

多自由度マニピュレータの軌道追従に関する検討(II)

日大生産工 〇黒岩 孝
日大生産工 松原 三人

1. はじめに

最近、人間や生物を模した動作が可能な機械に関する研究が活発に行われている^[1]。本研究では、回転関節を持つ3自由度マニピュレータの先端部分を、任意の軌道に追従させる手法について検討を行う。

2. 解析法

図1に、検討した3自由度マニピュレータの概略図を示す。マニピュレータは3つの回転関節 $R_1 \sim R_3$ とハンド H を持ち、胴体及び回転関節 R_1 、回転関節 R_1 及び R_2 、回転関節 R_2 及び R_3 、回転関節 R_3 及びハンド H は、それぞれ長さ a_1, a_2, a_3, a_4 のリンクで互いに連結している。ここで、回転関節 $R_1 \sim R_3$ 、及びハンドの中心における座標系を $(x_1, y_1, z_1) \sim (x_4, y_4, z_4)$ で表し、各関節の回転軸を z 方向とする。また、胴体の座標系は (x_0, y_0, z_0) で表す。Denavit-Hartenbergの記法により、胴体の座標系 (x_0, y_0, z_0) とハンドの座標系 (x_4, y_4, z_4) の関係は次式で表される^[2]。

$[x_0 \ y_0 \ z_0 \ 1]^T = {}^0T_4 [x_4 \ y_4 \ z_4 \ 1]^T \dots\dots (1)$
ここで 0T_4 は ${}^0T_4 = {}^0T_1 {}^1T_2 {}^2T_3 {}^3T_4$ なる同次変換行列で、一般には次式で表される。

$${}^{i-1}T_i = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i & 0 & a_i \\ \cos \alpha_i \sin \theta_i & \cos \alpha_i \cos \theta_i & -\sin \alpha_i & -d_i \sin \alpha_i \\ \sin \alpha_i \sin \theta_i & \sin \alpha_i \cos \theta_i & \cos \alpha_i & d_i \cos \alpha_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \dots\dots (2)$$

ただし a_i, α_i, d_i は、それぞれ z_i 軸及び z_{i-1} 軸における共通垂線の長さ、ねじれ角、共通法線の始点までの距離を表す。 θ_i は回転軸まわりのリンクの回転角で、 x_i 軸と x_{i-1} 軸が一致するとき $\theta_i=0$ とする。(1)及び(2)式より、ハンドの中心位置 $(0, 0, 0)$ において、次式が求まる。

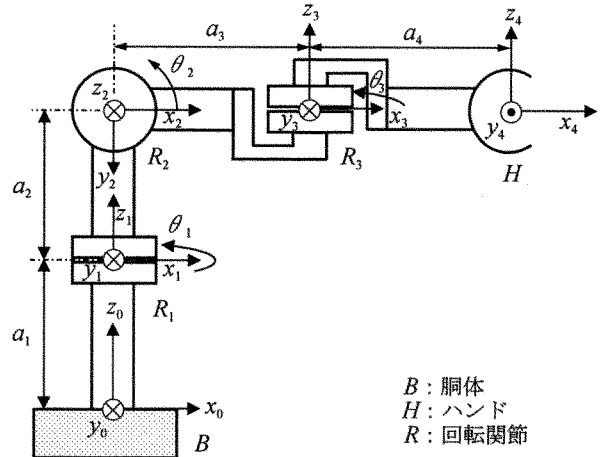


図1 マニピュレータの概略図

$$r = f(q) \dots\dots (3)$$

ただし、

$$q = [\theta_1 \ \theta_2 \ \theta_3]^T, \quad r = [x_0 \ y_0 \ z_0]^T,$$

$$f(q) = \begin{bmatrix} a_1 + a_2 u_1 + a_3 u_1 u_2 + a_4 u_1 u_2 u_3 - a_4 v_1 v_3 \\ a_2 v_1 + a_3 v_1 u_2 + a_4 v_1 u_2 u_3 + a_4 u_1 v_3 \\ -a_3 v_2 - a_4 v_2 u_3 \end{bmatrix}$$

であり、 $u_i = \cos \theta_i, v_i = \sin \theta_i (i=1, 2, 3)$ を示す。(3)式を解析的に解いて r から q を求めるのは難しいため、以下の様にして計算を行う。先ず、(4)式より以下の行列 $J(q)$ を求める^[3]。

$$J(q) = \begin{bmatrix} \partial x_0 / \partial \theta_1 & \partial x_0 / \partial \theta_2 & \partial x_0 / \partial \theta_3 \\ \partial y_0 / \partial \theta_1 & \partial y_0 / \partial \theta_2 & \partial y_0 / \partial \theta_3 \\ \partial z_0 / \partial \theta_1 & \partial z_0 / \partial \theta_2 & \partial z_0 / \partial \theta_3 \end{bmatrix} \dots (5)$$

次に q の計算値を $q[k] = [\theta_1[k] \ \theta_2[k] \ \theta_3[k]]^T$ で表し($k=0, 1, 2, \dots$)、適当な初期値 $q[0]$ を用いて、次式を計算する。

$$q[k+1] = q[k] - J(q[k])^{-1} \{f(q[k]) - r_{ref}\} \dots\dots (6)$$

ただし $r_{ref} = [x_{ref} \ y_{ref} \ z_{ref}]^T$ はハンドを追従させる軌道(以下、目標軌道)を表す。

以下では、数値計算により $q[k]$ を求め、その誤差について検討を行う。

Study on the orbit tracking of the multiple degrees of freedom manipulator (II)

Takashi KUROIWA and Mitsuhiro MATSUBARA

3. 結果

ここでは、リンクの長さをそれぞれ $a_1=45$, $a_2=45$, $a_3=66$, $a_4=26$ とし^[4]、目標軌道を $r_{ref} = [50, 50, 50]$ とした場合について検討を行った (単位はいずれも mm)。先ず、様々な初期値 $q[0]$ を用いて $q[k]$ を計算し、短時間で良好に収束した値を、厳密解の推定値 $\hat{q} = [\hat{\theta}_1 \ \hat{\theta}_2 \ \hat{\theta}_3]^T$ とする (ハンドの物理的拘束を考慮すると、 $|\hat{\theta}_1|, |\hat{\theta}_2|, |\hat{\theta}_3| \leq \pi$ とする必要がある)。

次に、 $q[0]$ を次式

$$q[0] = [\hat{\theta}_1 + \delta\theta \ \hat{\theta}_2 + \delta\theta \ \hat{\theta}_3 + \delta\theta]^T \quad \dots\dots (7)$$

とし、 $q[k]$ を求めた場合について検討を行う。

図3は、 $\delta\theta = 0.2\pi$ とした場合の、 $q[k]$ の収束結果を示す。同図より、いずれの場合も、 $k \geq 5$ において値が収束し、 \hat{q} と良く一致していることがわかる。一方、図4は $\delta\theta = 0.4\pi$ とした場合の結果である。この場合、 $k \geq 5$ において値が大きく変化し、 k が増すと、値は収束するものの、 \hat{q} よりも遙かに大きな値となることを確認している。

図5は、 $\delta\theta = 0.1\pi, 0.2\pi, 0.4\pi$ とした場合の、ハンドの先端部と目標軌道とのずれ $|f(q[k]) - r_{ref}|$ の収束結果を示す。同図より、いずれの場合も、 k が大きくなると、値は0に収束することがわかる。しかし、図3及び図4の結果から、 $|f(q[k]) - r_{ref}| \rightarrow 0$ となる場合でも、必ずしも $q[k] \rightarrow \hat{q}$ とはならないことから、初期値 $q[k]$ は、厳密解に比較的近い値 (この場合には 0.2π 程度) に選ぶ必要があることがわかる。すなわち、ハンドの現在位置における回転角を初期値として、目標とする座標まで、ある程度小刻みにハンドが動くよう、段階的に回転角を求めると、良好な軌道追従を行える可能性があると思われる。

4. まとめ

回転関節を持つ3自由度マニピュレータの先端部分を任意の軌道に追従させるための手法について検討した結果、回転角を求める際の初期値を適切に選ぶことで、マニピュレータは軌道に対し良好に追従する可能性のあることがわかった。

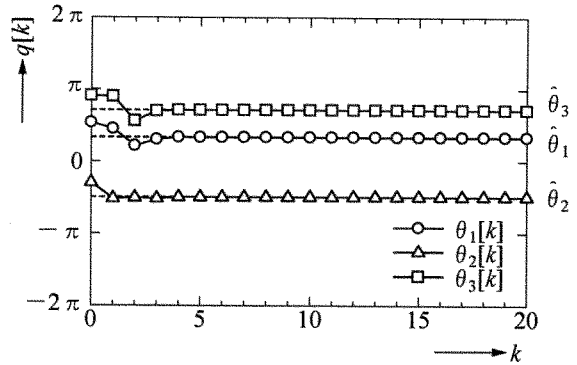


図3 $q[k]$ の収束結果 ($\delta\theta = 0.2\pi$ の場合)

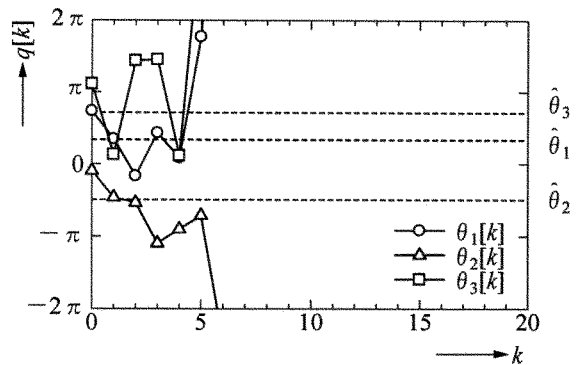


図4 $q[k]$ の収束結果 ($\delta\theta = 0.4\pi$ の場合)

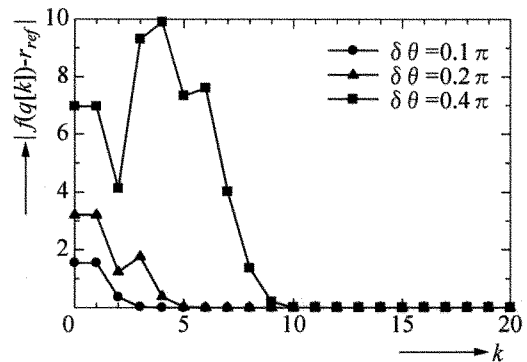


図5 $|f(q[k]) - r_{ref}|$ の収束結果

参考文献

- [1] 日本機械学会編：生物型システムのダイナミクスと制御，養賢堂(2002)
- [2] J.Denavit et al.:J.of Appl. Mech., ASME, pp. 215-221(1955)
- [3] J.J.Uicker et al.:J.of Appl. Mech., ASME, pp.309-314(1964)
- [4] 浅草ギ研HP <http://www.robotsfx.com/>
- [5] 黒岩，松原：第38回学術講演会要旨集，2-18, pp.63-64 (2005)