

バルジング振動数を考慮した FRP 製円筒形容器の設計基準

邊 吾一 (機械工学科)
 平山紀夫 (大学院生・日東紡)

1. 緒言

著者らは圧縮性や粘性を考慮した内容液の流体とFRP構造の連成解析をFEMにより行い、その解析結果と加振装置を使用した小型容器の周波数応答実験の結果を比較し、FRP製容器の耐震設計に固定条件が及ぼす影響を検討した。そして、慣用的にFRP製容器の構造設計で使用されているHousnerの変動液圧分布の適用範囲や容器底部の固定条件がバルジング振動数に及ぼす影響を明らかにした^{1,2)}。

本報告では、市販されている実スケールのFRP製円筒形容器の構造解析に本解析手法を適用し、容器のリブ補強構造、異方性材料物性値、底部フィレット半径、板厚分布等の設計因子が、実スケールのFRP製円筒形容器のバルジング振動数に与える影響を調べる。そして、この結果から実スケールのFRP製円筒形容器のバルジング振動数を予測し、高さ/半径比の大きい実スケールのFRP製円筒形容器に、従来から慣用的に使用されているHousnerの変動液圧分布と修正震度法を適用するための設計基準を示す。さらに、兵庫県南部地震の地震波を使用した構造解析を行い、高さ/半径比の大きい実スケールのFRP製円筒形容器の安全性について検討し、この設計基準の妥当性を示す。

2. 実スケールのFRP製円筒形容器の設計因子とバルジング振動数

2.1 FRP製円筒形容器のモデル化

実際の市場で製造されている実スケールのFRP製円筒形容器は、高さが5~10m程度で、高さ/半径比は大きいもので5~6程度のものが製造・施工されている。このような高さ/半径比の大きい実スケールの容器では、バルジング振動数が地震波の卓越周波数領域内に入る可能性が高い。したがって、FRP製円筒形容器のバルジング振動数に容器の各設計因子がどのように影響を与えるか調べることは、設計上極めて重要であり設計初期の段階で簡便に調査できなくてはならない。

本報告では、設計変数としてTable1とFig.1に

示すように、高さ/半径比 (h/r)、容器底板部のフィレット半径を設けたことによる底部の面積比率 (A/A_0)、容器側壁の周および軸方向弾性率比 (E_l/E , E_θ/E)、容器高さ方向に等間隔に4本設置した補強材の板厚比 (t_{cr}/t)、容器側壁の段付き板厚変化率 (a) とした。ただし、基準となる解析モデルとしては、材料物性値をTable2の $E=E_L=E_\theta=7.92\text{GPa}$ 、および形状寸法として、容器板厚 $t=10\text{mm}$ 一定、容器半径 $r=1.9\text{m}$ 、高さ/半径比 $h/r=5$ 、補強材はなしとした。以後、この解析モデルを基準モデルと定義する。

また、拘束条件はほとんどのケースで容器底板部を完全固定とし計算を行ったが、容器底板部のフィレット半径を設けたことによる底部の面積比率 (A/A_0) とバルジング振動数の相関に関しては、容器底板部の固定条件が大きく影響すると予想されるため、固定治具による部分拘束条件を追加して検討した。

Table 1 Design variables

h/r	A/A_0	t_{cr}/t	E_l/E	E_θ/E	a
1~10	0.7~1	1~8	1~5	1~5	0~1.6

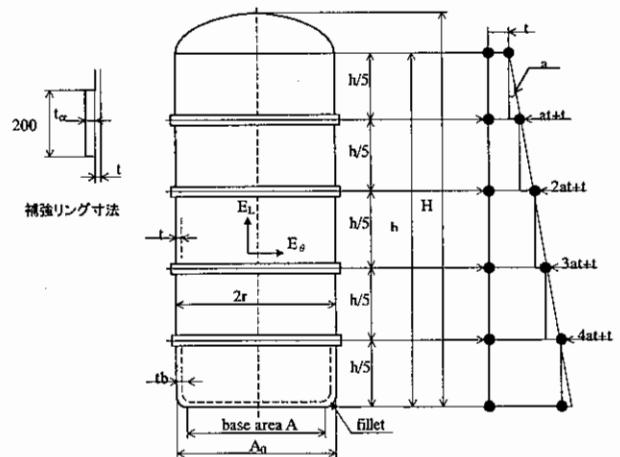


Fig.1 Schematic drawing of design variables and geometry in cylindrical liquid storage tank.

2.2 高さ／半径比とバルジング振動数の相関について

まず、 $r=1.9\text{m}$ 一定とし、高さ／半径比を1～10まで変化させた時の高さ／半径比とバルジング振動数の相関について、FEMを用いて解析を行った。また、清水らはFEMによる詳細な解析から、板厚 t が一定で、下端を完全固定した円筒形容器の水平方向のバルジング振動数 f_b と周期 T_b を求める式として次式^{3),4)}を導いている。

$$f_b = \frac{2\pi}{T_b}$$

$$T_b = h \sqrt{\frac{\rho D}{Et}} C(D/h)$$

$$C(D/h) = \left[2.91 + \sqrt{5.63 \left(\frac{D}{h}\right)^2 - 6.75 \left(\frac{D}{h}\right) + 3.43} \right] / \sqrt{\frac{D}{h}} \quad (1)$$

ここで、 ρ は液体の密度、 E は容器の縦弾性係数、 D は容器の直径、 h は容器の高さである。

FEM解析と式(1)により計算した結果を比較してFig.2に示す。この図から明らかなように、式(1)とFEM解析による計算結果は幅広い値の高さ／半径比の容器で一致し、一般的な等方性、板厚一定、下端完全固定の容器であれば、実験やFEM解析を行わなくても、式(1)によりバルジング振動数が予測できる。

代表的なバルジング振動モードとして、高さ／半径比が1.5と5の容器の1次振動モードをFig.3に示す。高さ／半径比が1.5の容器では、その振動モードは周方向に波数が生じる殻のモードが生じ、これに対して、高さ／半径比が5の容器の1次振動モードは、はりに見られる1次の曲げ振動モードが支配的である。

2.3 容器周方向補強材の剛性とバルジング振動数の相関について

Fig.4には、幅が100mmで、槽本体板厚 t の整数倍の板厚 t_{cr} をもつ補強リブを考え、この周方向補強材の剛性とバルジング振動数 f_b との相関を示す。ただし、図中の縦軸は基準モデルのバルジング振動数 $f_{b0}=2.2\text{Hz}$ で正規化し、周方向補強材の剛性パラメータは補強リブ板厚と容器の板厚の比 t_{cr}/t で示している。この図から、容器の周方向補強材はバルジング振動数にほとんど影響を及ぼさないことがわかる。これは、前述の解析結果からも明らかなように、高さ／半径比が大きい容器の1次振動モードは、ほぼ純粋な曲げ振動モードであるためと考えられる。すなわち、容器周方向補強材は高さ／半径比が1.5以下の背の低い容器の周方向の振動モードに対して有効であり、逆に高さ

／半径比が大きい容器の1次のバルジング振動モードには影響が少なく、容器の周方向補強材による剛性の向上はバルジング振動数を高くする対策としては有効ではないと考えられる。

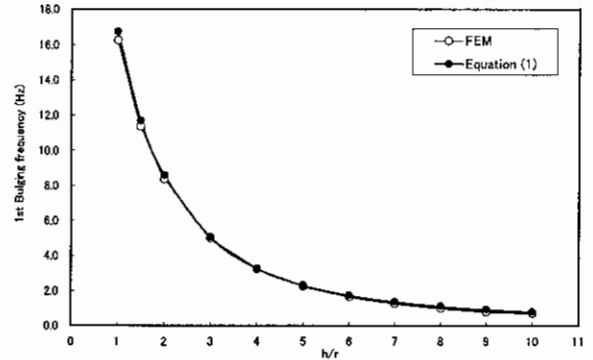


Fig.2 Relationship between 1st Bulging frequency and h/r ratio.

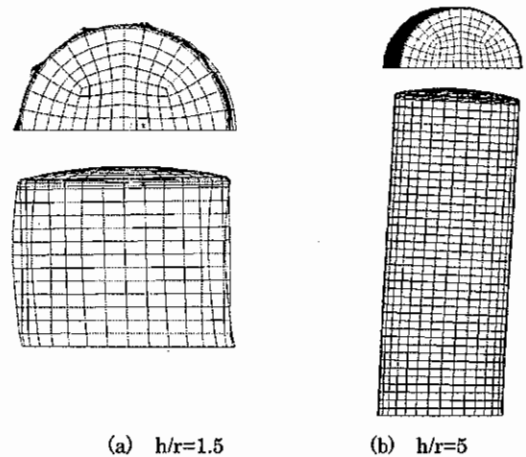


Fig.3 Bulging mode shape of FEM analysis.

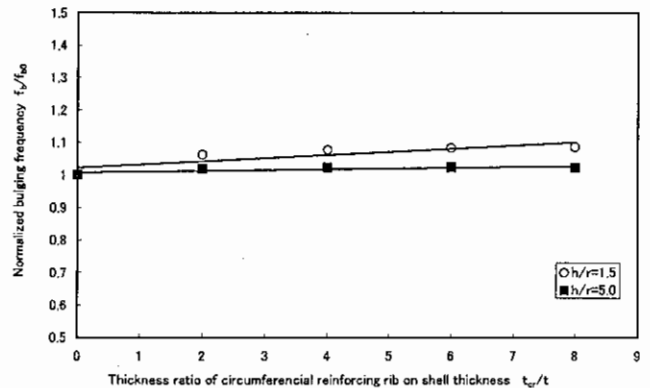


Fig.4 Relationship between normalized bulging frequency f_b/f_{b0} and thickness ratio of reinforcing rib on shell thickness t_{cr}/t .

2.4 容器軸方向弾性率とバルジング振動数の相関について

前節の結果から、高さ／半径比が大きい容器の1次のバルジング振動モードは容器の曲げ振動モードが支配的であり、容器軸方向の剛性がバルジング振動数に大きく影響を及ぼし、逆に、高さ／半径比が小さい容器の1次振動モードは容器の周方向の剛性がバルジング振動数に影響を及ぼすと推定される。このことを確認するため、容器軸方向の弾性率比 E_L/E と、バルジング振動数との相関を求めた。板厚が一定で周方向の補強材がない基準モデルにおいて、高さ／半径比が1.5と5の容器の解析結果を Fig.5 に示す。この図からも明らかなように、高さ／半径比が大きい容器のバルジング振動数は容器軸方向の剛性と明確な相関がある。そして、Fig.5 に示した FEM 解析で求めた高さ／半径比が5の容器におけるバルジング振動数と、直交異方性の軸方向弾性率 E_L を式(1)の等方性のヤング率 E に代入して計算したバルジング振動数との比較を Fig.6 に示す。両者において、軸方向弾性率とバルジング振動数の相関が良く一致している。このことにより、高さ／半径比が大きい直交異方性の容器のバルジング振動数を式(1)で計算する場合には、軸方向弾性率 E_L を代表の弾性率とすることで、推定が可能であると考えられる。

2.5 容器底部の面積比率 (A/A_0) とバルジング振動数の相関について

Fig.7 にはフィレット半径を設けたことによる底部の面積比率 (A/A_0) とバルジング振動数の相関を示す。この図から明らかなように、容器底部の面積比率 (A/A_0) は、高さ／半径比の大きさによらずバルジング振動数を大きく低下させることがわかる。この関係は、容器底面部の面積比率と2次関数で近似できる。ただし、この結果は容器の拘束条件として容器底板部を完全固定とし計算を行った。しかしながら、この容器底板部の拘束条件は解析結果に大きな影響を与えると予想されるため、現実の容器底部の固定条件として最もよく用いられている固定治具による容器底部の部分的な固定による拘束条件を追加して検討を行った。容器底部の固定治具を幅100mm、厚み20mmのL字型の鋼製治具と想定し、容器底部の円周方向に等分割で12個設置し、固定治具の部分を完全固定とし容器底部の浮き上がりを拘束した。解析モデルは前節と同様に、基準モデルとして、材料物性値を Table2 の $E=E_L=E_\theta=7.92\text{GPa}$ 、および形状寸法として、容器板厚 $t=10\text{mm}$ 一定、容器半径

$r=1.9\text{m}$ とし、高さ半径比 $h/r=5$ 、周方向の補強材はなしとした。

解析結果を Fig.8 に示す。この結果から、固定治具を使用した部分固定条件においても、容器底部の面積比率 (A/A_0) は、Fig.7 と同様にバルジング振動数を低下させ、その関係は式(2)の2次関数で近似できる。

$$f_b/f_{b0} = 1.85(A/A_0)^2 - 2.24(A/A_0) + 1.39 \quad (2)$$

ただし、Fig.8 に示した固定治具を使用した部分固定条件の方が、Fig.7 の底部を完全固定したケースよりもバルジング振動数を低下させる割合は小さいことがわかる。式(2)は基準のモデルによる結果であるが、Fig.7 からわかるように底部の面積比率 (A/A_0) とバルジング振動数の相関は、高さ／半径比の大きさにそれほど大きく影響を受けないため、高さ半径比 h/r が5前後の容器に関しては、式(2)を用いて近似ができると考えられる。

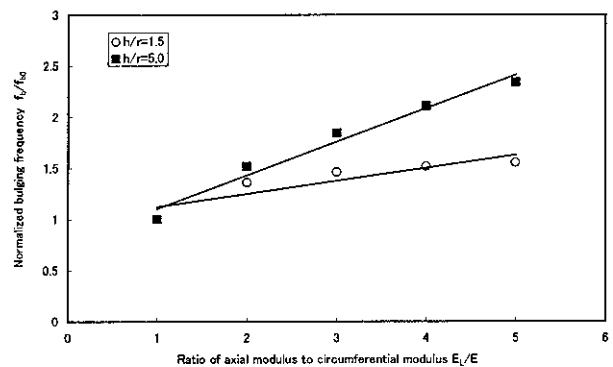


Fig.5 Relationship between normalized bulging frequency f_b/f_{b0} and ratio of axial modulus to circumferential modulus E_L/E .

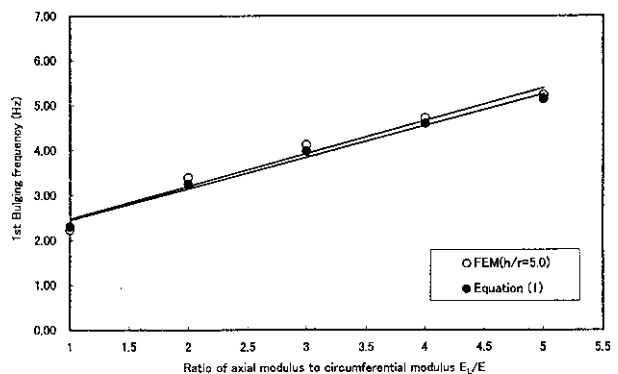


Fig.6 Relationship between 1st Bulging frequency and ratio of axial modulus to circumferential modulus E_L/E .

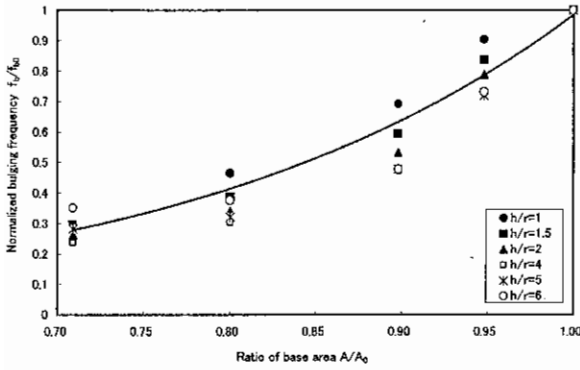


Fig.7 Relationship between normalized bulging frequency f_b/f_{b0} and ratio of base area A/A_0 .

Property	Value
Modulus E (GPa)	7.92
Poisson's ratio ν	0.3
Density ρ (g/cm ³)	1.52

2.6 容器の板厚変化とバルジング振動数の関係について

Fig.9には、板厚が軸方向に直線的に変化する容器の板厚変化パラメータ a とバルジング振動数の関係について、本 FEM 解析と板厚一定とした式(1)の板厚 t に容器底部から 1/3 の位置の板厚を代入して計算した結果を比較して示す。この図から明らかのように、容器の直線的な板厚変化パラメータ a とバルジング振動数はほぼ比例関係にある。そして、直線的な板厚変化がある容器のバルジング振動数を式(1)の計算式で計算する場合には、容器底部から 1/3 の位置の板厚を代表値とすることで、推定が可能であることがわかる。

以上まとめると、現実的に市販されている、高さ／半径比が大きく、直交異方性で、板厚が可変な値をもつ FRP 製円筒形容器の設計上非常に重要であるバルジング振動数の推定は、式(1)の E と t の読み替えで推定が可能である。さらに、フィレット半径を設けたことによる底部の面積比率 (A/A_0) の影響や固定治具を使用した部分固定による影響は、式(2)などの近似式を用いることで推定が可能であり、これらのことで高さ／半径比が大きい FRP 容器のバルジング振動数の推定が可能である。また、実際の市場で製造されている FRP 製円筒形容器の高さ／半径比は、3 以上のものが一般的であるため、従来から慣例的に行われている周方向の補強は経済的ではないことが明らかである。

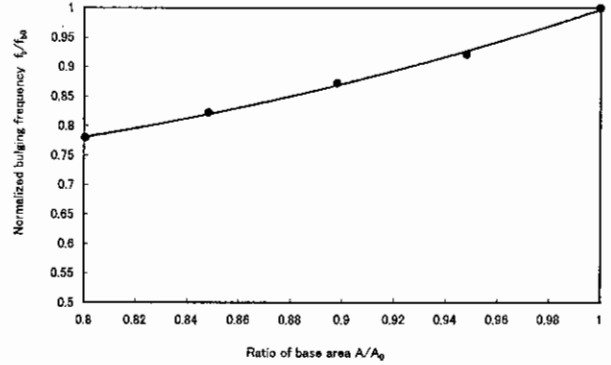


Fig.8 Relationship between normalized bulging frequency f_b/f_{b0} and ratio of base area A/A_0 with partial fixed jig.

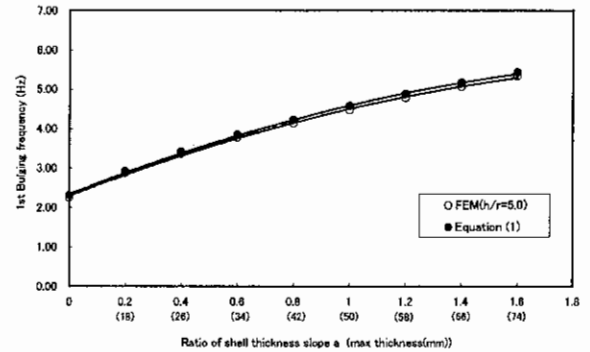


Fig.9 Relationship between normalized bulging frequency f_b/f_{b0} and thickness ratio of shell thickness slope a .

3. 実スケールの FRP 製円筒形容器の設計

3.1 実スケールの FRP 製円筒形容器の地震波応答

現在、市場で製造されている高さ／半径比が大きい実スケールの FRP 製円筒形容器では、バルジング振動数が 2Hz 程度であり、地震波の卓越周波数域にはいるため、実際の地震動に対して非常に危険である。前節の解析結果から、高さ／半径比が大きい実スケールの FRP 製円筒形容器のバルジング振動数を地震波の卓越周波数域から外すためには、軸方向の剛性を向上させ、容器の板厚を変化させることが効果的であることが明らかとなった。

そこで、これらの対策が現状市販されている実スケールの容器に対してどの程度有効なのか、実際の過去の地震波を使用した時刻歴応答解析により明らかにした。また、このような設計基準で作製した FRP 製円筒形容器に、従来から慣例的に適用されている Housner の変動液圧と修正震度法による構造設計が可能かどうかとも検討を行った。

解析に使用した地震波は、兵庫県南部地震の神戸海洋気象台における観測波形の水平（南北成分）加速度データとした。Fig.10 に、この水平加速度データの周波数分析結果を示す。この図から明らかのように、兵庫県南部地震の卓越周波数域は0.2Hz から 4Hz 程度である。

解析モデルは前節と同様に、一般的な高さ／半径比が大きい FRP 製円筒形容器を想定し、材料物性値を Table2 に示す値と仮定し、寸法は高さ $h=9.5\text{m}$ 、半径 $r=1.9\text{m}$ 、板厚 $t=10\text{mm}$ とした基準モデルで、減衰率を 5% と仮定した。Table3 に本モデルのスロッシングおよびバルジングの 1 次と 2 次の固有振動数を示す。この表から明らかのように、現在、一般的に市販されている FRP 製円筒形容器の 1 次と 2 次のスロッシングおよび 1 次のバルジング振動数は、地震波の卓越周波数域近傍に存在していることがわかる。

従来の容器の構造基準では、地震時に作用する地震力を設計震度に構造物の質量を乗じて算出し、これを静的荷重に置き換えて設計する震度法が主流である。しかしながら、この設計法は構造物の動的な影響を直接考慮できない手法である。そこで、構造物の固有振動数と減衰定数を用いて加速度応答スペクトル図から設計震度を定めるという形で、間接的にはあるが動的な影響を取り入れる修正震度法という手法がとられている⁹⁾。この修正震度法で使用されている加速度応答スペクトル図⁹⁾を使用して、今回の FRP 製円筒形容器（固有振動数 $f_b=2\sim 4\text{Hz}$ 、減衰定数 $\xi_b=5\%$ ）の加速度応答倍率を算出すると、約 1.5～3 倍程度である。この値は解析結果と大きく異なる。

これは、修正震度法では固有振動数 f_b と減衰定数 ξ_b をもつ 1 自由度線形振動系を用いて、さまざまな地震動にたいする平均的な加速度応答を計算しているためと考えられる。つまり、本研究で対象としている高さ／半径比が大きい FRP 製円筒形容器のように、複数の共振振動数が地震波の卓越周波数域近傍に集中しているような容器には適用ができないと考えられる。したがって、このような容器では、まず、バルジング振動数を地震波の卓越周波数域からはずすように剛性設計を行い、その後、慣用的な修正震度法と変動液圧分布を仮定した応力設計をする必要がある。

Table 3 FEM values for sloshing and bulging frequencies

	Sloshing freq. (Hz)	Bulging freq. (Hz)
1 st Freq.	0.5	2.2
2 nd Freq.	0.8	8.2

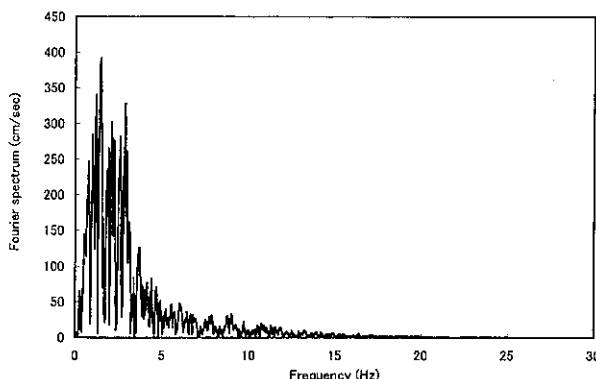


Fig.10 Frequency analysis for spectrum of acceleration in Kobe Earthquake.

3.2 FRP 製円筒形容器の耐震設計手順

このような基準にしたがって、FRP 製円筒形容器の耐震設計を行う場合の手順を示す。

まず、先に解析した実スケールの容器設計パラメータのなかで、基準モデルの軸方向弾性率と板厚分布の勾配 a を現実的に製作可能な範囲で変更し、修正した式(1)で 1 次のバルジング振動数を計算する。そして、この計算結果から、1 次のバルジング振動数を地震波の卓越周波数域からはずすような剛性設計を行う。このようにして計算したいくつかの設計案に対して、先の兵庫県南部地震波を与えて FEM にて時刻歴応答解析を行い、加速度応答倍率を計算した結果を Table4 に示す。この表からも明らかのように、バルジングの 1 次の振動数を地震波の卓越周波数域からはずすと、容器頂部での加速度応答倍率は 3～4 程度になり、容器に発生する最大応力も 1/5 以下に減少する。次にこの設計案のなかから、代表的な地震波の最大加速度を使用して Housner などの慣用的な変動液圧分布と修正震度法とを仮定した応力設計を行い容器の安全性を確認する。Table4 の設計案のなかから、 $E_t/E_0=2$ 、 $a=0.3$ のモデルに兵庫県南部地震波を与えて FEM にて時刻歴応答解析を行った。時刻歴応答解析の結果、最大の値が計算された時刻の容器深さ方向の変動液圧分布を $E_t/E_0=1$ 、 $a=0$ の剛性設計をしない基準モデルと比較して Fig.11 に示す。図中の Housner Theory は、強化プラスチック協会の FRP 水槽構造設計委員会が 1996 年に作成した FRP 水槽構造設計計算法⁷⁾で採用している修正震度を使用し、水槽の加速度応答倍率 $\beta=1.5$ 、用途係数 $I=1$ 、地域係数 $Z=1$ 、水槽の設置階による係数 $K_I=1$ として計算した値である。

Fig.11 の結果から明らかのように、剛性設計を行って 1 次のバルジング振動数を大きくした容器

では、最大加速度時の変動液圧（○印）がFRP水槽構造設計計算法で採用されている修正震度法による慣用的なHousnerの変動液圧分布の最大値とほぼ一致した。すなわち、地震波の卓越周波数域からはずすような剛性設計を行った容器であれば、従来から慣用的に使用されているHousnerの変動液圧で、実際の地震動を受ける高さ／半径比の大きいFRP製円筒形容器の変動液圧を近似でき、修正震度法による設計を行うことができると考えられる。

4. 結論

本報告では、前報で定式化した内容物の流体とFRP構造の連成を考慮したFEM解析を用いて、市販されている実スケールのFRP製円筒形容器の構造解析に本解析手法を適用し、実スケールのFRP製円筒形容器のバルジング振動数に容器の設計因子が与える影響を調べ、FRP製円筒形容器のバルジング振動数を予測した。そして、高さ／半径比の大きい実スケールのFRP製円筒形容器に、従来から慣用的に使用されている変動液圧分布と修正震度法による構造設計を適用するための設計基準を示すため、兵庫県南部地震の地震波を使用した時刻歴応答解析を行い、容器の安全性について検討を行った。その結果、以下の事柄が明らかとなった。

(1) 実際の市場で製造されている高さ／半径比の大きいFRP製円筒形容器の1次のバルジング振動モードは、曲げ振動モードが支配的であり、容器軸方向の剛性がバルジング振動数に大きく影響を及ぼし、逆に、高さ／半径比が小さい容器では周方向の剛性がバルジング振動数に影響を及ぼす。このため、従来から慣例的に行われている周方向の補強は、高さ／半径比の大きい容器では経済的ではないことが明らかになった。

(2) 高さ／半径比が大きく、直交異方性で、板厚が可変な値をもつFRP製円筒形容器の設計上非常に重要であるバルジング振動数は、清水の計算式のEとtの読み替えで十分に推定が可能であることを明らかにした。さらに、フィレット半径を設けたことによる底部の面積比率(A/A₀)の影響や固定治具を使用した部分固定による影響は、本報告で提案した近似式を用いることで推定が可能であり、これらにより、高さ／半径比が大きいFRP製円筒形容器のバルジング振動数の推定が可能である。

(3) 高さ／半径比の大きいFRP製円筒形容器では、複数の固有振動数が地震波の卓越周波数域近

傍に集中しており、1自由度線形振動系を用いて計算された平均的な加速度応答スペクトルを使用した修正震度法がそのまま適用できないことを示した。このため、修正震度法で強度設計を進める前段として、1次のバルジング振動数を地震波の卓越周波数域からはずすような剛性設計が必要である。そして、この剛性設計を行った容器であれば、従来から慣用的に使用されているHousnerの変動液圧で、実際の地震動を受けるFRP製円筒形容器の構造設計を行うことができる。

Table 4 Plan of design variables

Parameter	E_L/E_g	1.0	2.0	
	a	0.0	0.2	0.3
1 st Bulging freq. (Hz)		2.2	4.4	4.7
Response magnification		10.8	4.1	3.9
Max. axial stress (MPa)		194.0	44.9	37.5

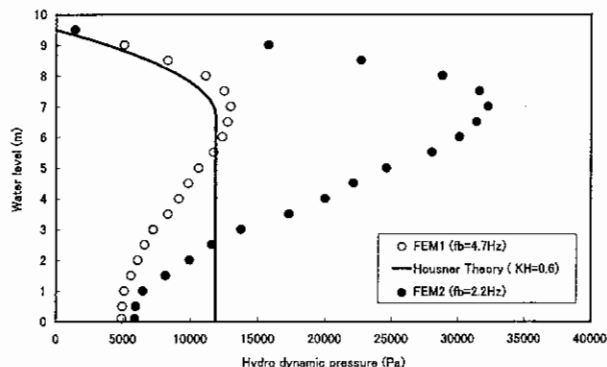


Fig.11 Vertical distribution of hydro dynamic pressure.

5. 参考文献

- 1) 平山紀夫, 邊吾一, 宮永直弘: 強化プラスチック, 47, 11 (2001), 451-457.
- 2) 平山紀夫, 邊吾一: 日本複合材材料学会誌, 29, 1 (2003), 9-16.
- 3) 清水信行, 山本鎮雄, 河野和間: 日本機械学会論文集 (C編), 48, 427 (1982), 328-348.
- 4) 清水信行: 日本機械学会論文集 (C編), 49, 438 (1983), 145-153.
- 5) 鹿島建設土木設計本部編: 耐震設計法/限界状態設計法, 鹿島出版会, 東京 (1993).
- 6) 中井 博, 小林治俊: 土木構造物の振動解析, 森北出版, 東京 (1999).
- 7) FRP水槽構造設計委員会: FRP水槽構造設計計算法 (増補改訂版), 強化プラスチック協会, (1996).