0 及び 4 に対してのみ解を求めた．

周期対称幾何学的非線形解析では，k=0 についてのみ解析が可能であり，また，解析モデルのエッジ上で連続性を保つため上位エッジと下位エッジ上の節点座標が適合していなければならない．したがって，解析モデルに適用できる初期不整としては周期対称初期不整のみであり，その他の初期不整については適用出来ない．そこで，本研究ではまず，初期不整を適用せず座屈前変形を利用して周期対称幾何学的非線形解析を行った．

3.3 固有値座屈解析　アイソグリッド構造の理論座屈強度及び座屈モード形状を予測するため固有値座屈解析を実施する．固有値座屈解析の支配方程式は次式で表される．

$$(\mathbf{K}_0 + \lambda_i \mathbf{K}_\sigma)\mathbf{u}_i \equiv \mathbf{0} \tag{6}$$

ここで，$\mathbf{K}_0$ は微小変位の剛性マトリクス，$\mathbf{K}_\sigma$ はストレススティフニングマトリクス，λ_i は i 次の固有値，$\mathbf{u}_i$ は i 次の固有ベクトルである．今回，式 (6) の解法について，Block Lanczos 固有値抽出法を使用し，Lanczos 反復により最低次モードのみの抽出を実行した．但し，3.2 節で述べたとおり，調和インデックス 0 及び 4 に対して固有値抽出を実行するため，固有値座屈解析の解としては，低い座屈下限を与える調和インデックスの解を採用した．

3.4 非線形解析　幾何学的非線形解析において t 番目の増分ステップの非線形支配方程式は次式となる．

$$\mathbf{R}(\mathbf{u}_t, \mathbf{f}_t) = \mathbf{f}_t - \mathbf{F}(\mathbf{u}_t) = \mathbf{0} \tag{7}$$

ここで，$\mathbf{R}(\mathbf{u}_t,\mathbf{f}_t)$，$\mathbf{f}_t$，$\mathbf{F}(\mathbf{u}_t)$，$\mathbf{u}_t$ は増分ステップ(t)での残差ベクトル，外荷重ベクトル，復元力ベクトル，節点変位ベクトルである．また，増分ステップ(t)での外荷重ベクトル，節点変位ベクトルについて次式の関係がある．

$$\left.\begin{aligned}\mathbf{f}_t &= \mathbf{f}_{t-1} + \Delta\mathbf{f}_t \\ \mathbf{u}_t &= \mathbf{u}_{t-1} + \Delta\mathbf{u}_t\end{aligned}\right\} \tag{8}$$

$\mathbf{f}_{t-1}$，$\mathbf{u}_{t-1}$ は既知である増分ステップ(t-1)での外荷重ベクトル，節点変位ベクトルで，$\Delta\mathbf{f}_t$，$\Delta\mathbf{u}_t$ は増分ステップ(t-1)の時点$(\mathbf{u}_{t-1},\mathbf{f}_{t-1})$からの荷重増分ベクトル，節点変位増分ベクトルである．本解析では変位制御による釣合い経路追跡法を用い，節点変位ベクトル$\mathbf{u}_t$の成分の中から，円筒殻上端の軸方向節点変位に相当する成分$\mathbf{u}^*_t$に一連の節点変位増分ベクトル$\Delta\mathbf{u}^*_t$を与え，式（7）の解$(\mathbf{u}_t,\mathbf{f}_t)$を求めたが，変位増分$\Delta\mathbf{u}^*_t$=0.1[mm]として解析を行った．

変位制御による釣合い経路追跡法では，$\mathbf{u}_t$の成分の中の$\mathbf{u}^*_t$に相当する成分と，外荷重ベクトル$\mathbf{f}_t$を入れ換え，未知変数ベクトルを次式のように新たに定義する．

$$\Psi_t = \left(\mathbf{f}_t, \bar{\mathbf{u}}_t\right)^{\mathrm{T}} \tag{9}$$

ここで，$\bar{\mathbf{u}}_t$は未知節点変位ベクトルである．未知変数ベクトルを用いると，式（7）は

$$\mathbf{R}(\Psi_t,\Delta\mathbf{u}^*_t) = \mathbf{0} \tag{10}$$

という未知変数 n 個の n 次元非線形連立方程式となる．式（10）の数値解法に Newton-Raphson 法を用いることで，反復回数 r での反復計算式は次式となる．

$$\Psi_t^r = \Psi_t^{r-1} - \mathbf{J}_t^{r-1^{-1}}\mathbf{R}(\Psi_t^{r-1},\Delta\mathbf{u}^*_t) \tag{11}$$

ここで，$\mathbf{J}_t^{r-1}$は時点$(\Psi_t^{r-1},\Delta\mathbf{u}^*_t)$におけるヤコビアンマトリクス

$$\mathbf{J}_t^{r-1} = \left[\frac{\partial}{\partial\mathbf{f}} + \frac{\partial}{\partial\mathbf{u}}\right]\mathbf{R}(\Psi_t^{r-1},\Delta\mathbf{u}^*_t) \tag{12}$$

であり，本解析では式（12）をそのまま使用する Full Newton-Raphson 法を使用した．

各反復計算における収束判定条件について，式（13）に示すように外荷重ベクトルに対する残差ベクトルの比が 0.5%未満に収まったとき収束と判定した．判定のためのベクトルノルムは L2-ノルム（式（14））を用いた．

$$\frac{\left\|\mathbf{R}(\Psi_t^r,\Delta\mathbf{u}^*_t)\right\|}{\left\|\mathbf{f}_t^r\right\|} < 0.005 \tag{13}$$

$$\left\|\mathbf{R}(\Psi_t^r,\Delta\mathbf{u}^*_t)\right\| = \sqrt{\sum_{j=1}^{N} R_j^2} \tag{14}$$

また，反復回数が 12 を超えた場合，前回の反復計算で収束困難と予想された場合，負のピボットが生じた場合，節点変位が上限を超えた場合のいずれかの状態に陥った際，その増分ステップでは発散とみなし，バイセクション法により変位増分を半分にして解析を続行した．

本解析では，バイセクション法により節点変位増分が 4[μm]を下回った場合，もしくは$\mathbf{u}^*_t$の一連の成分が 4[mm]に到達した場合に解析を終了した．

4. 試験及び解析結果

4.1 応力特異点　CFRP アイソグリッド円筒殻の解析モデルについて，形状の不連続点や角点が数多く存在することから，応力特異点に成り得る箇所について検討を行った．その主な目的については，幾何学的非線形解析では破壊判定を行うため，特異点近傍で応力状態を評価することは破損荷重の過小評価に繋がる可能性があり，それを避ける対策手法を設けるためである．特に，ヘリカル方向補強材交差部，つまりオフセット部（Fig.1 に示す菱形領域）に於いては応力集中部であり，応力勾配が大きいため，特異点が存在する場合には注意が必要となる．そこで，本解析ではオフセット部についてのみ具体的な対策を設けることとした．

Fig.1 に示す解析モデルのオフセット部での要素数を 144(12×12)とし，その他に，要素数を 16(4×4)，1024(36×36)とした 3 タイプの解析モデルを作成し静的線形解析を行った．その結果，要素数を増すほどオフセット部の角点での応力値が高くなり，更に角点近傍での要素数を増やしても解は収束せず発散傾向を示した．したがって，オフセット部の角点は特異点であることが分かり，厳密に応力を求めることが出来ない．ただし，3 タイプの全ての解析モデルに於いて，特異点近傍の変位成分は一定値に収束したことから，要素分割数は十分と見なす事が出来る．また，特異点近傍以外の領域では，3 タイプの全ての解析モデルに於いて応力成分は一定値に収束した．したがって，オフセット部での応力状態の評価は，特異点近傍は除外し，応力成分が収束した領域で行うこととした．

4.2 比較・検討　各円筒殻における試験及び非線形解析結果について，荷重-軸方向変位線図を Fig.2 に，表面層における荷重-軸方向ひずみ線図を Fig.3 に，ヘリカル方向補強材における荷重-ひずみ線図を Fig.4 にそれぞれ示す．Fig.2，Fig.3 及び Fig.4 から試験結果と解析結果の挙動は，Iso-90 の方が解析結果と少し離れているが，両者はおおむね良い一致を示している．

Fig.2 をみると解析結果では Iso-60，Iso-90 共に約 100kN で構造全体としての不安定現象が現れており，この全体座屈荷重は実験値に対して非常に大きな値となっている．しかし，Iso-60 及び Iso-90 の解析モデルにて，格子で囲まれた表面層での荷重-たわみ線図(Fig.5)を見ると，全体座屈荷重に達する前に表面層の面外たわみが急激に増大する荷重（以後，局所座屈荷重と呼称）が存在することが分かる．また，表面層における荷重-軸方向ひずみ線図(Fig.3)からも，ひずみが急変する荷重が存在していることから同様のことが言える．今回，解析結果から局所座屈荷重を求めるにあたり，表面層での荷重-軸方向ひずみ線図から求める方法と P-δ^2法を用い，結果として両者の方法からは，ほぼ一致した局所座屈値が求まった．

Table 4 に各円筒殻の試験による最大荷重の平均値，固有値座屈荷重，局所座屈荷重及び非線形解析に於いて 2 つの

破損則から求めた破損荷重を示す．但し，実験値については 5 体の試験体の標準偏差もカッコ内に併せて示す．また，Iso-60 及び Iso-90 の固有値座屈荷重については，調和インデックスが 4 での解である．

Table 4 をみると，固有値座屈荷重は実験値に対して非常に大きな値となり，その要因としては固有値座屈解析では構造物に存在する初期不整や非線形挙動を考慮していないためである．したがって，CFRP アイソグリッド円筒殻の解析について，固有値座屈解析だけでは満足いく解を得られないことが明らかである．局所座屈荷重については，Iso-60 と Iso-90 のいずれも固有値座屈荷重よりも実験値に近い値となった．また，Iso-60 と Iso-90 のどちらも最大応力説及び Tsai-Wu 則から求めた破損荷重はおおよそ同じ荷重レベルとなった．その破損箇所について，Iso-60 では格子で囲まれた表面層で，Iso-90 ではオフセット部という結果になった．

局所座屈荷重と破損則を満たす荷重を比較すると，Iso-60 については局所座屈荷重の方が低い値を示し，その局所座屈荷重は実験値に近い値となっている．また，Iso-60 の軸圧縮試験でも表面層で局所的な座屈が生じていることから[2]，実験では表面層で局所座屈が最初に生じたと考えられる．

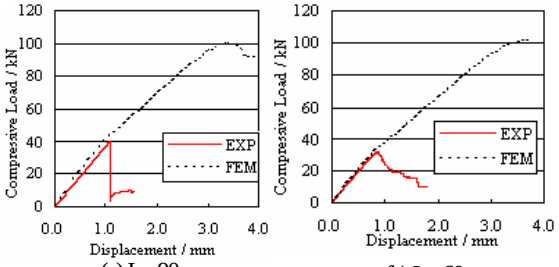
一方，Iso-90 については，破損荷重の方が低い値を示し，その破損荷重は実験値により近い値となっている．また，FEM により得られた破損箇所はオフセット部で，Iso-90 の軸圧縮試験でもオフセット部で損傷が見られていることから[2]，実験ではオフセット部で材料破壊した可能性が高いと考えられる．

以上のことから，FEM による解析で局所座屈荷重及び各種破損則から求めた破損荷重を評価することで，試験時における CFRP アイソグリッド円筒殻の破壊挙動を説明することが可能となった．しかし，今回の解析では，層間は固着状態とし，初期不整を適用していない比較的単純なモデルで解析を行っている．したがって，今後は層間の挙動や初期不整などを考慮したモデルにて解析・評価を行う必要がある．

5. 結　　言

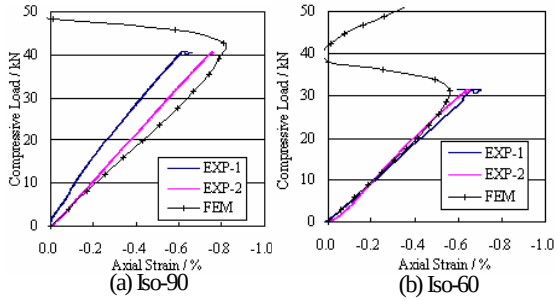
本研究では CFRP アイソグリッド円筒殻の静的軸圧縮試験結果と，有限要素法による解析結果の比較・検討を行った．得られた結論は以下のように整理できる．

- FEM 解析は，荷重に対する変位やひずみの挙動が試験結果と比較的良い一致を示した．
- FEM 解析により，格子で囲まれた表面層で局所座屈が生じることが判明し，また，局所座屈荷重と破損則を評価することで，試験時における CFRP アイソグリッド円筒殻の破壊挙動を説明できた．



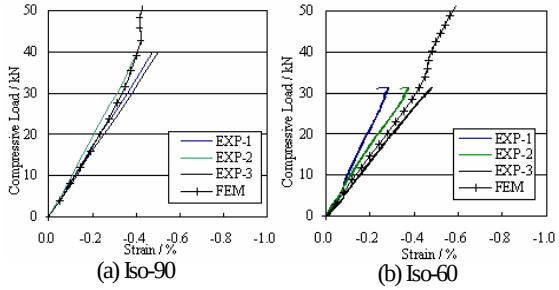
(a) Iso-90　　(b) Iso-60

Fig.2 Load-Displacement Curves for Experimental and FEM Results



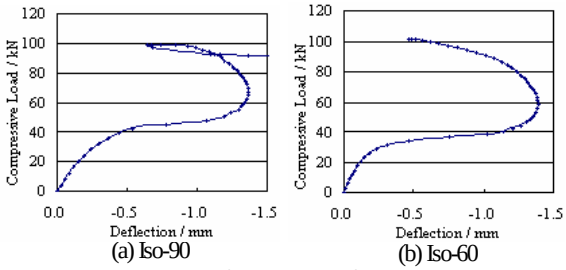
(a) Iso-90　　(b) Iso-60

Fig.3 Load-Axial Strain Curves on Shell Part for Experimental and FEM Results



(a) Iso-90　　(b) Iso-60

Fig.4 Load-Strain Curves on Stiffener Part for Experimental and FEM Results



(a) Iso-90　　(b) Iso-60

Fig.5 Load-Deflection Curves for FEM Results

Table 4 Comparisons of Experimental Results with FEM ones

	Experimental Maximum Load [kN]	Eigenvalue Buckling Load [kN]	Local Buckling Load [kN]	Failuer Load [kN]
Iso-60	30.7 (1.04)	71.5	32.0	38.1*1 38.2*2
Iso-90	37.8 (1.95)	80.6	42.0	40.2*1 40.2*2

*1: Maximum stress criterion　　*2: Tsai-Wu criterion

参 考 文 献

1) Thomas D. Kim：Composite Structure 49 , (2000) ， 21-25

2) 邉，岸谷:第49回構造強度に関する講演会講演集，2007年，pp162-164