

対話的な布のシミュレーションに関する研究

日大生産工(学部) ○佐藤 幹浩 日大生産工 吉田 典正

1 概要

近年, 映画やゲームアプリケーションなどにおいて, 布のシミュレーションは不可欠となっている. 本研究では, Choi の理論¹⁾に基づき布の対話的なアプリケーションを作成し, Lander のモデル²⁾との比較を行う. また, 数値積分法に関してオイラー法とルンゲクッタ法の比較をする. また布に折り目を生成させる試みを行う.

2 布のモデル

布のモデルには, 粒子(質点)モデルを用いることが多い. 従来のモデル²⁾では粒子間に単純なバネモデルを用いるが, Choi¹⁾は粒子間の力の発生のさせかたを工夫することによってシミュレーションの際の安定性を向上させている.

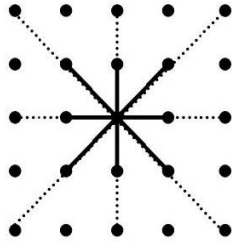


図1 粒子間の接続関係

Choi のモデルでは, すべての粒子において図1に示すような接続関係を作る. 図の中心の点を (i, j) , 太線の接続を Type1, 点線の接続を Type2 とする. Type1 では点 (i, j) は $(i \pm 1, j), (i, j \pm 1), (i \pm 1, j \pm 1)$ に接続され, 引っ張りに対して作用する. Type2 接続では点 (i, j) は $(i \pm 2, j), (i, j \pm 2), (i \pm 2, j \pm 2)$ に接続され, 曲げと圧縮に対して作用する. Choi のモデルでは, Type1 および Type2 により発生する力の他に, 不要な振動を避けるために速度に比例して発生する力であるダンピングを用いている.

2.1 Type1 接続

Type1 の接続は, バネモデルを用いて, 引っ張りに対する抵抗力を再現する. L をバネの自然長, 2つの粒子の位置ベクトルを x_i, x_j とし, x_j を $x_j - x_i$, k をバネ定数とすると, 粒子 i に発生する力は,

$$F = \begin{cases} k(|x_{ij}| - L) \frac{x_{ij}}{|x_{ij}|} & : |x_{ij}| \geq L \\ 0 & : |x_{ij}| < L \end{cases} \quad (1)$$

である. 式(1)に示すとおり Type1 は引っ張りに対してのみ作用させ, 圧縮に関しては Type2 接続を用いる. バネ定数を大きく与えることで布の伸びにくい性質を再現することができる.

2.2 Type2 接続

Type2 の接続は, 曲げと圧縮に抵抗する力を再現するために曲率を用いる. 2つの粒子間の自然長を L としたとき曲率は

$$\kappa = \frac{2}{L} \operatorname{sinc}^{-1}\left(\frac{|x_{ij}|}{L}\right) \quad (2)$$

で表される. ただし, $\operatorname{sinc}(x) = (\sin x)/x$ である. このとき, 粒子間に生じる力は

$$F = k_b \kappa^2 \left(\cos \frac{\kappa L}{2} - \operatorname{sinc}\left(\frac{\kappa L}{2}\right)\right)^{-1} \frac{x_{ij}}{|x_{ij}|} \quad (3)$$

$$\equiv f_b(|x_{ij}|) \frac{x_{ij}}{|x_{ij}|}$$

である. k_b は曲げ剛性である. また荷重が座屈荷重に届くまでの線型性を表現するために f_b^* を使う.

$$f_b^* = \begin{cases} c_b(|x_{ij}| - L) & : f_b < c_b(|x_{ij}| - L) \\ f_b & : \text{otherwise} \end{cases} \quad (4)$$

ここで c_b はバネ定数と同じくらいの値を割り当てる.

以上により圧縮に対して反発する強力な力の発生を防ぐことができ, 自然な皺を表現することができる.

また発生する力の大きさが Type1 と比べ非常に小さく有限であるために, Type2 にバネを用いた場合と比較し発散する可能性を小さくすることができる.

3 数値積分

時刻 t での位置 $x(t)$, 速度 $v(t)$ と力 F から, 微小時間 dt 先の $t + dt$ における位置と速度を数値積分によって求める. 本研究ではオイラー法とルンゲクッタ法を用いた. オイラー法は次の手順

で計算される. 時刻 t での加速度 α は g を重力加速度とすると,

$$\alpha = \frac{F(x(t))}{m} - cv(t) + g \quad (5)$$

によって表されるので, $t + dt$ における速度と位置は

$$v(t + dt) = v(t) + a dt \quad (6)$$

$$x(t + dt) = x(t) + v(t) dt$$

で表される. オイラー法は単純で実装が容易であるが, テイラー展開の第 2 項目までしか利用しないため $O(dt^2)$ の誤差を持つ.

4 次のルンゲクッタ法は, 式(5)で表される時刻 t における加速度を α_1 で表すと,

$$kv_1 = \alpha_1 dt, \quad kx_1 = v(t) dt,$$

$$\alpha_2 = \frac{F(x(t) + kx_1/2)}{m} - cv(t) + g,$$

$$kv_2 = \alpha_2 dt, \quad kx_2 = (v(t) + kv_1/2) dt,$$

$$\alpha_3 = \frac{F(x(t) + kx_2/2)}{m} - cv(t) + g,$$

$$kv_3 = \alpha_3 dt, \quad kx_3 = (v(t) + kv_2/2) dt,$$

$$\alpha_4 = \frac{F(x(t) + kx_3)}{m} - cv(t) + g,$$

$$kv_4 = \alpha_4 dt, \quad kx_4 = (v(t) + kv_3) dt,$$

$$v(t + dt) = v(t) + \left(\frac{1}{6}kv_1 + \frac{1}{3}kv_2 + \frac{1}{3}kv_3 + \frac{1}{6}kv_4\right),$$

$$x(t + dt) = x(t) + \left(\frac{1}{6}kx_1 + \frac{1}{3}kx_2 + \frac{1}{3}kx_3 + \frac{1}{6}kx_4\right) dt$$

となる. ルンゲクッタ法は $O(dt^5)$ の誤差を持つ.

4 干渉検出

布のリアルなシミュレーションでは, 布と物体および布自身の干渉検出が必要である. 本研究では, 布と物体の干渉検出について述べる. 布と物体の干渉の検出は三角形どうしの干渉を検出することによって行った. 本研究では, 対話的なアプリケーションを目的としているため, 計算速度の低下を導く可能性があるため布の自己干渉は扱っていない.

三角形1と三角形2は, 次の手順によって干渉が検出される.

- (1) 三角形1の平面方程式の算出
- (2) 三角形2のある辺が三角形1を含む平面を貫いているかどうかを判定
- (3) 辺と平面の交点が三角形1の内部にあるかを判定

干渉が検出された場合には, 入射角と反射角が等しくなるように, その三角形2を構成する頂点の

速度ベクトルを \vec{V} , 三角形1の法線ベクトルを \vec{N} としたとき, 干渉検出後の速度ベクトル \vec{V}' を
$$\vec{V}' = 2(\vec{V} \cdot \vec{N})\vec{N} - \vec{V}$$
 とした.

5 折り目の生成

ハンカチなどに見られるように布には折り曲げられた状態を保つ性質がある. 本研究ではその布の折り目の表現について, Type2 の接続を操作することによる方法を試みた. 今回折り目はメッシュに対して垂直ないし水平方向に限定する.

折り目を付ける直線をまたぐ Type2 接続の自然長 L' を本来の Type2 接続の自然長 L のより小さく持たせる. これによって折り目をまたぐ接続の長さは L' までしか戻らない.

また布の折り目を保つ性質を再現するために, 折り目をまたぐ Type2 の接続に引っ張りに対する抵抗力である(1)式を加える. ただし, (1)式の自然長 L を L' に置き換える.

6 実行結果

6.1 オイラー法とルンゲクッタ法の比較

15×15 の粒子を持つ布に対して, オイラー法とルンゲクッタ法でタイムステップを 1 ステップ進めたときにかかる時間を 1~100 ステップまでの平均値で比較したところ次の結果となった.

オイラー法	0.545 msec
ルンゲクッタ法	2.5 msec

計測には Pentium 4 3.2GHz, 1024MB を用いた. ルンゲクッタ法はオイラー法と比較して約 4.6 倍計算のコストを必要とする.

次に布が振動(または発散)をしない最大のタイムステップを比較する. 布の 2 点を固定し重力をかけた状態(図6の球の無い状態)で, 条件を等しくそろえたところ, 次のタイムステップまで振動を生じなかった.

オイラー法	$2.0 * 10e-4$
ルンゲクッタ法	$1.29 * 10e-2$

ルンゲクッタ法は約 64.5 倍のタイムステップをとることができる. このことからルンゲクッタ法はコストの大きさを補う正確性を持ち, オイラー法を用いた場合よりも高速なシミュレーションが出来ることがわかる.

以上より, オイラー法でシミュレーションを安定に行うためには, タイムステップを非常に小さくとらなければならない. これによりマウスによるインタラクションに対する反応の機敏さが著しく損なわれる. ルンゲクッタ法では, オイラー法よりも大きなタイムステップをとることができ, より安定したシミュレーションが可能である.

6.2 Lander のモデルと Choi のモデルの比較

Type1 と Type2 の接続で $F = kx$ の単純なバネモデルを用いていた Lander のモデル²⁾と、式(1)~(4)を用いる Choi のモデル¹⁾での結果を比較すると Lander の方法のほうがマウスによるインタラクションに対して布が振動しやすい。同じタイムステップなど同条件の下で、Choi のモデルで振動や発散が生じないのは、力の発生を Type1 と Type2 で引っ張りと圧縮、曲げに分けたからである。また Lander モデルは $(i \pm 2, j \pm 2)$ の接続を持たないため、その接続と並行する皺が不自然に発生し、しかも消滅しない。

6.3 折り目の生成

5節に述べた手法により、図2に示すような布の折り目を再現することができた。図2では、 L' を L の 0.7 倍としている。ただしこの方法では折り目の向きを一方向に固定することができないので、シミュレーション中に折り目の反転が生じてしまう。

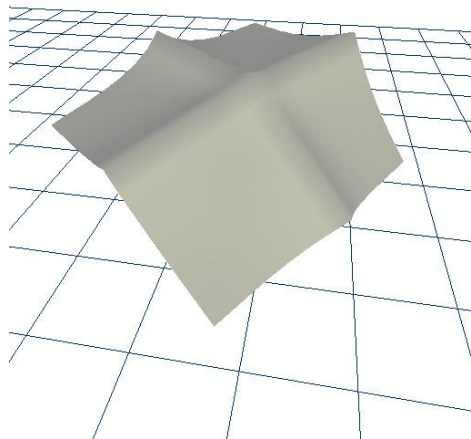


図2 折り目の生成

6.4 Choi のモデルの実行結果

図3, 4は布の一点に引っ張りを加えた時の様子である。引っ張りに対する皺が自然に表現されている。

また図5の(a)~(j)に見られるようにテーブルクロスのだレープ、球にかけた時の布の挙動も自然に表現された。

7. まとめ

本研究では、Choi の理論による布のモデルを作成し、オイラー法、ルンゲクッタ法のシミュレーション結果の比較をした。Choi の理論によりマウスのインタラクションに対する自然な皺の生成を確認出来た。またルンゲクッタ法を使うことの利点を確認することができた。今後より安定なシミュレ

ーションを行うためには陰解法の実装も考える必要がある。

折り目の再現に関しては、折り目の反転を防ぎ、メッシュに対して水平、垂直方向以外でもリアルに生成される仕組みを考えなければならない。加えて、マウスによるインタラクションを用いて、利用者の好きなところに折り目を作りだすことのできる方法を考える必要がある。

また、布自身の自己干渉、衣服デザインシステムとの統合を視野に入れ、よりリアルなシミュレーションを目指したい。

参考文献

- 1) Kwang-Jin Choi, Hyeong-Seok Ko, "Stable but Responsive Cloth", Computer Graphics(Proc.SIGGRAPH), (2002), pp.604-611.
- 2) Jeff Lander, "Devil in the Blue Faceted Dress:Real-time Cloth Animation", Game Developer, (1999), pp.17-21.
- 3) Kevin Kaiser, "3D Collision Detection", Game Programming Gems, (2000), pp.376-pp387.

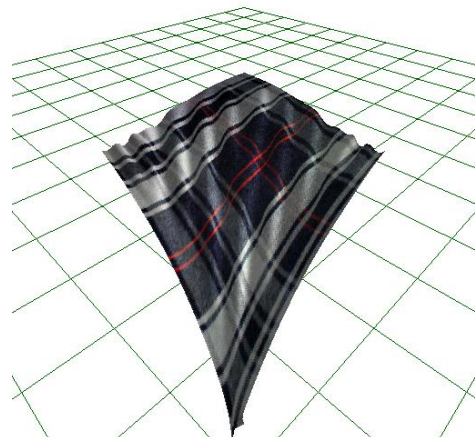


図3 引っ張りに対する皺の発生



図4 皺の拡大図

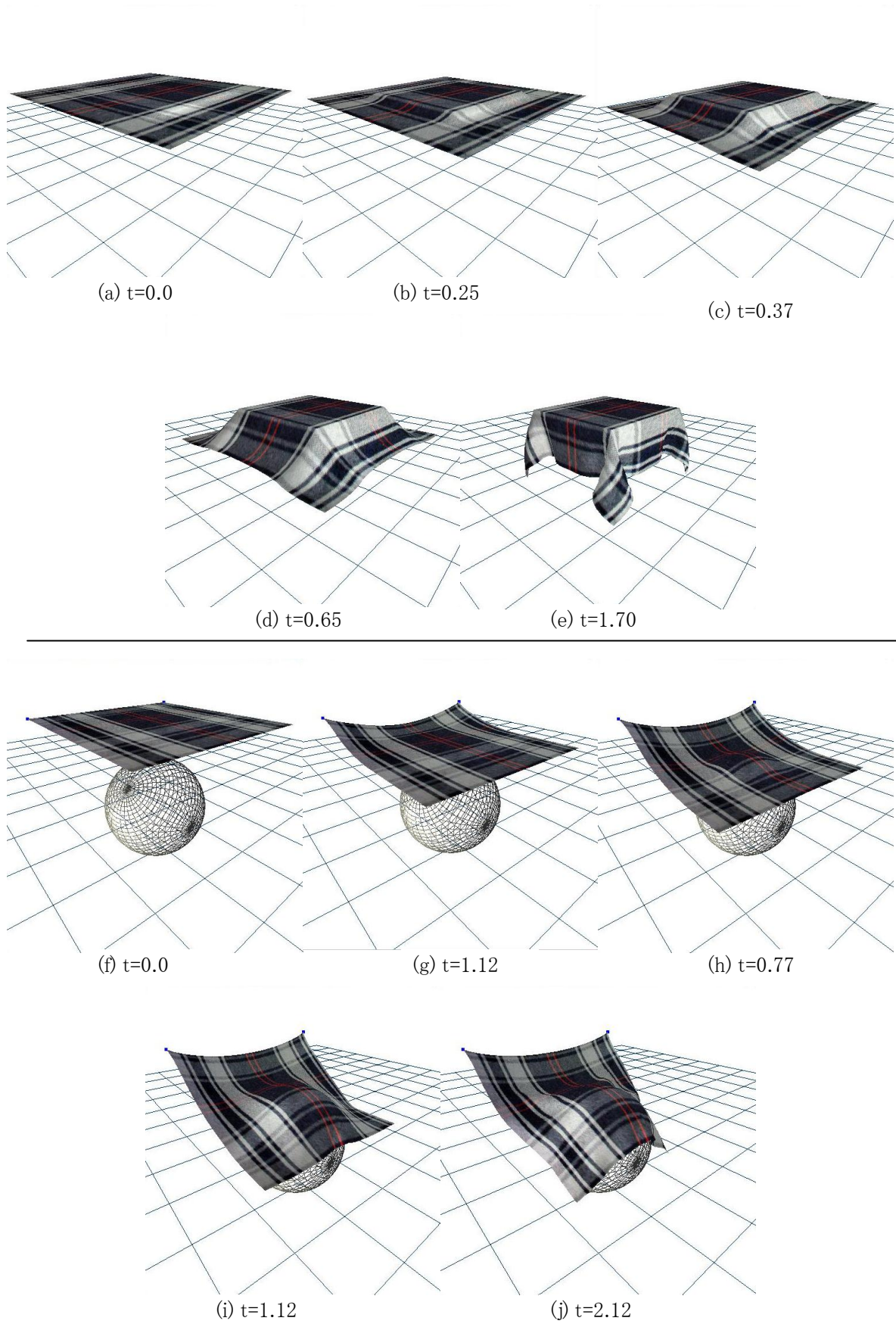


図5 テーブルにかけた布の皺の生成および球との干渉のアニメーション($dt=0.01$)