

プロジェクト1

金属製サイロの履歴復元力特性を考慮した非線形振動応答解析

柴田耕一 (数理工学) (数理工学)

1. 序論

容器構造が、阪神淡路大震災時に、下部構造に座屈等の損傷を生じたもの(石油タンク、サイロ等)が多く報告されている。そこで本論は円筒型サイロ容器の耐震¹⁾の研究に必要な振動応答解析手法について追究したものである。

まず最初に、運動方程式を正しく表現するためには、質量の評価と、逐次変化する、運動に応じた振動特性(剛性、減衰)を合理的に表現した解析モデルが必要である。

一方、構造体のエネルギー吸収能力を考えた保有耐力設計法^{1),2)}をサイロ容器に導入するためには、サイロ容器が弾性域から下部での座屈後に至るまでを、解析できる合理的なサイロ容器の復元力モデルを必要とする。

本論では、振動応答に対して静的な履歴曲線から得られる振動特性のみを用いる方法では、不十分であり、変位振幅と周波数に依存した振動特性(剛性、減衰)を解析モデルとして用いなければならないことが分かった。

そこで本論においては、振動応答解析の精度向上を目的とし、サイロの振動特性が変位振幅だけではなく周波数にも依存していると仮定し、各種の周波数に対する加力試験から得られた履歴曲線の各頂点を結んで得られる骨格曲線と、その囲まれる面積を変位振幅と周波数で関数化した数理モデルを用いて振動応答解析を行った。

手法の妥当性及び精度については、正弦波及びランダム波を入力加速度とし、無傷の試験体に対する振動台上実験を座屈前から座屈後までを含めて行い、実験値と応答解析結果とを直接比較することによって検証した。本研究は、等価線形系解析モデルではなく履歴系解析モデルであり、振動特性が変位振幅だけではなく周波数にも依存し、さらに原点指向形ではない、残留変位形の解析モデルに対する応答解析であることも新しい点である。

2. 加力試験

加力試験に用いた試験体はアルミ製薄肉円筒容器である(表1)。試験体の下部を固定し、上部リブの上側にロードセルを取り付け、その上に鉛直な軸力となる錘を載荷した。

ここでは、静的加力試験から得られた試験体の力-変位関係である履歴復元力特性及び、周波数 6.0[Hz]における加力試験から得られた履歴復元力曲線の一部を(図1)に示す。

3. 骨格曲線および面積関数の関数化

加力試験から得られた履歴曲線の各頂点の座標を抽出し、最小2乗法を用いて変位振幅 X_0 で近似関数化を行った。その際に無次元化定数は、試験体の力-変位関係における線形限界の復元力 f_s (98.06[N])、水平変位 x_s (0.25[mm]) の値を用いている。線形範囲である変位振

幅 $X_0=1$ を越えてから座屈点までは1次関数で近似した。関数化した骨格曲線 F_0 とその囲まれる面積を示す面積関数 G_0 を次式で表す。

$$\left. \begin{aligned} F_0(X_0) &= X_0 & (0 \leq X_0 \leq 1.0) \\ F_0(X_0) &= 0.5823 X_0 + 0.4527 & (1.0 \leq X_0 \leq X_1) \\ F_0(X_0) &= A_1 X_0 + B_1 & (X_1 \leq X_0 \leq X_2) \\ F_0(X_0) &= A_2 & (X_2 \leq X_0) \\ G_0(X_0) &= A_3 X_0 + B_3 & (1.6 \leq X_0 \leq X_3) \\ G_0(X_0) &= A_4 & (X_3 \leq X_0) \end{aligned} \right\} (1)$$

また、関数化された骨格曲線および面積関数を2次元直交座標系において、2.0[Hz], 6.0[Hz], 10.0[Hz], 15.0[Hz]を第1象限のみに表現したものを(図2, 図3)に示す。ただし、関数化には原点对称なグラフを用いている。

4. べき関数型履歴系解析手法について

サイロを1自由度とみなし、強制外力(加速度 \ddot{y}) が作用する場合の運動方程式を次式で表す。

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + f(x, \omega) = -m\ddot{y} \quad (2)$$

ここで、 m は質量を有効換算³⁾したものであり、本論では、座屈前は質量のおよそ1/4 ($\beta=1/4$)、座屈後はおよそ1/3 ($\beta=1/3$)程度とし解析を行った。 c は粘性減衰係数、 $f(x, \omega)$ 、 x はそれぞれサイロの履歴曲線の示す復元力、水平変位を表し、 ω は系の運動中における復元力の円振動数を表す。

$$m = \frac{1}{g} \{W_2 + \beta(W_1 + 0.8W_3)\} \quad (\text{kg} \cdot \text{sec}^2 / \text{cm}) \quad (3)$$

W_1 : 試験体の本体重量 (0.98[N]) W_3 : 粉体の重量 (83.36[N])
 W_2 : 上部リブの重量 (322.50[N]) g : 重力加速度 (980[cm/s²])

線形限界時の水平変位 x_s 、復元力 f_s を導入し(2)式を無次元化すると次式となる。

$$\frac{d^2 X}{d\tau^2} + 2h \frac{dX}{d\tau} + F(X, \eta) = -\frac{d^2 y}{d\tau^2} \quad (4)$$

$$\left[\omega_s = \frac{f_s}{mx_s}, \tau = \omega_s t, X = \frac{x}{x_s}, Y = \frac{y}{x_s}, h = \frac{c}{2m\omega_s}, \eta = \frac{\omega}{\omega_s} \right]$$

表1 試験体の形状

胴部厚 [cm]	0.02
半径 [cm]	6.65
全長 [cm]	38.0
ヤング率[N/cm ²]	6285474.25 (実測値)

サイロの振動特性を十分反映するべき関数型復元力モデルの基本式、すなわち骨格曲線、加力線（減力線）は次式を用いる。

$$\left. \begin{array}{l} \text{骨格曲線} \quad F(X, \eta) = kX^\alpha \\ \text{加力線} \\ \text{減力線} \quad F(X, \eta) = \pm 2k \left\{ \frac{1}{2} (X_0 \pm X) \right\}^\alpha \mp kX_0 \end{array} \right\} \quad (5)$$

(5)式の α, k は、加力試験により関数化することによって得られた履歴曲線の頂点 $F(X_0, \eta)$ 、履歴曲線の囲む面積 $G_0(X_0, \eta)$ を用いて、次式から求めることができる。

$$\left. \begin{array}{l} \alpha(X_0, \eta) = \frac{4F_0(X_0, \eta)X_0 - G_0(X_0, \eta)}{4F_0(X_0, \eta)X_0 + G_0(X_0, \eta)}, \quad k(X_0, \eta) = \frac{F_0(X_0, \eta)}{X_0^\alpha} \end{array} \right\} \quad (6)$$

(6)式で表せる $\alpha(X_0, \eta)$ 、 $k(X_0, \eta)$ と(5)式より、復元力が定義できる。

5. べき関数型復元力モデルの動的履歴則^{4),5)}

- (I) 初期履歴 $(|X| \leq 1)$ において、力-変位関係は線形とする。〈図4中(a)〉
- (II) 変位の絶対値が初めて1を越す場合、力-変位関係は骨格曲線と与えられる。骨格曲線上で荷重が折り返す場合（最大点または最小点）の力-変位関係は式(5)の履歴曲線（加力本線または減力本線）に沿って進むものとする。〈図4中(b)〉
- (III) (II)の場合、対称点に到達する前に荷重の折り返し点があるとき、力-変位関係は、元の折り返し点を目指して進むものとする。また、対称点の骨格曲線に到達したときは、それ以後の力-変位関係は骨格曲線上を進む。〈図4中(b), (c)〉
- (IV) 以後の力-変位関係は、(II), (III)の繰り返しであるが、折り返し点が最大点、または最小点でない場合の加力支線、減力支線は折り返す前の履歴曲線と対称とする。〈図4中(d), (e), (f)〉

ここで周波数が一定のとき、加力支線または減力支線の式は、図5を参照して次のように求めることができる。最大点 (X_1, F_1) から出発する $f_1(X, \eta)$ の減力支線は次式で表せる。 α, k は、 X のみの関数ならば、 f は X のみの関数となる。

$$f_1(X, \eta) = -2k \left(\frac{X_1 - X}{2} \right)^\alpha + kX_1^\alpha \quad (7)$$

次の折り返し点を (X_2, F_2) とし、2点 $(X_1, F_1), (X_2, F_2)$ の中点を $(X_{1,2}, F_{1,2})$ とすれば、この点に関して $f_1(X, \eta)$ に対称な曲線 $f_2(X, \eta)$ は、

$$f_2(X, \eta) = -f_1(-X + 2X_{1,2}) + 2F_{1,2} \quad (8)$$

同様に、2点 $(X_2, F_2), (X_3, F_3)$ の中点を $(X_{2,3}, F_{2,3})$ として $f_2(X, \eta)$ のこの点に関しての対称な曲線 $f_3(X, \eta)$ は、

$$\begin{aligned} f_3(X, \eta) &= -f_2(-X + 2X_{2,3}) + 2F_{2,3} \\ &= f_1(X + 2X_{1,2} - 2X_{2,3}) - 2F_{1,2} + 2F_{2,3} \end{aligned} \quad (9)$$

このようにして、骨格曲線に到達しない n 番目の加力支線または減力支線 $f_n(X, \eta)$ は次式で表すことができる。

$$f_n(X, \eta) = \pm (-1)^n 2k \left[\pm \frac{1}{2} \left\{ (-1)^n X - (-1)^n X_n \right\} \right]^\alpha + F_n \quad (10)$$

このように、 n 番目の履歴支線が結局は最後の折り返し点 (X_n, f_n) のみで表現できる。式(10)の α, k は、前述したように最大経験変位の関数として与えられる。

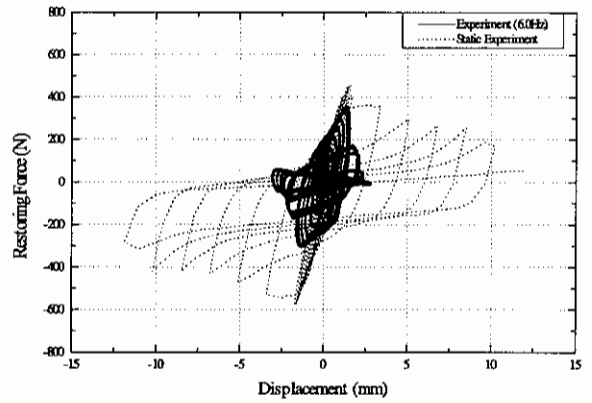


図1 加力試験における履歴復元力曲線

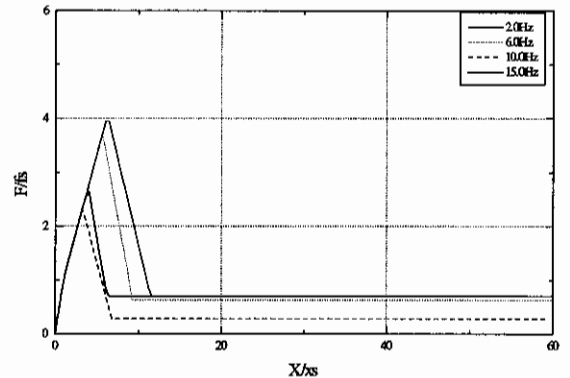


図2 無次元化した骨格曲線 $F_0(X_0)$

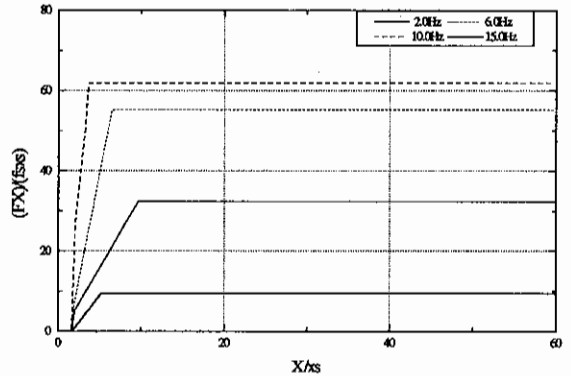


図3 無次元化した面積関数 $G_0(X_0)$

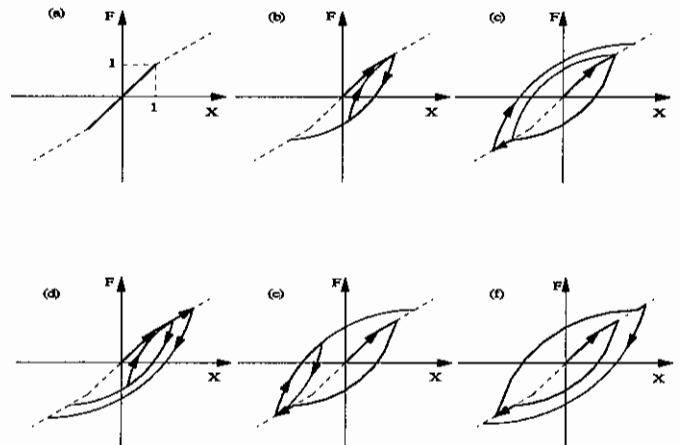


図4 動的履歴則

上記の動的履歴則を設定し式(10)を用いることによって、式(4)の運動方程式を逐次解くことにより、非線形の振動系の動的応答特性を求めることができる。

6. 周波数特性について

本論では、履歴曲線の周波数による変化に対応するため逐次、各折り返し点間の周波数を算出し、その周波数と折り返し点の変位を用いて振動特性を求めた。その算出方法を以下に示す。

相対応答変位の向きが変わった時(図6中b点)、すなわち相対応答速度の向きが変わった時の相対応答変位を変位振幅 $X_{0(i+1)}$ と決定する。また、1つ前に折り返した点(図6中a点)から現在折り返した点までに要した時間 Δt_i を用い、円振動数 $\omega_{0(i)}$ を求め、 $\eta_{0(i)} = \omega_{0(i)} / \omega_s$ より、次の(11)式から周波数 $\eta_{0(i)}$ を算出する。

$$\eta_{0(i)} = \frac{\pi}{\omega_s \cdot \Delta t_i} \quad (11)$$

(1)式における各定数を周波数 η ごとに算出できるように近似関数化を行った。その式を関数式(表2)とし、正弦波に対して、周波数帯2.0[Hz]~15.0[Hz]までを考慮し、解析を行った。表2の座屈変位 $X_1(\eta)$ のグラフを(図7)に示す。表2より得られた各定数を骨格曲線 F_0 、及び面積関数 G_0 の式(1)に用い、周波数に関し、同様の手順を履歴曲線の折り返す毎に行う。

7. 解析結果(正弦波入力及びランダム波入力による応答解析)

本手法の有効性、妥当性を検証するため、無傷の試験体を振動台上に固定し、正弦波加速度とランダム波加速度を与えた実験結果と同じ入力波を用いた解析結果とを以下のように比較した。実線が本論の解析手法による解析値、点線が実験値とする。

正弦波入力加速度 6.0[Hz]を用いた場合の応答計算結果と実験値の比較(図8,図9)から、従来の変位振幅依存型の解析手法(図8)よりも、変位振幅及び周波数依存を考慮した解析モデルを用いた本論の解析手法(図9)の方が、座屈前後において絶対応答加速度、相対応答変位ともに、はるかに良い精度の応答計算結果を得ることができた。

次に、ランダム波入力加速度(図10)を用いた場合の応答計算結果と実験値の比較を行った。絶対応答加速度(図11)、絶対応答加速度のフーリエスペクトル(図12)、相対応答変位(図13)を示した。解析値と実験値の比較から、絶対応答加速度フーリエスペクトルにおいて、周波数0.0[Hz]~20.0[Hz]まで、解析値と実験値が良い対応を示していることが分かると同時に、絶対応答加速度、相対応答変位も同様に良好な結果が得られた。

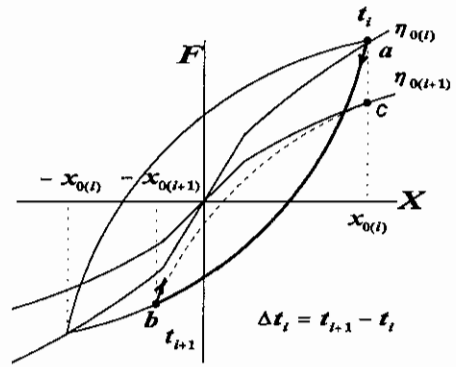


図6 周波数 η_0 の決定方法

表2 周波数依存による式(1)における各定数の関数(関数式)

$A_1(\eta) = -0.6078 - 0.0024\eta - 0.0011\eta^2$
$B_1(\eta) = 8.3895 - 0.0375\eta - 0.0076\eta^2$
$A_2(\eta) = 0.9260 - 0.1255\eta + 0.0062\eta^2$
$X_1(\eta) = 8.9085 - 0.5451\eta + 0.0115\eta^2$
$X_2(\eta) = 13.2310 - 0.7772\eta - 0.0201\eta^2$
$A_3(\eta) = 1.1276 + 1.5902\eta + 0.0213\eta^2$
$B_3(\eta) = 10.2840 - 8.3387\eta + 0.6066\eta^2$
$A_4(\eta) = 33.9630 + 4.4285\eta - 0.1662\eta^2$
$X_3(\eta) = 11.3600 - 0.9242\eta + 0.0178\eta^2$

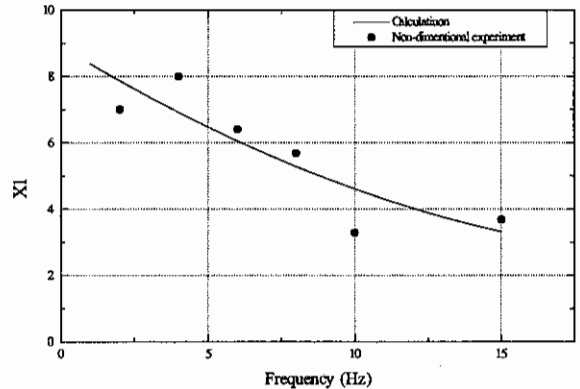


図7 座屈変位 $X_1(\eta)$ の周波数依存性

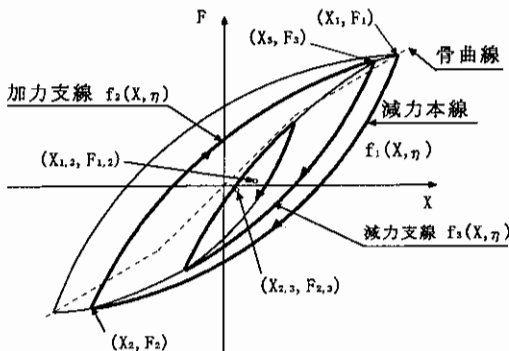


図5 履歴支線について

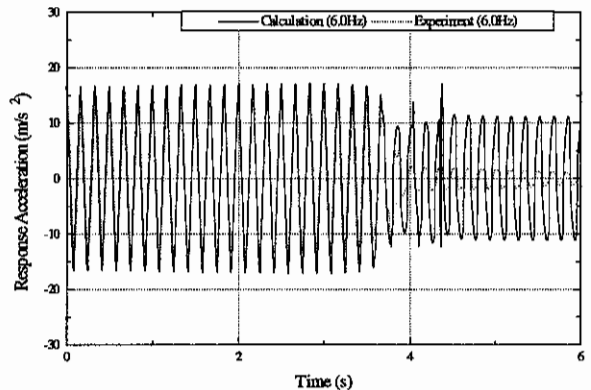


図8 絶対応答加速度波形(6.0[Hz])
(変位振幅依存のみを考慮した解析値と実験値の比較)

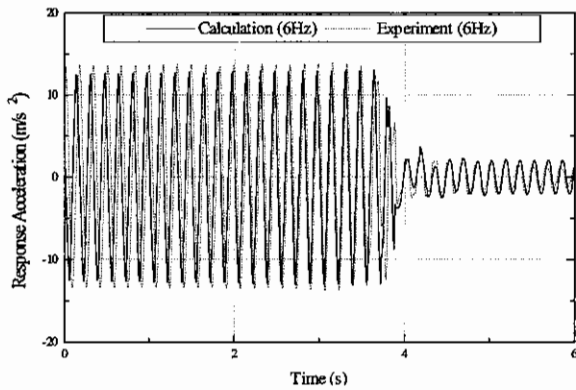


図9 絶対応答加速度波形 (6.0[Hz])
(変位振幅及び周波数依存を考慮した解析値と実験値の比較)

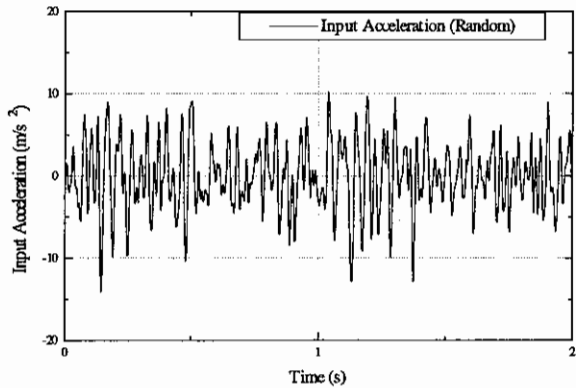


図10 ランダム波入力加速度波形

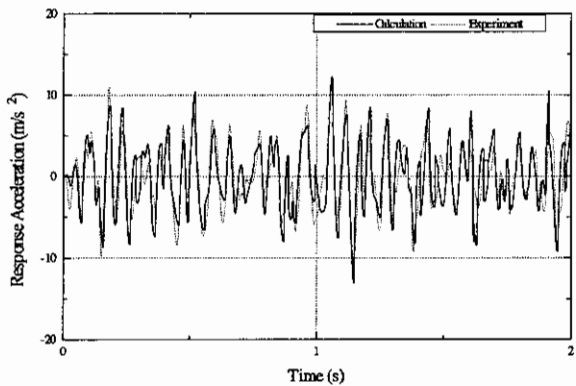


図11 絶対応答加速度波形 ランダム波

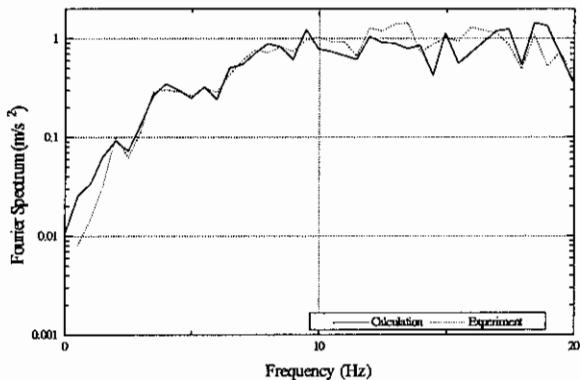


図12 絶対応答加速度波形 ランダム波

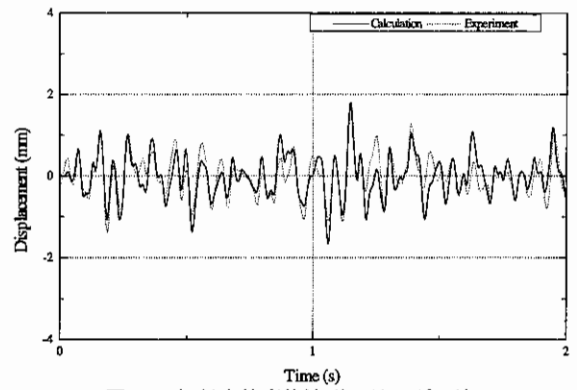


図13 相対応答変位波形 ランダム波

8. 結論

これまでに、容器構造(サイロ)の振動特性について、静的な履歴曲線を用いた解析モデルによる応答計算結果は、振動台上実験と不一致を示していた。本論の研究の結果、新たに弾性域から座屈後に至るまでの振動応答解析に必要な解析モデルを作成することが出来た。

実験値と応答解析結果とを直接比較することによって検証を行った結果、以下のことが明らかになった。

(1)本論で提示した新しい履歴系解析手法は、残留変位を伴う履歴復元力特性を示す系に有効であり、特に、サイロ容器の座屈前後の剛性の変化の大きい振動特性を示す系の振動応答解析に、有効であることが明らかになった。

(2)サイロ容器の振動特性(剛性、減衰)は、応答の変位振幅及び周波数に依存することが明らかとなった。

(3)正弦波入力の実験に対する応答波形は、同じ周波数入力による解析結果と、座屈前から後に至るまで、絶対応答加速度、相対応答変位共に良く一致した。

(4)ランダム波入力の実験に対する応答波形は、同じランダム波による解析結果と、座屈前、後について、応答加速度、応答加速度フーリエスペクトル、応答変位共に、良く対応した波形を得ることが出来た。

最後に、各種地震応答解析が可能となり、より信頼性の出来る構造特性係数 D_n ¹⁾ の算出も可能となった。

本論は小型試験体を用いた実験により解析モデルを確立したものであり、実大の粉粒体貯槽に対して、変位振幅と同時に周波数の依存性の程度を確かめたものではないため、さらに今後の研究が必要である。

参考文献

- 1) 日本建築学会:容器構造設計指針案・同解説,丸善, 1996年10月15日
- 2) H.Akiyama: Post Buckling Behavior of Cylindrical Structures to Earthquakes, 9th SMIRT, Lausanne, 1987
- 3) 柴田耕一,門万寿男,村松弘道,佐々木昌克「鋼製サイロの振動特性に関する研究(各種粉粒体の有効の有効質量と実大振動実験について)」日本建築学会論文報告集第315号, 1982年5月
- 4) 三幣,見坐地,北川,柴田「金属製サイロの座屈後の振動特性とその解析」日本建築学会構造系論文報告集,第367号, 1986年9月
- 5) 三幣,北川,柴田「金属製サイロの座屈後の動的挙動」日本建築学会構造系論文報告集,第367号, 1986年9月
- 6) 渡邊,柴田「サイロ容器の履歴復元力特性を考慮した非線形振動応答解析手法に関する研究」日本建築学会構造系論文報告集,投稿中