

複雑流れ現象の数理モデルと数値シミュレーションに関する研究

角 田 和 彦(数理情報工学科)

流れの現象の解明には、これまで主として実験的な立場が多用されているが、強力な数値解析手法の開発により、種々の流れの問題に関する解析が可能となってきた。例えば、機械工学分野では自動車の抗力低減や安全設計、建築工学分野では建物に作用する荷重の評価及び室内の気流解析等、種々の理工学分野において威力を発揮し、設計段階でのコスト低減にも繋がると考えられている。

流れ現象の数理モデルとして知られているナビエ・ストークス方程式によって支配されている粘性流体の非定常流れの現象を明らかにすることは重要な問題の一つである。特に、高いレイノルズ数流れの問題を対象とする場合には乱流の解析に繋がる。この場合、ナビエ・ストークス方程式に含まれる非線形の移流項が粘性項に比べて卓越することが特徴的なこととなる。この特徴を考慮した近似解析スキームを開発しない限り、得られる数値解には擬似的な振動が現れることが知られている。この擬似振動を抑えるために、差分法、有限体積法及び有限要素法に基づく計算スキームには、種々の上流化手法が導入されてきた。有限要素法の分野では、重み関数の中に上流の影響を取り入れることに基づくペトロフ・ガラキン法による定式化が注目を集めている。

これまで、2次元非圧縮粘性流れ及び熱流体の問題を対象に、指数関数を重み関数としているペトロフ・ガラキン有限要素法の開発を行ってきた。このスキームでは、指数関数型重み関数として未知関数の基底関数である形状関数を指数関数によって修正したものを採用し、局所座標系を用いたスケールリングを施すことにより上流化を図り、数値的な安定性を確保しているところに特徴がある。この有限要素スキームを用い以下に挙げる幾つかの典型的な問題に対し、解析手法の適用性及び有効性を示してきた。

- (1) 正方形キャビティ内流れに対し、レイノルズ数 100,000 までの流れ場及び圧力場の解析
- (2) 2次元円柱まわり流れの解析を通して、抗力係数の減少がレイノルズ数 500,000 で生ずることを数値的に実証
- (3) 正方形内自然対流及び強制対流といった熱流動の解析
- (4) 2次元の複雑形状まわりの流れのシミュレーション及び圧力場の解析

また、この手法は3次元非圧縮粘性流れの問題に拡張され、立方体キャビティ内流れ及び立方体内自然対流の解析を対象とし、手法の妥当性の拡充が図られた。

本研究では、複雑な流れ現象の解析例として3次元物体まわりの流れを対象に、複雑な非定常流の動的挙動の解明を図るために以下のような検討を行い、いくつかの成果が得られた。

- (1) 指数関数型 Petrov-Galerkin 有限要素法を用いた角柱周り流れの LES
(数理科学会論文集, Vol.1, No.1, pp.47-52, 2000)

高レイノルズ数流れの挙動には微細渦が含まれているため乱流モデルの導入が必要となり、その乱流モデルとして Smagorinsky の SGS モデルを採用し、また、壁面近傍での過剰な渦粘性の影響を抑制するために Van Driest 型の減衰関数を用いている。また、空間の離散化には指数関数型ペトロフ・ガラキン有限要素法による定式化を行い、時間積分には2次精度の Adams-Bashforth 法を適用している。具体的な数値計算例として、角柱周りの流れの問題を対象に、角柱近傍のせん断領域及び、角柱後流域における乱流統計量等を実験データや他の数値解と比較検討することにより以下の成果が得られた。

- ① 粗い要素分割を用いた場合、流速に関しては他の結果と比較して顕著な差異が見られなかったが、乱流統計量に関しては異なる結果が得られた。要素分割の依存性は、流速という平均量に関して

はあまり影響は無いが、乱流統計量に関してはその依存性が大きいために要素分割を細かくする必要があると考えられる。

- ② 粗い要素分割を用いた場合でも、差分法などと比べても遜色の無い結果が得られた。これは、本解析手法の有効性を裏付けている。
- ③ いくつかの乱流統計量に対し、上流化の構成の仕方が異なる差分法による結果との類似性が見られた。

(2) Petrov-Galerkin Finite Element Simulations of Three-Dimensional Incompressible Viscous Fluid Flows

(Advances in Computational Engineering & Sciences, Eds., Atluri, S.N. and Brust, F.W., Tech Science Press, pp. 899-904, 2000. 8)

提案している近似解析スキームの3次元非圧縮粘性流れ問題への適用を示すために、回転同心二重円筒内流れ、チャンネル内に置かれた立方体周りの流れ、及び円柱周りの流れ問題という3種類の流れ場の解析を行い、以下の成果が得られた。

- ① 回転同心二重円筒内流れの問題について、低いレイノルズ数において2次元的な定常流れが現れ、レイノルズ数の増加に伴い、3次元性を有する周期的な非定常流れ、及び複雑な流れの挙動が得られた。特に、レイノルズ数 200 での軸方向流れに周期的に変動するテイラー渦が現れ、レイノルズ数 2000 での流れに“うねり”の存在を確認することができた。
- ② チャンネル内に置かれた立方体周りの流れの問題について、レイノルズ数 400 では対称的な馬蹄渦が立方体前方に現れ、レイノルズ数 8900 では非対称の複雑な流れの挙動が得られた。また、圧力係数に関しても実験値との定性的な一致を得た。
- ③ 円柱周りの流れの問題について、広範囲なレイノルズ数域のシミュレーションが示された。円柱上の平均圧力分布、抗力係数、及びストローハル数に関して実験値や他解法の結果との比較をし、2次元計算よりも良好な結果を得た。また、流れの剥離位置はレイノルズ数が増加するに伴い、円柱上後方に移動することが確認できた。