

モード削除法を適用した無条件安定と等価な陽的数値積分法 —ハイブリッド振動法への適用—

日大生産工 (院) ○谷脇 紗和 日大生産工 (院) 扇谷 匠己
日大生産工 神田 亮

1 序論

構造設計の実務や研究では、構造物の地震や風外乱に対する応答をシミュレーションするために、数値積分法（直接積分法）が用いられる。ここで言う数値積分法とは、二階常微分方程式である振動方程式を解く方法のことで、耐震工学の分野では、Newmark の β 法が有名である。

自由度の高いモデルの振動解析やハイブリッド型実験法などでその用途も多様化しつつあり、多くの手法が提案されている。筆者らは、今から約 10 年前、ハイブリッド式実験法を構造物の空力振動現象に適用したハイブリッド空力振動法¹⁾（以下、HAT）及びニューハイブリッド空力振動法²⁾（以下、NHAT）を提案した。また、この手法に適用する数値積分法を提案し、その有用性を数値実験で示した。

以上のことを踏まえて、本論文ではすでに提案した Modal-Explicit Integration Technique³⁾（以下、MET）を用いてニューハイブリッド空力振動実験を実施し、この数値積分法の有効性を実用的な立場から明らかにすることを目的とする。

2 NHAT と適用する数値積分法 の概念

NHAT とは、実験と解析を組み合わせて、その両者の利点を生かし、一つの現象をシミュレーションするハイブリッド式実験手法を構造物の空力振動現象に適用したものである。この手法では、実験装置を制御し、外力データを取り込みながら離散化された時間上で step-by-step の数値積分を行うため、その実施にあたっては、様々な制約を受ける。した

がって、この手法で数値積分を実施する際には、以下の制約を満たす必要がある。

- ① むやみに積分時間刻み Δt を小さく出来ない。
- ② 収束計算等の繰り返し計算を含んではならない。
- ③ 塑性化や除荷及び再載荷等の急激な応力変化に対しても精度良く追跡できなければならない。
- ④ 次ステップの応答値が陽的に求められなければならない。

ここで提案する数値積分法は、制約②、③、④を考慮した陽な Newmark の β 法を基本としており、構造物の振動特性を考慮してモーダルアナリシスを適用し、各モード応答を求める。この際、全体の応答にはほとんど含まれないが、安定条件に厳しい影響を及ぼすような高次モードの成分は計算しない。よって、条件①に対し、精度を確保することのみを考えて積分時間刻み Δt の大きさを定めることができる。ここで生じる懸念として、モーダルアナリシスは非線形な系には適用できないということである。しかし、MET では、非線形な復元力を常に一定の仮想剛性に寄与する成分と不釣り合い力の成分に分離する。また、一般化座標は仮想剛性に対して定めたものとすることによって、ハイブリッド振動法における制約を受けても非線形挙動を追跡できる手法となる。以下にその計算式を示す。また、図 1 に概念図を示す。ニューハイブリッド振動法においても、外力 f を受け、復元力が非線形な挙動を

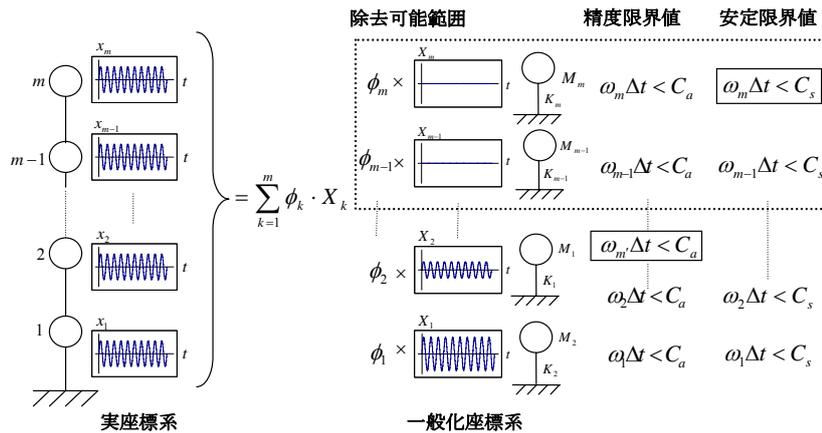


図 1 MET の概念図

Explicit Integration Scheme Equivalent to Unconditionally Stable
in Applying Modal Truncation Technique

Sawa TANIWAKI, Narumi OUGIYA and Makoto KANDA

示す場合の多自由度振動系の運動方程式は、式(1)のように表される。

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + r = f \quad (1)$$

ここに、 m, c は、質量、減衰マトリクス、 \ddot{x}, \dot{x} は、加速度、速度ベクトル、 r は、復元力ベクトル、 f は、外力ベクトルを表す。左辺の項は、すべてコンピュータ内で定められ、右辺項の f のみが、風洞内で測定された模型上に作用する風外力となる。

式(1)を基本として、MET では、外力と復元力の算定の前後に、応答値を座標変換する。また、式(4)～(6)に示すような応答値の計算は、すべて一般化座標系上で行うが、非線形な挙動を示す復元力は、容易に値を求められる実座標系上で算定するのが合理的である。したがって、式(2),(3)に示すような座標変換を行う。

一般化座標系上の変位応答 X を実座標系上の変位ベクトル x に変換する式を次式に示す。

$$x = \sum_{k=1}^m \phi_k^I X_k^I \quad (2)$$

ここに、上付添え字 I は仮想剛性 k^I に対する一般化座標系に関する値、下付添え字 k はモード次数、 ϕ はモードベクトルを表す。また、添え字 m は最高次のモード次数を表す。

モード応答 X_k は x から次式によって求められる。

$$X_k^I = \frac{\phi_k^{I,T} m x}{\phi_k^{I,T} m \phi_k^I} \quad (3)$$

ここに、上付き添え字 T は転置を表す。さらに、加速度と速度についても式(2),(3)と同様な関係が成り立つ。

陽なNewmarkの β 法において、一般化座標系上における変位応答、速度応答、加速度応答は次式によって求められる。

$$X_{i+1}^I = X_i^I + \dot{X}_i^I \Delta t + 1/2 \ddot{X}_i^I \Delta t^2 \quad (4)$$

$$\dot{X}_{i+1}^I = \dot{X}_i^I + 1/2(\ddot{X}_i^I + \ddot{X}_{i+1}^I) \Delta t \quad (5)$$

$$\ddot{X}_{i+1}^I = -M^{I,-1} C^I \dot{X}_{i+1}^I - M^{I,-1} R_{i+1}^I - M^{I,-1} F_{i+1}^I \quad (6)$$

ここで、下付添え字 i は、離散化された時刻歴上のステップ数を表す。また、 M は一般化質量、 K は一般化剛性、 C は一般化減衰、 F は一般化座標系における外力ベクトルを表す。

各モード応答は互いに独立であり、応答値に対して支配的なモードのみを応答計算し、その他は削除可能である。この考え方に基づき、振動数が高く安定条件確保には厳しいが、全応答に対する支配量は少ない高次モードを計算しない。これにより、数値積分法全体では、緩やかな安定条件で精度について満足できる解が得られることが予想できる。この操作は、式(2)において $m = m'$ (m' は、応答に対して支配的な最高次のモード次数)とし、式(3)～(6)の k は1から m' に対し、計算すれば自動的に行える。

以上より、MET は①～④の制約下においてもある程度の精度を有する解を得ることができる。次章以降では、数値実験、NHATを行い、解の精度について検証する。

3 数値実験

本章ではNHATに先立ち、コンピュータのみによる数値実験により、METの精度について検討する。数値実験は、弾塑性挙動を示す高層建物の縮約モデルを用いた数値実験1と高層免震建物を想定したモデルを用いる数値実験2を実施する。以下、二つの数値実験について述べる。

3.1 数値実験 1

ここで用いるモデルは、最上部の剛性を極端に硬くし、高次モードを含むようにしたせん断5質点系モデルである。本来、構造物に外力が作用した場合、構造物全体が塑性化することを想定し、1～4層に塑性化するバネを設置する。ここで用いる振動系モデルと各質量 m 、バネ定数 k 、固有円振動数 ω を図2に示す。解析に用いる復元力特性は、図3に示すようなバイリニア型とする。バイリニア型の復元力特性を用いる際の各パラメータは、1～4層の初期剛性が $10 \times 10^4, 8 \times 10^4, 6 \times 10^4, 4 \times 10^4$ kN/m、バイリニア係数が各層0.07、降伏変位が各層0.02mとする。塑性化するバネ、すなわち等価剛性 k^a を履歴曲線において、最大応答変位時と最小応答変位時の値を直線で結んだ傾きとし、1～4層の k^a を9454kN/m、16672 kN/m、26324 kN/m、37588 kN/mとする。1～4層の塑性率はそれぞれ約3.7,4.2,4.6,7.2とする。さらに、 $k^I/k^a = 1$ とする。

解析に用いる減衰は、仮想剛性に対して直交性を有するように定めた。各モードにおける減衰定数は0.01とした。使用する外力では、振動系の2次の固有円振動数までは一定のパワーを有し、それ以降は全くパワーのない振幅モデルを想定した。また、位相は一樣乱数によりモデル化した。これらのモデルに基づいて、各周波数成分の正弦波の振幅と位相を定め、それらを各時刻において重ね合わせることに、時刻歴上の外力を求めた。各質点に作用する外力の相関性は0とした。このような外力により得られる応答値は、2次モード以下が支配的になることが予測される。

METで求めた解は、陽なNewmarkの β 法で求めた解、すなわち、METの全モードを考慮した解(基準解)と比較し、その精度を検証する。陽なNewmarkの β 法は、線形加速度法よりも数値積分の精度は劣るが、次ステップの解を求めるために剛性を必要としないため、非線形な復元力に対しては精度の良い解が得られる。さらにこの手法は、積分時間刻みを十分細かくすれば線形加速度法と同等な精度を得ることも知られている。

陽なNewmarkの β 法の積分時間刻み Δt_N は、 $\omega_m \Delta t_N < 2$ かつ $\omega_m' \Delta t_N < 0.5$ を満足するよう $\Delta t_N = 0.001$ 秒と設定した。METの積分時間刻み Δt_M は、 $\omega_m' \Delta t_M < 0.5$ のみ満足するよう $\Delta t_M = 0.01$ 秒と設定した。本解析では、 $\omega_5 \Delta t_M = 15.267$ とな

ルは 1/20、時間スケールは 1/12.5 とする。免震層の降伏荷重 Q_y は、実風速 60 m/s における弾性実験時の最大せん断力とした。バイリニア係数 α は、0.01, 0.07, 0.10, 0.15 とする。実験気流は、空力不安定振動が発現し易い、一様流とした。実験風速は、2.5~6.5 m/s の範囲とする。減衰機構は仮想剛性に対して定められたモードに直交性を有する。各モードの減衰定数は 0.5% とする。時間刻み、ステップ数はそれぞれ 0.002 秒、26000 ステップとする。

この実験では、数値実験では考慮しなかった依存風力が含まれるが、依存風力が含まれていても、数値実験と同様な精度があるかを確かめるためにモード次数を変化させ、応答変位の精度の比較を行った。数値実験 2 の結果より、重ね合わせるモード次数は 5 以上の 5、10、15 とした。その結果を図 8 に示す。最大応答変位の値はほぼ同様な値が得られた。よって、モード次数により、5 以上のモードを重ね合わせれば、精度の良い解を得られることが予測できる。これより、今回は考慮するモード次数を 15 次モードとした。

上記の条件より行った結果である弾塑性応答曲線を図 9 に示す。また、図 10 にバイリニア係数 0.07、無次元風速 8.4、11.2 において免震層が弾塑性挙動を示す場合の応答加速度、変位の時刻歴、履歴曲線を示す。図 9 より、免震層が弾性挙動を示す場合は、無次元風速 8.4 付近で応答曲線の立ち上がりが見られ、無次元風速 11.2 付近において応答値が最大となる。しかし、弾塑性挙動時には応答の増大がほとんどみられない。

本実験より、MET を適用した NHAT で高層免震建物のような一部が損傷する建物に対する空力不安定現象発現の有無を判定することが出来た。

5 まとめ

MET の有効性を明らかにするため、MET を適用した数値実験並びに NHAT を実施した。その結果、以下のような知見を得た。

1. MET では、数値実験 1 より複数層塑性化する質点系モデルにおいて、 Δt を大きくしても精度の良い解が得られた。
2. 数値実験 2 より高層免震建物を想定したモデルにおいて、重ね合わせるモード次数が低く、 Δt が大きい場合でも精度の良い解が得られた。
3. MET を適用した NHAT を用いて、一部が損傷するような建物に対する空力不安定現象発現の有無が検討できた。

「参考文献」

- 1) M. Kanda, A. Kawaguchi, T. Koizumi, E. Maruta : A new approach for simulating aerodynamic vibrations of structures in a wind tunnel -development of an experimental system by means of hybrid vibration technique-, Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, Vol.91, pp.1419-1440, 2003.
- 2) 松山哲雄、神田亮、平田和也、名波航、丸田栄蔵：多点同時風圧計を組み込んだハイブリッド振動実験システムの開発、日本建築学会技術報告集 第 22 号 (2005.12)、pp139-144
- 3) 神田亮、扇谷匠己、矢作貴、丸田栄蔵：ハイブリッド振動法の制御アルゴリズムに関する研究、日本大学生産工学部研究報告 A

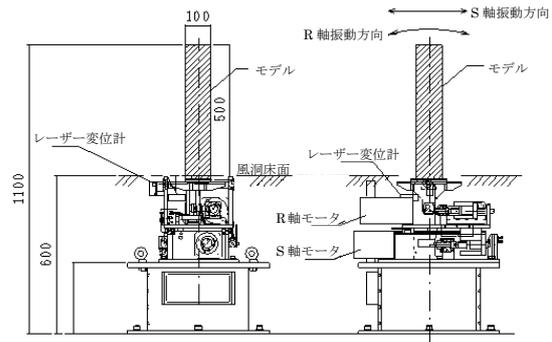


図 6 実験装置

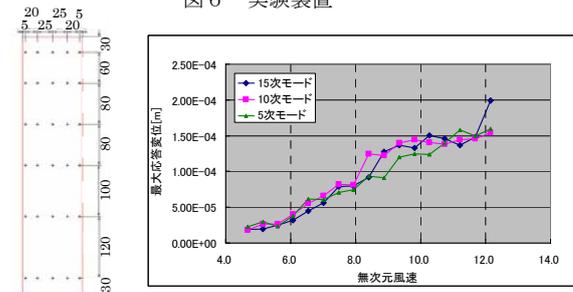


図 7 実験模型

図 8 応答曲線 (モード次数別)

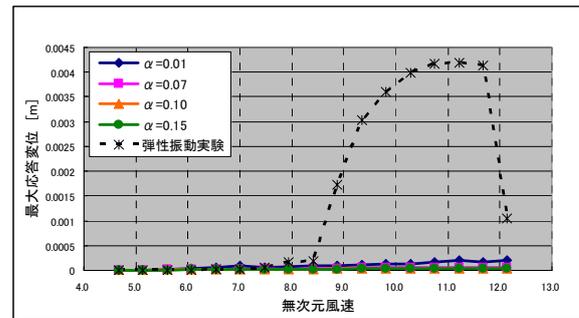


図 9 応答曲線 (免震層、 $h=0.5\%$, Q_y60)

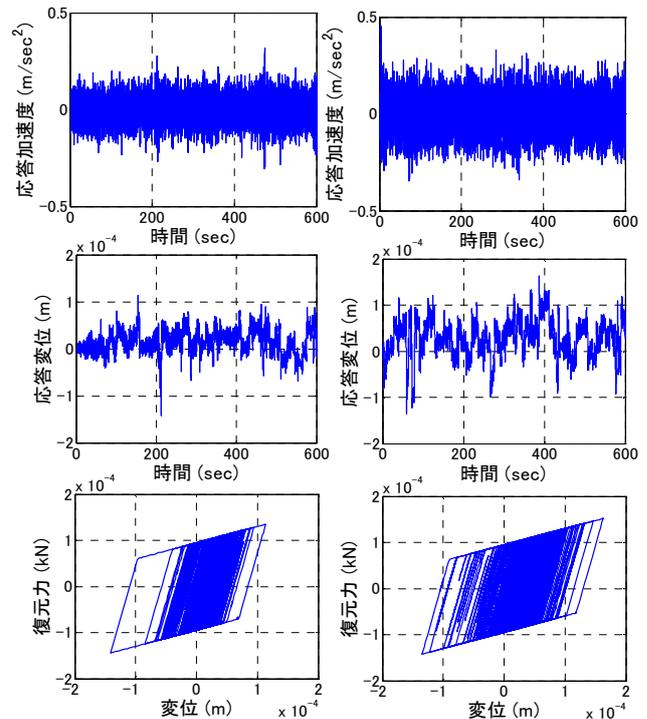


図 10 時刻歴の応答値 ($\alpha=0.07$, $h=0.5\%$, Q_y60)
(左：無次元風速 8.4、右：無次元風速 11.2)