

C 言語によるウェイト推定法比較の論理シミュレータ作成

日大生産工（院） ○後藤 格
日大生産工 篠原 正明

1 はじめに

AHP (Analytic Hierarchy Process:階層型意思決定法) とは, 1970 年代にアメリカの Saaty 教授によって開発された意思決定問題に対するシステムアプローチである。内容は、複数の代替案から意思決定者によって最良な代替案を選択するための支援手法である。

まず、問題を分析して階層図を作成することから始まる。そして、階層図の各レベルの要素をすぐ上のレベルの各要素から見て一対比較を行ない、ウェイト(相対的な重み)を算出する。本研究では、数あるウェイト推定法の中から幾何平均法 (GM 法)、算術平均法 (AM 法)、調和平均法 (HM 法) を用いた。

本研究では、これら 3 種類のウェイト推定法の性能を C 言語を使って、推定ウェイトと真値との近接度合いを統計的に評価するシミュレータを作成した。そして得られた結果から、各推定法を比較評価した。

2 各種ウェイト推定法の説明

3 種類のウェイト推定法の概略を説明する。推定されるウェイトベクトルを $W = \{\omega_i\}$ とし、 n 項目間の一対比較行列を $A = \{a_{ij}\}$ とする。

2.1 幾何平均法 (GM 法)

幾何平均法は、以下の式(1)で求解する。

$$\omega_i = \left(\prod_{j=1}^n a_{ij} \right)^{\frac{1}{n}} \quad (1)$$
$$(i = 1, 2, \dots, n)$$

この際、 ω の合計が 1 となるように正規化を行なう。

2.2 算術平均法 (AM 法)

算術平均法は、以下の式(2)で求解する。

$$\omega_i = \sum_j \frac{a_{ij}}{n} \quad (2)$$
$$(i = 1, 2, \dots, n)$$
$$(\sum \omega_i = 1)$$

2.3 調和平均法(HM 法)

調和平均法は、以下の式(3)で求解する。

$$\omega_i = \frac{n}{\sum_j \left(\frac{1}{a_{ij}} \right)} \quad (3)$$
$$(i = 1, 2, \dots, n)$$
$$(\sum \omega_i = 1)$$

3 計算方法

各種推定法での結果と真値との近接度合いを求めるために、絶対距離とユークリッド距離の 2 種類の方法を使う。

Theoretical Simulator using C for Comparing Weight Estimation Methods

Itaru GOTOU † and Masaaki SINOHARA

3.1 絶対距離

絶対距離の計算方法

$$A_{(0,k)} = \sum_{i=1}^5 |\omega_{(i)}^0 - \omega_{(i)}^k| \quad (4)$$

3.2 ユークリッド距離の計算方法

$$E_{(0,k)} = \sqrt{\sum_{i=1}^n (\omega_{(i)}^0 - \omega_{(i)}^k)^2} \quad (5)$$

$\omega_{(i)}^0$: 真値 $\omega_{(i)}^1$: 算術平均法

$\omega_{(i)}^2$: 幾何平均法 $\omega_{(i)}^3$: 調和平均法

4 アルゴリズム

1. 真値ウェイトベクトル ω^0 の決定
2. 整合一対比較行列 W の作成

$$W = \{\omega_{ij}\} \quad \left(\omega_{ij} = \frac{\omega_i^0}{\omega_j^0} \right) \quad (6)$$

3. W に誤差を加えた標本一対比較行列 S の生成
4. 標本一対比較行列 S に対するウェイトベクトルの算出
5. ω_0 と各推定ウェイトベクトル ω_k による平均距離 $\bar{d}_{0k} (k = 1, 2, \dots, 5)$ の計算

5 シミュレーション結果

標本数 $n = 5$ とし、真値ウェイトベクトル ω^0 を与える。各推定ベクトルの平均距離の計算には、誤差 σ^2 を 0.1 と 0.3 の 2 パターンでシミュレーションした。その結果の平均距離を表 1, 2 に示す。

$$\omega^0 = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (7)$$

表 1 誤差 $\sigma^2 = 0.1$

	絶対距離	ユークリッド距離
算術平均法	0.00976	0.00526
幾何平均法	0.01338	0.00674
調和平均法	0.02228	0.01138

表 2 誤差 $\sigma^2 = 0.3$

	絶対距離	ユークリッド距離
算術平均法	0.03362	0.01712
幾何平均法	0.05542	0.02772
調和平均法	0.09210	0.05034

6 考察

誤差 σ^2 が 0.1、0.3 の場合では、どちらとも算術平均法による結果が絶対距離、ユークリッド距離ともに最小となった。これにより、算術平均法が統計的に見て、最も真値推定能力が高いことがわかった。また調和平均法での結果が、算術平均法、幾何平均法に比べ、約 2,3 倍大きくなっている。よって、調和平均法はウェイト推定法にあまり適していないと考えられる。

7 おわりに

本研究で C 言語を用いて推定ウェイトと真値との近接度合いを統計的に評価するシミュレータを作成した。そして、標本数や誤差などを容易に変えることができ、比較的早いペースで実験を進めることができた。今後は他の推定法も組み合わせて、さらに拡大した比較評価へと発展させたい。

[参考文献]

- 1) 三宅千香子, 篠原正明「AHP ウェイト推定法のシミュレーションによる性能比較」
日本大学生産工学部 OR 学会論文誌 JORSJ 投稿予定